厚生労働行政推進調査事業費補助金（政策科学総合研究事業（政策科学推進研究事業））
「長期的人口減少と大国際人口移動時代における将来人口・世帯推計の方法論的発展と応用に関する研究」
課題番号20AA2007（研究代表者 小池司朗）
令和２年度 総括研究報告書　令和3(2021)年3月

日本の人口減少下における都道府県移動系譜によるタイプ別再生産数の解析

人口構造研究部　大泉嶺

要旨

人口を人の数のダイナミクスと考えた場合，それを構成する要素は単純である．年齢，出生，死亡，そして地域間の移動である．社会的背景は別として，少子高齢化は出生が減り，死亡も減った結果と考える場合，現代の人口減少に影響を及ぼしている年齢別の出生，死亡，移動の行動を定量的に評価できれば，精密な分析や年齢や世代に合わせた政策立案が出来るだろう．　こうした定量評価を考えるのにあたって，本研究では一般化レスリー行列の基本再生産数にあたる type reproduction number(TRN) の解析に焦点を当てる．この値を計算することにより地域毎の将来の人口減少速度の差を知ることができる．

はじめに

日本の人口減少が始まってから 10 年が経とうとしている．これは 50 年近くに及ぶ人口置換水準を下回る出生率，いわゆる少子化が原因である．人口置換水準は期間合計特殊出生率において人口の増減の傾向を決める閾値として用いられてきた．また，より洗練された指標として基本再生産数（または純再生産率）がある．人口置換水準が一人の女性の産む子の数に対する値に対して，後者は一人の女性が産む女児の数に対する値である．基本再生産数は人口推計などに使われるレスリー行列などの基本的な数理モデルから導かれるので，理論研究においてこちらの方が扱い安い．また，人口置換水準は男性の死亡率などの変化の影響を受けるため，年によって 2 以上の値で変動する．一方，基本再生産数における閾値は常に 1 であり変動しないというのもこの指標の扱い安い点である．最新の 2021 年人口統計資料集によると 2019 年の基本再生産数は 0.66 であり，人口減少は引き続き続くものと考えられている．

基本再生産数は全国平均の値であるが，一方で出生率には地域差があり，各地域で見れば全国との値に差が生まれるはずである．少子化のを促進する要因は単純に出生率の低下だけでなく都市部などの出生力の低い地域への人口移動なども考えられる．人口動態の基本は出生，死亡，そして移動によって構成されるからである．基本再生産数にはこの移動の効果というものが反映されていない．もしくは，陽に現れていない．例えば，出生率の高い地域があったとして，そこの地域出身者の殆どがその地域に留まる場合，その地域の人口は増加する事になる．

しかし，出生率の低い都市がありそこに人口が流れていくのであれば，結局出生率の高い地域もその効果がかき消されてしまうだろう．こうした効果も考慮した指標があれば，より人口減少の理解に貢献出来る上に地域政策の立案に役立つはずである．

つまり，地域性を考慮した基本再生産数に代わる指標が必要となる．これを目的として人口学に導入されたのがタイプ別再生産数: *type reproduction number* (TRN) である [Inaba, 2009]．TRN はある地域出身の女性が同地域に全ての世代において最初に現れる女性の子孫（または先祖）の期待総数である．これだけでは十分に理解するのは難しかもしれない．TRN は基本再生産数と比べると複雑な概念である上、一般化レスリー行列について触れなければ，何故この指標が地域特性を取り入れた基本再生産数に代わる指標となるのか分からないであろう．そこで，本稿ではまず TRN の導入と一般化レスリー行列について解説することから始める．

一般化レスリー行列

レスリー行列は出生と死亡過程のみで構成されているが実際の人口動態はこれに移動も加わる．本稿では閉鎖人口を仮定し国内移動を念頭に一般化レスリー行列を構成する．n 県からなる国があるとしよう．ある j 県から i 県に a 歳の女性が移動する割合を $k_{ij}(a)$ とすると，単位時間 $t+1$ に i 県にる $a+1$ 歳の女性人口 $P_{t+1}(a+1,i)$ は

$$P_{t+1}(a,i) = \sum_{j=1}^{n} k_{ij}(a)\, P_t(a,j), \tag{1}$$

と表せる．このとき，単位時間内で起こる死亡も考慮すると

$$\sum_i k_{ij}(a) \le 1.$$

となる．また a 歳の j 県に住む女性が i 県への単位時間後の出生率を $m_{ij}(a)$ とすると単位時間後の 0 歳女児の i 県の人口は

$$P_{t+1}(0,i) = \sum_{a=0}^{\omega}\sum_{j=1}^{n} m_{ij}(a)\, P_t(a,j), \tag{2}$$

と表される．ここで ω は限界年齢とする．ここで，$P_t(a,j)$ を次の様にベクトル標記に直す．

$$\mathbf{p}_t := \begin{pmatrix} \mathbf{p}_t(0) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_t(a) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_t(\omega) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}_t(a) := (P_t(a,j))_{1\le j\le n}\,. \tag{3}$$

すると，式 (1) と式 (2) は以下の行列モデルに変換される．

$$\mathbf{p}_{t+1} = \mathbf{L}\mathbf{p}_t. \tag{4}$$

ここで，$\mathbf{L}$ は以下で与えられる．

$$\mathbf{L} := \begin{bmatrix} \mathbf{M}_0 & \cdots & \mathbf{M}_a & \cdots & \mathbf{M}_\omega \\ \mathbf{K}_0 & \mathbf{O} & \cdots & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{K}_1 & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \mathbf{O} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} & \mathbf{K}_{\omega-1} & \mathbf{O} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

また，この行列を構成する小行列は以下で与えられる：

$$\mathbf{M}_a := (m_{ij}(a))_{1\le i,j\le n}, \quad \mathbf{K}_a := (k_{ij}(a))_{1\le i,j\le n}, \quad \mathbf{O} : n\times n- \ 0 \text{ 行列}. \tag{6}$$

このとき，行列 $\mathbf{L}$ の事を一般化レスリー行列 *Generalized Leslie's Matrix* と呼ぶ [Inaba, 1986].

特性方程式と次世代行列

前出の文献 [Inaba, 1986] においてこのモデルの基本的な解析がなされている．それについては，本稿の範囲を逸脱してしまうので，TRN と密接に関わる部分を解説したい．一般化レスリー行列はレスリー行列と異なり Euler-Lotka の公式ような出生と死亡から人口増加率導く単純な方程式はない．一方、それに代わる特性方程式は次の様に与えられる．

$$\det(\mathbf{I} - \mathbf{\Psi}(\lambda)) = 0 \tag{7}$$

ここで，$\mathbf{I}$ は $n\times n$ 単位行列，$\mathbf{\Psi}(\lambda)$ は，以下で与えられる：

$$\Psi(\lambda) := (\psi_{ij}(\lambda))_{1\le i,j\le n}, \tag{8}$$

$$\psi_{ij}(\lambda) := \sum_{a=0}^{\omega}\sum_{\ell=1}^{n} \mathbb{K}(0, j \to a, \ell) m_{i\ell}(a)\lambda^{-a-1}. \tag{9}$$

さらに，

$$\mathbb{K}(s, j \to a, i) := \begin{cases} \displaystyle\sum_{\substack{j_1=1 \\ \vdots \\ j_{a-s-1}=1}}^{n} k_{ij_1}(a-1)k_{j_1j_2}(a-2)\cdots k_{j_{a-s-1}j}(s) & s < a-1 \\ \delta_{ij} & s = a-1 \end{cases}. \tag{10}$$

この行列 $\mathbf{\Psi}(\lambda)$ が一般化レスリー行列の様々な性質を内包している．この行列を構成する $\psi_{ij}(\lambda)$ は j 県出身の女性の i 県に対する 0 歳繁殖価と見なすことが出来る．なぜなら，関数 $\mathbb{K}$ は j 県出身の女性の移動経路を全て含んでおり，そこには生存率も含まれるのでこれは地域別生残率の意味合いも併せ持つ．出生率 m と生残率の積を最大固有値で年齢毎に割り引いた合計が繁殖価の定義であるから．これもまた繁殖価と見なすことが出来るだろう．そこて $\lambda = 1$ を代入した $\psi_{ij}((1)$ を考えよう．これは，j 県出身の一人の女性が一生涯に i 県に産む女児の期待値として解釈できる．つまりこれを成分に持つ行列 $\mathbf{\Psi}(1)$ は全世代の新生児から次世代の各都道府県の新生児を生成する事が出来る．

この行列を次世代行列 *Next Generation Matrix* と呼ぶ [Inaba, 2017]．[Inaba, 2009] によれば，次世代行列 $\mathbf{\Psi}(1)$ のスペクトル半径 $\Lambda(\mathbf{\Psi}(1))$ は基本再生産数と定義できる事が示されている．つまり，$\Lambda(\mathbf{\Psi}(1)) > 1$ であれば，一般化レスリー行列の最大固有値は 1 を超える．$\Lambda(\mathbf{\Psi}(1)) \leq 1$ であれば，1 以下となる．

タイプ別再生産数

基本再生産数又は純再生産率は人口動態を調べる上で，重要な指標の一つである．この指標は人口学だけに留まらず疫学の上でも同様な役割を果たしてきた．一人の女性が生涯産む女児の数を表すこの指標と同様、一人の感染者が完治あるいは死亡するまでに何人の感染者を再生産するのかという文脈で使われる．昨今猛威を振るっている新型コロナウィルス感染症のニュースなどでも取り上げられている指標の一つでもある．

[Heesterbeek and Roberts, 2007] はこうした感染症に対する全体的な指標ではなく，感染者のタイプがある場合に個々のタイプ毎に再生産に関する指標がないかと調べた．そして，感染者毎の再生産数を表す指標として "タイプ別再生産数 (TRN: *Type Reproduction Number*)" を導入した．この概念を人口学に持ち込んだのが [Inaba, 2009] である．

ここでは [Inaba, 2009] に倣い，都市地方モデルを例にとり，一般的な定義を紹介する．n 地域ある自治体の内，都市部とされる地域が κ だけ指定されているとする．都市部を 1, 地方部を 2 と定義しそれぞれの地域への遷移する次世代行列 $\mathbf{\Psi}(1)$ を並べ替えた行列を $\mathbf{\Phi}$ とする．

$$\mathbf{\Phi} := \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

$\mathbf{Q}_{k\ell}$ は地域 ℓ から地域 k への推移小行列を表す． $\mathbf{Q}_{11}$ は $\kappa \times \kappa$ 行列，$\mathbf{Q}_{22}$ は $(n-\kappa) \times (n-\kappa)$ 行列，$\mathbf{Q}_{21}$ は $(n-\kappa) \times \kappa$ 行列，そして $\mathbf{Q}_{12}$ は $\kappa \times (n-\kappa)$ 行列をそれぞれ表す．

まず，都市部をターゲット地域とした TRN を考えよう．ここのときスペクトル半径 $\Lambda(\mathbf{Q}_{22}) < 1$ を仮定する．次に都市部への移動のみを写像する行列 $\mathbf{U}$ を次で定義する．すなわち，

$$\mathbf{U} := \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{11} & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{21} & \mathbf{O}_{22} \end{bmatrix}, \tag{12}$$

このとき $\mathbf{I}_{11}$ は単位行列， $\mathbf{O}_{k\ell}$ は 0 行列を表し, これらの添え字は $\mathbf{Q}_{k\ell}$ にそれぞれ対応する. さらに次で与えられるスペクトル半径 $\Lambda(\mathbf{Q})$ が都市部の TRN の定義を与える.

$$\mathbf{Q} := \mathbf{U}\mathbf{\Phi}\left(\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \mathbf{U})\,\mathbf{\Phi}\right)^{-1}. \tag{13}$$

上記の式を展開すると

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_{12}\left(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{22}\right)^{-1} \\ \mathbf{O}_{21} & \mathbf{O}_{22} \end{bmatrix}, \tag{14}$$

$$\mathbf{Q}_1 := \mathbf{Q}_{11} + \mathbf{Q}_{12}\left(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{22}\right)^{-1}\mathbf{Q}_{21}, \tag{15}$$

となる．行列の一般論を用いれば $\Lambda(\mathbf{Q}) = \Lambda(\mathbf{Q}_1)$ となることが知られている (詳しくは [Heesterbeek and Roberts, 2007, Inaba, 2009, Inaba, 2017]).

では，行列 $\mathbf{Q}_1$ の持つ人口学的意味を考えてみる．逆行列 $(\mathbf{I}-\mathbf{Q}_{22})^{-1}$ は次の級数に展開される．

$$(\mathbf{I}-\mathbf{Q}_{22})^{-1}=\mathbf{I}+\sum_{m=1}^{\infty}\mathbf{Q}_{22}^{m}.$$

この級数はノイマン級数 (*Neumann series*) と呼ばれ，その収束条件が $\Lambda(\mathbf{Q}_{22})<1$ である．この級数を $\mathbf{Q}_1$ の式に代入すること以下を得る．

$$\mathbf{Q}_1=\mathbf{Q}_{11}+\mathbf{Q}_{12}\mathbf{Q}_{21}+\sum_{m=1}^{\infty}\mathbf{Q}_{12}\mathbf{Q}_{22}^{m}\mathbf{Q}_{21}. \tag{16}$$

$\mathbf{Q}_{22}^{m}$ は m 世代の間，都市部以外の地方地域に留まる子孫の期待値を与えているので，$\mathbf{Q}_1$ は都市出身の女性が，全ての世代を通して初めて都市出身の女性を子孫に持つ期待値を与えている．つまり，TRN の定義であるスペクトル半径 $\Lambda(\mathbf{Q}_1)$ は一人の都市出身の女性が全ての世代を通して初めて都市出身の女性を子孫に持つ機体人数と解釈出来る．$\kappa=n$ とおけば，この指標は前出の基本再生産数と一致するので，この概念の一種の拡張と捉える事が出来る．

都道府県別 TRN と政府統計を用いたデータセットについて

より具体的な解析に入る為には，TRN を規定する “タイプ”を決めなければならない．一般的な TRN はスペクトル半径を数値的に計算することになるが，本研究では各都道府県ごとの TRN の解析を目指す．つまり, $n=47$ および $\kappa=1$ として考えるのである．$\kappa=1$ であれば，$\mathbf{Q}_{11}$ はスカラー，$\mathbf{Q}_{12}$, $\mathbf{Q}_{21}$ はそれぞれ，行ベクトルと列ベクトルとなる．例えば i 番目の県をターゲットとして TRN: $\mathcal{T}_i$ を構成すれば $\mathbf{Q}_{11}=\psi_{ii}(1)$ となり，行ベクトル:$\mathbf{Q}_{ij}=(\psi_{ij}(1))_{1\le j\le 47}^{\top}$，列ベクトル $\mathbf{Q}_{ji}=(\psi_{ij}(1))_{1\le j\le 47}$ となる．i 行 i 列を削除した行列 $\mathbf{\Psi}_i(1)$ と併せて式 (16) に代入し，それを計算すれば

$$\mathcal{T}_i=\psi_{ii}(1)+\sum_{m=1}^{\infty}\psi_{ii}^{(m)}(1) \tag{17}$$

$$\psi_{ii}^{(m)}(1):=\sum_{\substack{j_1\neq i\\ \vdots\\ j_m\neq i}}\psi_{ij_1}(1)\psi_{j_1j_2}(1)\times\cdots\times\psi_{j_mi}(1)$$

となって，直接 TRN の値を求める事が出来る．日本は全ての県で人口置換水準を下回っているので，TRN を構成する無限級数の収束性を気にする必要は無い．つまり，我々は行列 $\mathbf{\Psi}(1)$ の成分から直接スペクトル半径を求める事が出来るのである．TRN (17) は世代を超えた都道府県移動系譜と見なすことが出来る．また，$\psi_{ij}(1)$ を構成する式 (10) は一人の女性の生涯移動系譜の密度を与えており．一般化レスリー行列を基礎とする人口動態は世代を超えた移動と個人の両方に注目する必要性を示唆している．

具体的に日本の都道府県の TRN を解析するにあたって，パラメーターを設定する事は重要である．人口移動の全国調査は総務省が行う国勢調査 [MIAC, 2015] に依存せざるをえないので，必然的に 5 歳階級および単位時間 5 年のモデルを構築しなくてはならない．

本研究では，解釈を単純にする為，移住率 $k_{ij}(a)$ を 移住確率 $T_{ij}(a)$ と 5 年前の居住地の 5 年間の生存率 $p_j(a)$(データは [MHLW, 2015]) として以下の様に与える：

$$k_{ij}(a) = T_{ij}(a) \times p_j(a) \quad i, j = 1, 2, 3, \cdots, 47. \tag{18}$$

また出生率 $m_{ij}(a)$ は，他の都道府県からの 5 年以内の出生・移動が少ないものと仮定し，5 年前の居住地のみからの出生を採用することにする．つまり:

$$m_{ij}(a) = \begin{cases} m_{ij}(a) \geq 0 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}.$$

各出生率，出生性比，乳児死亡率等は [pop, 2020] と同資料集の過去のものを仕様した．具体的なパラメータの構成方法は紙面の都合があるので，現在投稿準備中の「人口問題研究」の特集をご覧頂きたい．

1 結果

全ての都道府県の TRN に関しては特集号等投稿準備中の原稿 2 重になってしまうため，本稿では最も低いものと最も高いものを挙げたい．2015 年国勢調査をベースとする結果は以下の通りである．

全国 (基本再生産数) : 0.69
東京都 (最低値) : $\mathcal{T}_{13} = 0.34$
沖縄県 (最高値) : $\mathcal{T}_{47} = 0.63$

である．全国で見た場合一人の女性の基本再生産数は 0.69 であるが，そもそもそれよりも出生率の高い沖縄県（同データの計算では総再生産率 0.92）ですら基本再生産数のそれよりも低い結果となった．また，東京においても総再生産率 0.55 よりも低い．これは，移動による出身地へ再帰に関して損失があるためと考えられる．

2 まとめ

タイプ別再生産数は期間データから，1 世代だけでなく，そのまま続いた場合の今後世代の情報も全て含まれるという点で，合計特殊出生率や基本再生産数と大きく異なる．基本再生産数が 1 を超えている場合，全ての都道府県のタイプ別再生産数が 1 を超えるか，場合によっては級数 (17) が収束せず $\mathcal{T}_i = \infty$ となる場合もある．それは例えある地域の出生率が人口置換水準を下回っていたとしても，世代を経た移動の結果，出生率の高い地域を経由した系譜を持つ子孫によって補われるからである．これは逆の効果もあることを示唆している．日本のように人口置換水準を下回るとき，沖縄県のように出生率が高い県があったとしても（それが期間合計特殊出生率が 2 や 3 といった大きな値でも）移動によって出生率の低い地域にある割合の子孫が住めば，その地域の実際の人口増への貢献は少なくなる事が言える．

沖縄県の女性が 0.92 人の女児を産んだとしてもその中で沖縄県の人口に貢献する子孫の数は 0.63 人（全ての世代で）まで減るという事である．少子高齢化対策において移動の概念がいかに重要であるかこの結果は物語っている．今後他の県に関しては，現在準備中なので特集号等までお待ち頂きたい．

参考文献

[pop, 2020] (2020). *National Institute of Population and Social Security Research.* Population Statistics of Japan 2020 (Japanese).

[Heesterbeek and Roberts, 2007] Heesterbeek, J. and Roberts, M. (2007). The type-reproduction number t in models for infectious disease control. *Mathematical biosciences*, 206(1):3–10.

[Inaba, 1986] Inaba, H. (1986). On the discrete model of multiregional demographic growth. *Jinko mondai kenkyu.[Journal of population problems]*, (179):1.

[Inaba, 2009] Inaba, H. (2009). The net reproduction rate and the type-reproduction number in multiregional demography. *Vienna Yearbook of Population Research*, pages 197–215.

[Inaba, 2017] Inaba, H. (2017). Age-structured population dynamics in demography and epidemiology.

[MHLW, 2015] MHLW (2015). *Ministry of Health, Labour and Welfare, Japan.* The 22th Life Tables(2015).

[MIAC, 2015] MIAC (2015). *Ministry of Internal Affairs and Communications, Japan.* Population Census,Tabulation on Internal Migration for Population.