表 2 初婚のハザード分析における脱落の取り扱いに関する感応分析の結果：離散時間 CLL モデル

	モデル1 A=M exp(β)	モデル2 A~= M exp(β)
年齢スプライン		
20-25歳	1.020	1.208 ***
25-30歳	1.051 ***	1.083 ***
30-39歳	0.937 ***	0.894 ***
年次(対:2002-03年)		
2003-04年	1.008	1.202 **
2004-05年	0.911 **	1.470 ***
2005-06年	0.859 ***	1.656 ***
2006-07年	0.907 *	1.756 ***
学歴(対:高校卒)		
中学校卒	1.054	0.982
短大・専門学校卒	1.079 **	1.097
大学・大学院卒	1.149 ***	1.247 ***
職業(対:中小企業雇用)		
大企業雇用	0.999	0.851
専門・技術職	0.994	1.179 *
自営・家従・会社役員	1.119	1.014
非正規雇用	1.071	1.000
無職	1.255 ***	1.068
学生	1.020	0.578 ***
不明	1.202 ***	1.194
親との同別居 (対:親と別居)		
両親と同居	0.518 ***	1.156 *
片親と同居	0.587 ***	1.253 **
不明	0.795 ***	1.080
居住都道府県のSMAM-28	1.043 *	0.734 ***
Ln(年間勤労所得)	1.071 ***	1.252 ***
年間勤労所得不明ダミー	1.167 ***	0.636 ***
年間勤労所得ゼロダミー	0.773 ***	0.533 ***
定数	0.180 ***	0.005 ***
person-year数	26843	32889
カイ2乗値	490.8841	450.9818
自由度	24	24

* p<.1; ** p<.05; *** p<.01

仮定したものである。一方、モデル 2 は、すべての脱落サンプルは最終調査回までリスクサンプルとして残ったものとして扱ったモデルで、脱落サンプルが低い初婚ハザードをもつことを仮定している。両モデルを比較すると、年齢スプラインや学歴の効果は比較的近い値を示しているが、その他の変数、例えば、年次、職業、親との同別居、SMAM などについては全く逆の効果を示していることが明らかである。したがって、モデルの共変量を統制した後も、脱落と初婚には何らかの強い相関があることが示唆される。

上記のように、脱落と初婚の生起過程が無作為とは過程できず、脱落を右センサリングとして扱うと、初婚のパラメーター推定に過小バイアスが生じる。この問題については、脱落を初婚の競合リスクイベントとして捉えることで一定の解決を与えることができる。次章においては、パネルデータを用いたイベントヒストリー分析における脱落の影響について考察し、その影響を除去するための分析手法を紹介する。

参考文献

Allison, Paul D., 1982. "Discrete-Time Methods for the Analysis of Event Histories", *Sociological Methodology*, 13: 61-98.

Allison, Paul D., 1995. *Survival Analysis Using The SAS System: A Practical Guide.* Cary: SAS Institute Inc.

Guo, Guang, 1993. "Event-History Analysis for Left-Truncated Data" *Sociological Methodology* 23:217-43.

Panis, Constantijn, 1994. "The Piecewise Liner Spline Transformation." Stata Technical Bulletin, vol. 3, issue 18: 146-149.

Raymo, James M., 2003. "Educational Attainment and the Transition to First Marriage Among Japanese Women" *Demography* 40: 83-103.

津谷典子, 2002,「イベント・ヒストリー分析」, 日本人口学会編,『人口大事典』, 428-31 ページ, 培風館。

山口一男, 2002c,「イベントヒストリー分析（最終回）」,『統計』, 2002 年 11 月号, 55-60 ページ。

第4章

SURF モデル

4.1 はじめに

近年、わが国でも盛んに用いられるようになった分析手法の1つにイベントヒストリー分析(event-history analysis) がある。パネルデータを用いたイベントヒストリー分析では、最も一般的な方法として、脱落はセンサリング(censoring)(観察打ち切り例)として扱われてきた。しかし、脱落と対象とするイベントとが独立に生起しない場合、このような処置はパラメーターの推定にバイアスをもたらす。

Hill (1997) は、パネルデータを用いた離婚要因に関するイベントヒストリー分析を例に、SURF モデル(Shared Unmeasured Risk Factors Model)(Hill et al. 1993) を適用することによって、この問題に対処できることを示している。SURF モデルとは、McFadden (1981) が多項ロジットモデルの拡張として導いたネステッド・ロジットモデル(nested logit model) を離散時間ハザードモデルに応用したものである。本稿では、SURF モデルの概要について解説するとともに、成年者縦断調査を用いた初婚分析を用いた適用事例について紹介する。

4.2 離散時間ロジットモデルにおける競合イベントの取り扱い

あるイベントの生起によって、他のイベントの生起リスクがなくなる場合、2つのイベントは競合するイベント(competing events) であるという。例えば、死因別死亡率の分析において、「癌による死亡」と「心臓病による死亡」は相互に競合するイベント(mutually competing events) である。また、相互にではなく、一方のみが他方の競合するイベントとなることもある。例えば、結婚は婚前妊娠にとって競合するイベントである。しかし、婚前妊娠が生起しても、結婚のリスクはなくならないため(むしろ増大する)、婚前妊娠は結婚に競合するイベントではない。

パネル調査における脱落は、あらゆるイベントにとって競合するイベントである。なぜならば、脱落が生じることによって対象とするイベントの生起リスクが観測できなくなるためである。また、イベントの生起によって、少なくともリスク期間における脱落の発生リスクは消失する。そのため、脱落は常に対象とするイベントと相互に競合するイベントであるといえる。

山口 (2002) によれば、離散時間モデルにおける競合するイベントの取り扱いには次の3つの方

法がある。1）競合する他のすべてのイベントをその生起時点でセンサリングとして扱う、2）競合するイベントを従属変数とする離散時間多項ロジットモデル（discrete-time multi-nominal logit model）を適用する、そして 3）競合するイベントを従属変数とする SURF モデルを行う。以下に山口（2002）を参照しつつ、どのような場合に各方法を使用するべきなのかについて解説する。なお、以下では相互に競合するイベント A とイベント B があるとする。

競合するイベントを右センサリングとして扱うという第1の方法は、最も一般的に用いられる手法である。しかし、離散時間モデルにおいてこの方法が妥当であるのは、イベント A とイベント B のハザード確率 $\mathrm{P}_A(\mathrm{t})$ と $\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$ の積が無視できるほど小さい場合のみである。連続時間を仮定するモデルにおいては、競合するイベントの同時発生モデルにおいて、各イベントが独立に起こるという条件が成立する場合、競合するイベントをセンサリングとして扱うことが可能である。この条件が成立するには、競合するイベントが2つとも起こらない確率が各イベントの生存確率の積となる必要がある（$\mathrm{S}_{A+B}(\mathrm{t}) = \mathrm{S}_A(\mathrm{t})\times\mathrm{S}_B(\mathrm{t})$）。しかし、離散時間モデルにおいては、時点 t においてイベント A も B も起こらない確率は、$1\text{-}\mathrm{P}_A(\mathrm{t})\text{-}\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$ であり、$(1\text{- }\mathrm{P}_A(\mathrm{t}))\times(1\text{- }\mathrm{P}_B(\mathrm{t}))$ とはならない。したがって、離散時間モデルでは、競合イベントが独立である時の条件である $(1\text{- }\mathrm{P}_A(\mathrm{t}))\times(1\text{-}\mathrm{P}_B(\mathrm{t}))$ に対して、$\mathrm{P}_A(\mathrm{t})\times\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$ 分だけ誤差が生じることとなる。そのため、イベント A か B、あるいは双方の生起確率が著しく小さく、$\mathrm{P}_A(\mathrm{t})\times\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$ が無視できるほど小さい場合に限り、他の競合イベントをセンサリングとして扱うことが妥当となる。

$\mathrm{P}_A(\mathrm{t})\times\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$ が無視できるほど小さくない場合、第2の方法である多項ロジットモデルによる競合リスク分析が検討される。この方法では、前項において解説した人-期間別データに対して、多項ロジットモデルを適用し、競合する各イベントのハザード確率の同時推定を行う（Allison 1982）。だたし、多項ロジットモデルでは IIA（Independence from Irrelevant Alternatives）の仮定を前提としている。IIA の仮定とは、いかなる2つの確率の比も他の確率の大きさによる影響を受けないことをいう。$\mathrm{P}_A(\mathrm{t})$ と $\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$ がともに起こらない確率を $\mathrm{P}_C(\mathrm{t})$（$=1\text{-}\mathrm{P}_A(\mathrm{t})\text{-}\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$）とすると、IIA が成立するとき、以下の関係が成り立つ。

① $\mathrm{P}_A(\mathrm{t})/\mathrm{P}_C(\mathrm{t})$ が $\mathrm{P}_B(\mathrm{t})$ に依存しない
② $\mathrm{P}_B(\mathrm{t})/\mathrm{P}_C(\mathrm{t})$ が $\mathrm{P}_A(\mathrm{t})$ に依存しない

①の関係が成立する時、イベント B が起こらないという条件の下でイベント A の生起確率が、イベント B の生起確率から独立である（A は B から条件付きで独立）。また、②の関係が成立する時、イベント A が起こらないという条件の下でイベント B の生起確率が、イベント A の生起確率から独立である（B は A から条件付きで独立）。IIA が成立する時、条件付きでイベント A とイベント B の決定要因が独立と考えられるため、離散時間多項ロジットモデルを適用することができる。

競合するイベントの条件付き生起確率に IIA が成立するか否かをより直接的に検証し、かつ IIA が成り立たない場合でも偏りなくパラメーターを推定する方法が、第3の選択肢である SURF モデルである。したがって、初婚要因の離散時間モデルにおいては、脱落をセンサリングとして扱う第1の方法と SURF モデルを用いる第3の方法を比較することによって、パラメーター推定にお

けるバイアスの大きさについて検討することが可能となる。また、SURF モデルでは脱落と初婚の非観察要因[*1]に相関があるか否かを統計的に検定することができる（Hill, et. al. 1993)。IIA が成立する場合、この相関は 0 となる。そのため、SURF モデルによる分析を通して、第 2 の方法である離散時間多項ロジットモデルの適用が妥当か否かを検討することもできる。次節では SURF モデルの概要について述べる。

4.3 SURF モデルの概要

SURF モデルとは、McFadden (1981) が多項ロジットモデルの拡張として導いたネステッド・ロジットモデルを Hill 等 (1993) が離散時間モデルに応用したものである。その要諦は、競合イベントの同時分析において、各イベントの誤差項に部分的な相関を許容することで、多項ロジットモデルにおける IIA の仮定を緩和することにある。以下に、Hill 等 (1993) や山口 (2002) を参照しつつ、その概要について述べる。

m 個の競合するイベントがある場合に、個人 i が t 時においてどのイベントを経験するのかは、各イベントの潜在的な生起傾向 (state propensity index) によって決定されている。この潜在的な生起傾向は、直接には観察できない連続量 (latent variable) で、確率のような固定範囲をもたないとする。こうした条件の下、個人 i の t 時における潜在的なイベント生起傾向 S_{tmi} は以下の (1) 式によって表すことができる。

$$
\begin{aligned}
S_{t0i} &= \beta_0^{*\prime} X_{t0i} + \epsilon_{t0i} \\
S_{t1i} &= \beta_1^{*\prime} X_{t1i} + \epsilon_{t1i} \\
\vdots \quad &\quad \vdots \quad\quad \vdots \\
S_{tmi} &= \beta_m^{*\prime} X_{tmi} + \epsilon_{tmi}
\end{aligned} \tag{1}
$$

S_{tmi} は、説明変数の分散によって説明される部分 $\beta_m^{*\prime} X_{tmi}$ と誤差分 ϵ_{tmi} とに分けられる。式 (1) では、個人 i は S_{tmi} が最も高いイベントを経験すると仮定する。離散時間ハザードモデルにおいては、リスク開始時点においてイベント未経験の状態である S_{t0i} の値が最も高いと仮定される。他の潜在的イベント生起傾向 S_{tmi} がこれを超えるまで、いずれのイベントも生起しない。しかし、誤差項による攪乱もしくは共変量 X_{tmi} の値の変化によって、S_{tmi} が S_{t0i} を超えると最も潜在的イベント生起傾向が高いイベントが生起する。

簡略化のため、ここで競合するイベントが 2 つであるとする。誤差項 ϵ_{tmi} に極値分布を仮定すると、これがイベント間で独立である場合に IIA が成立し、離散時間多項ロジットモデルを得る。しかし、ϵ_{t0i} は他の 2 つから独立であるが、ϵ_{t1i} と ϵ_{t2i} の間に相関がある場合、SURF モデルを得る[*2]。

ここで注目すべきは、多項ロジットの成立要件である IIA は、競合イベントの同時分析における

[*1] ハザードモデルにおける観察されない異質性 (unobserved heterogeneity) と同義である。
[*2] SURF モデルの数式的展開については、Hill 等 (1993) や山口 (2002) を参照のこと。

誤差項、すなわち非観察要因が、各イベント間で独立であるときに成立するということである。初婚と脱落について考えてみると、これは非常に強い仮定であるといえる。なぜならば、パネル調査においては、結婚はそれ自体が脱落の要因となるためである（坂本 2006）。女性にとって結婚は転居を伴うことが多い。そのため、結婚直後のサンプル捕捉が困難となる。また、結婚により夫や夫の家族による調査拒否、またそれを忌避することによる本人からの調査拒否などが発生することも報告されている（坂本 2006）。分析において用いる「21 世紀成年者縦断調査」においても同様に、少なくとも一定割合の脱落は結婚によって生起しているものと思われる。その結果、結婚と脱落の生起傾向は類似したものとなり、非観察要因についても共通の傾向をもつ可能性が高いのである。

SURF モデルでは、非類似係数（index of dissimilarity）ρ を説明変数の回帰係数と同時に推定する。ϵ_1 と ϵ_2 の相関係数は 1-ρ^2 として表される。したがって、ρ が 1 の時は競合イベントの非観察要因には相関がない、つまり IIA を仮定できることを意味する。また、ρ の標準誤差もモデルで計算されるため、ρ が 1 と統計的に有意に異なるのかの検証も行うことができる（山口 2002）。この ρ の解釈を通して、競合するイベントの非独立性の存在やその強さについて検証することができる。また、説明変数の回帰係数は、ρ すなわち、競合するイベント間における非観察要因の相関、を補正した上で得られた値となる。モデルで ρ を統制することは、競合するイベントの生起過程に条件付き独立を留保した状態を統計学的に作り出すことに等しい。そのため、SURF モデルにおける回帰係数は、競合するイベントが起こらなかった場合に、説明変数が当該イベントのハザード確率に与える効果を表す。

4.4 2段階推定による SURF モデルの適用手順

SURF モデルは Hill の開発した独自のソフトウェア（Turbo Pascal compiler と DOS-base PC を使用）[*3]によって最も効率的に推定できるが、ロジットモデルを用いた 2 段階推定によって、簡便なモデルを適用することができる。ここでは、初婚と脱落を競合イベントとして取り扱う場合を例として、Hill 等（1993）や山口（2002）によって示されている 2 段階推定による SURF モデルの適用手順を以下に示す。なお、Hill 等（1993）による方法と山口（2002）における解説には重要な違いがあり、あまり数学に詳しくない初学者はその適用方法について混乱をきたす恐れがある。両者におけるモデル解説に違いについて、この機会に気づいた点をまとめておいたので、興味がある読者は章末の付録を参照されたい。

① はじめに、通常の離散時間ロジットモデルと同様に人?期間別データを作成する。また、従属変数 Y(t) はイベントが生起していなければ 0、初婚が生起する場合は 1、そして脱落が生起する場合を 2 となるようにコーディングする。

② ①で作成した人-期間別データより、初婚もしくは脱落を経験したサンプル（Y(t) が 1 もしくは 2 のケース）のみを取り出し、結婚対脱落を対比としたロジットモデルを行う。ここでの分析は、結婚か脱落が生起したとして、それが脱落ではなく結婚である確率を推定するモデルとなる。

[*3] このソフトウェアは、http://lib.stat.cmu.edu にて無料で公開されている。

③ ②で得られた回帰係数をもとにして、以下の値を算出する。

$z_1(t) = \log[1 + \exp(-\sum_k b_k x_k(t))]$ ・・・(2)
$z_2(t) = \log[1 + \exp(\sum_k b_k x_k(t))]$ ・・・(3)

この時、$\sum_k b_k x_k(t)$ は②のモデルで得られた予測値を表す。$z_1(t)$ と $z_2(t)$ の値をで作成した人?期間別データの各レコードに対して計算して、変数として付帯する。さらに、このデータに結婚か脱落が生起した場合に 1、いずれも生起せずに未婚のままである場合に 0 をとる新しい変数 Y*(t) を作成して追加する。

④ ③で作成した人?期間別データを用いて、従属変数を Y*(t) とする離散時間ロジット分析を行う。ただし、この時で作成した $z_1(t)$ もしくは $z_2(t)$ の一方を説明変数としてモデルに追加する。$z_1(t)$ を追加した場合には、脱落を経験せずに結婚するというハザード確率の回帰係数 β_{1k} を得る。一方、$z_2(t)$ を追加した場合は、結婚せずに脱落するというハザード確率の回帰係数 β_{2k} を得る。なお、とでは異なる説明変数をもつことも可能である（Hill et al. 1993)。この時、$z_1(t)$ と $z_2(t)$ の回帰係数として算出されるのが ρ の推定値である。ρ は $z_1(t)$ と $z_2(t)$ のどちらを用いても全く同じ値を示し、理論的には 0 から 1 までの値をとる。結婚と脱落の観察されない異質性（誤差項）の相関係数は、1-ρ^2 によって与えられる。

⑤ ④で得た分析結果では ρ が 0 であるという帰無仮説に対する P 値が示されている。しかし、ここでは ρ の標準誤差を用いて、ρ が 1 である、つまり結婚と脱落の相関係数が 0 であるという帰無仮説を検定するように P 値を計算しなおす必要がある。

4.5　2 段階推定による SURF モデルの利用における留意点

SURF モデルの適用においてはいくつか留意する点がある。第 1 に、2 段階推定による SURF モデルでは、競合するイベントの非観察要因の相関はリスク期間を通じて一定と仮定されている (Hill et al. 1993)。したがって、非観察要因がリスク期間を通じて、結婚と脱落に異なる影響を与える場合、この仮定が成立しない。例えば、調査の初期においては結婚を契機として脱落するサンプルが多いが、調査回が進むにつれて結婚以外の事由による脱落が増えるという場合には、非観察要因の相関がリスク期間を通じて一定であることを仮定できない。この仮定が成立しない場合、時間依存性共変量のパラメーターや ρ の推定値にバイアスが生じる（Hill et al. 1993)。しかし、非観察要因の相関がリスク期間を通じて変化する場合においても、時間固定共変量の回帰係数についてはバイアスが少なく、比較的安定的に推定されることが示されている（Hill et al. 1993)。また、この仮定が満たされない場合には、ρ の推定値が 1 に近づく傾向があるため、ρ が 1 と有意に異ならない場合においても、競合するイベントの非観察要因に相関がある可能性が高いことが指摘されている（Hill et al. 1993)。

さらに、これは 2 段階推定の場合に限らないが、SURF モデルでは誤差項に負の相関を仮定することができないという制約がある（山口 2002)。例えば、婚前同棲の解消について競合するイベントが結婚と別離である場合、非観察要因（例えば、性格の相性）は結婚に対しては正の効果をも

ち、別離に対しては負の効果をもつことが十分に起こりえる。しかし、ρ は理論上、$0 < \rho \leq 1$ の範囲の値を取るため、非観察要因の相関係数 $1\text{-}\rho^2$ は正であることが仮定されている[*4]。したがって、非観察要因の相関が負である競合イベントは、SURF モデルでは分析することができない[*5]。

また、SURF モデルにおける推定上の問題として、2 段階推定においては、パラメーター推定値の標準誤差が平均してやや小さめに推定される可能性が指摘されている（山口 2002)。これは 1 段階目のパラメーター推定値には実際には誤差があるにもかかわらず、2 段階推定では定数として扱うことから生じる。しかし、通常はこのバイアスは有意度に影響を与えない程度であるため、それほど問題とはならない（山口 2002)。

最後に、ρ が統計的に有意に 1 と異なる場合（$\rho \neq 1$)、回帰係数 β_k を厳密にはオッズ比として解釈することができないという制約がある（山口 2002)。そのため、本稿における分析ではオッズ比ではなく、回帰係数を用いて解釈を行う。

6.6. 2 段階推定による SURF モデルのプログラムと出力例

2 段階推定による SURF モデルは離散時間ハザードモデルの一種であるので、通常の離散時間ハザードモデルと同様に、人-期間別データを作成する必要がある。以下では、前章で用いたのと同じ、結婚をイベントとする人-期間別データを用いて SURF モデルのコマンド例を示すこととする。人-期間別データについては前章を参照されたい。なお、使用するソフトウェアは Stata の Version 12 である。

```
#delimit;
logit des1 f1-f3 b1.panel b2.educ7 b2.occu_6 i.coresi smam02s
lnwage i.wagem2 b3.marint if des>0
;
# delimit cr;
est store m1

predict z,xb
gen z1 = ln(1+exp(-z))
gen z2 = ln(1+exp(z))

#delimit;
logit des2 f1-f3 b1.panel b2.educ7 b2.occu_6 i.coresi smam02s
lnwage i.wagem2 b3.marint z1
;
# delimit cr;
```

[*4] しかし、実際の分析においては、ρ の推定値が $0 < \rho \leq 1$ の範囲を超えることが頻繁に起こりうる。ρ の推定値が統計的に有意で、1 より大きいか、0 より小さい場合には 2 段階推定の妥当性に問題があると考えられ、その結果は信頼できない（山口 2002)。

[*5] このような場合は、Vermunt（1997）によって提案されている離散時間多項ロジットモデルに潜在クラスを導入する方法が推奨されている（山口 2002)。

```
17 est store m2
18
19 #delimit;
20 logit des2 f1-f3 b1.panel b2.educ7 b2.occu_6 i.coresi smam02s
21 lnwage i.wagem2 b3.marint z2
22 ;
23 # delimit cr;
24 est store m3
25
26 est tab m1 m2 m3, star(.10 .05 .01) stats(N ll chi2 df_m) b(%9.4f)
```

上記のコマンド例においては、1 行目から 5 行目においては、結婚か脱落が生起したレコードのみに対して、脱落を 0、結婚を 1 とした場合のロジットモデルを行っている。ここで従属変数である des1 とは、結婚が起きた場合に 1、脱落もしくは未婚状態にある場合に 0 をとるダミー変数である。3 行目の if 以降のコマンドでは、結婚か脱落が生起したレコードのみに分析サンプルを限定している。des という変数はイベントの生起状態を表す変数で、これが 0 である時は未婚、1 である時が結婚、2 である時が脱落を表している。そのため、結婚か脱落が起きたレコードのみを選択している分析に用いている。

6 行目のコマンドでは推定結果をあとで呼び出せるように、「m1」という名前でメモリー内に保存している。

8-10 行目のコマンドでは、結婚対脱落のロジットモデルの予測値から $z_1(t)$ ならびに $z_2(t)$ を作成し、変数として保存している。9 行目、10 行目がそれぞれ（2）式と（3）式に対応している。

12-16 行目では、$z_1(t)$ を用いた結婚の SURF モデルが、19-23 行目では $z_2(t)$ を用いた脱落の SURF モデルが行われており、それぞれ m2、m3 というモデル名で推定結果を保存している。ここで用いられている従属変数の des2 は、結婚か脱落のいずれかが起きた場合を 1、未婚状態にある場合を 0 とするダミー変数である。したがって、両モデルの回帰係数は、$z_1(t)$ をモデルに含むか $z_2(t)$ をモデルを含むかによって、異なる値を示すことになる。

最後の 26 行目では、これまで保存した推定結果を呼び出し、テーブル形式で表示している。stat() において表示するモデル統計量などを細かく指定できるが、ここでは統計的有意水準を示す星マーク、パーソン-イヤー数、Loglikelihood、カイ 2 乗値、モデル自由度を表示する。また、推定値は回帰係数 b とハザードオッズ比 exp(b) のどちらで表示するのかを選べるが、前述のよう SURF モデルにおける exp(b) は、離散時間ロジットにおける exp(b) とは同義に解釈できないことから（山口 2002）、ここでは回帰係数 b を使用する。exp(b) で表示する場合は、コンマ以降に「eform」とタイプすればよい。また、b(%9.4f) では小数点以下 4 桁まで表示するように指定している。

4.6 成年者縦断調査への適用例

4.6.1 離散時間ロジットモデルと SURF モデルの比較

初婚ハザード確率に関する離散時間ロジットモデルならびに 2 段階推定による SURF モデルの推定結果を表 1 に示した。表 1 の 1 列目は脱落を右センサリングとして扱った通常の離散時間ロジットモデルの結果を示している。第 2 列目以降は、SURF モデルの推定結果となる。第 2 列目は SURF モデルの第 1 段階推定である結婚対脱落のモデルになる。第 3 列目と第 4 列目は SURF モデルの第 2 段階推定の結果で、それぞれ初婚のハザード確率と脱落のハザード確率を推定している。z_1 ならびに z_2 の係数値は、0.611 で一致しており、0 以上 1 未満の数値であることから、SURF モデルが成功裏になされたことが分かる。また、この値は統計的有意水準 5% で 0 とは異なり、10 %で 1 とは異なる値であることから、結婚と脱落の誤差項の間には 0.63（$=1\text{-}0.611^2$）の正の相関があると推定される。ここでは、第 1 列目と第 3 列目の結果を比較することで、脱落と結婚の生起過程における相関を無視した場合とこれを統制した場合とで結果がどのように異なるのかをみてみよう。

z_1 と z_2 の係数が 1 である、つまり IIA が仮定できるという帰無仮説は、統計的有意水準 10 %でかろうじて棄却できるという水準であるものの、第 1 列目と第 3 列目の分析結果の解釈は質的に大きく異なるものとなっている。その理由については、ここでは結婚と脱落の非観察要因の相関に時間的な変化がないものと仮定した分析を行っているが、実際にはこれらの相関に時間による変化があるためと思われる。この仮定からの逸脱は、時間固定変数のパラメーター推定には影響を与えないが、時間依存変数のパラメーター推定には何らかのバイアスがかかっている可能性を示唆する (Hill et al. 1993)。

年次の効果をみると、通常の離散時間ロジットモデルでは 2005 年以降結婚が生起しやすくなっていることを示しているが、SURF モデルの結果は、これは調査回数が進むごとに脱落が減少することによってもたらされる見せかけの効果であることを示している。脱落が後半の調査で起きにくくなる傾向を統制すると、2002 年から 2007 年までの期間における結婚の期間効果は認められない。学歴の影響についてみると、高卒女性と比べて、短大専門学校卒の女性の初婚ハザードは、離散時間ロジットモデルでは有意に異ならないが、SURF モデルでは 1 %水準で有意に高いとの結果を得ている。

また、親との同別居が結婚に与える影響が両者では大きく異なっている。離散時間ロジットモデルでは親との同別居は結婚に対して全く有意な影響を与えていないが、SURF モデルでは両親と同居している女性は、親から独立している女性に比べて結婚のハザード率が有意に低いことが示されている。また、居住都道府県の SMAM の影響は離散時間ロジットモデルでは負の影響を与えており、1 %水準で有意であるが、SURF モデルではその影響が有意とはなっていない。年間勤労所得の影響については、SURF モデルでは弱まっているが有意性は 1 %に保たれている。しかし、年間勤労所得不明ダミーの影響が SURF モデルでは有意ではなくなっている。これらの結果は、各共変量の影響についての解釈が、どちらのモデルを使用するかで大きく異なる可能性を示している。

表 1 女性の初婚ハザード確率に対する
離散時間ロジットモデルならびに SURF モデルの推定結果

	離散時間ロジットモデル		SURFモデル	
	(1)	(2)	(3)	(4)
	結婚ハザード	結婚(対:脱落)	結婚ハザード	脱落ハザード
	b	bi	b1	b2
年齢スプライン				
20-25歳	0.194 ***	0.180 ***	0.120 **	0.011
25-30歳	0.087 ***	0.054 **	0.076 ***	0.043 ***
30-39歳	-0.120 ***	-0.076 ***	-0.104 ***	-0.057 ***
年次(対:2002-03年)				
2003-04年	0.072	0.097	0.059	0.000
2004-05年	0.137	0.357 ***	0.053	-0.165 ***
2005-06年	0.153 *	0.399 ***	0.001	-0.243 ***
2006-07年	0.213 **	0.419 ***	0.070	-0.186 ***
学歴(対:高校卒)				
中学校卒	-0.007	0.036	0.076	0.054
短大・専門学校卒	0.088	0.142 *	0.147 ***	0.060
大学・大学院卒	0.220 ***	0.323 ***	0.292 ***	0.095 *
職業(対:中小企業雇用)				
大企業雇用	-0.151	-0.266 **	-0.114	0.048
専門・技術職	0.173 **	0.208 *	0.074	-0.053
自営・家従・会社役員	0.033	-0.039	0.105	0.128
非正規雇用	0.012	-0.109	0.031	0.098 **
無職	0.097	-0.218	0.155 *	0.288 ***
学生	-0.549 ***	-0.651 ***	-0.345 *	0.053
不明	0.209 *	0.014	0.217 ***	0.209 ***
親との同別居 (対:親と別居)				
両親と同居	0.010	0.690 ***	-0.432 ***	-0.854 ***
片親と同居	0.110	0.707 ***	-0.287 *	-0.719 ***
不明	0.044	0.248 *	-0.154 *	-0.305 ***
居住都道府県のSMAM-28	-0.287 ***	-0.450 ***	-0.158	0.117 ***
Ln(年間勤労所得)	0.228 ***	0.186 ***	0.155 ***	0.042
年間勤労所得不明ダミー	-0.401 ***	-0.705 ***	-0.156	0.274 ***
年間勤労所得ゼロダミー	-0.653 ***	-0.559 **	-0.522 ***	-0.181
定数	-4.854 ***	-2.924 ***	-3.327 ***	-1.540 ***
z1*1			0.611 *	
z2*1				0.611 *
person-year数	26843	4942	26843	26843
カイ2乗値	332.822	471.8969	496.6502	496.6502
自由度	24	24	25	25

* p<.1; ** p<.05; *** p<.01
*1: *z1*および*z2*においては、係数が1と有意に異なるか否かの検定を行い、p値を算出した。

4.6.2 離散時間多項ロジットモデルと SURF モデルの比較

次に、結婚と脱落のハザード確率に対する離散時間多項ロジットモデル（IIA モデル）と SURF モデルの推定結果の比較を表 2 に示した。対象とするイベントと競合するイベントのハザード確率が無視できるほど小さくない場合には、競合イベントをセンサリングとして扱うよりも、多項ロジットモデルによる競合リスクモデルを適用する方が理想的である。しかし、離散時間多項ロジットモデルでは、競合するイベント間で非観察要因に相関がないことを仮定している（IIA の仮定）。ここでは、この IIA の仮定が満たされない場合（z_1 と z_2 が統計的に有意に 1 よりも小さく、0 よりも大きい場合）に分析結果にはどのような違いがもたらされるのかを示す。

表 2 をみると、IIA モデル（離散時間多項ロジットモデル）の結果は、表 1 の離散時間ロジット

モデルに非常に近いものとなっている。そのため、SURF モデルと比較すると、離散時間ロジットモデルの結果と比較した場合とほぼ同じような相違がみられる。ただし、脱落の推定モデルにおいては、IIA モデルと SURF モデルで非常に近い結果が得られている。したがって、やはり離散時間多項ロジットモデルを用いたとしても、結婚と脱落の非観察要因に相関がある場合には、モデルの選択が結婚要因の推定結果の質的解釈に大きな影響を与えることが示唆される。

表 2 女性の初婚ハザード確率に対する
離散時間多項ロジットモデル（IIA）ならびに SURF モデルの推定結果

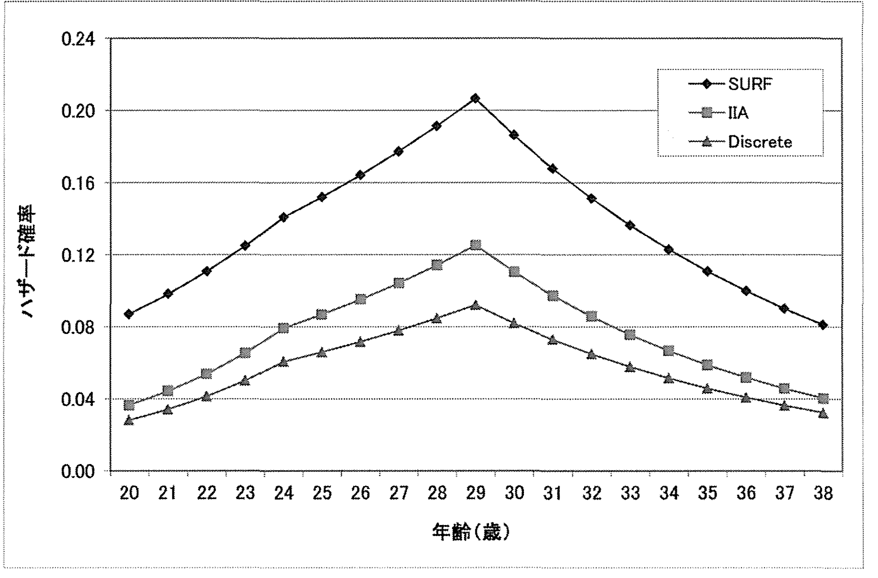
	IIAモデル				SURFモデル			
	(1) 結婚 β1		(2) 脱落 β2		(3) 結婚 b1		(4) 脱落 b2	
年齢スプライン								
20-25歳	0.194	***	-0.001		0.120	**	0.011	
25-30歳	0.091	***	0.034	***	0.076	***	0.043	***
30-39歳	-0.126	***	-0.046	***	-0.104	***	-0.057	***
年次(対:2002-03年)								
2003-04年	0.071		-0.001		0.059		0.000	
2004-05年	0.111		-0.186	***	0.053		-0.165	***
2005-06年	0.114		-0.296	***	0.001		-0.243	***
2006-07年	0.180	*	-0.239	***	0.070		-0.186	***
学歴(対:高校卒)								
中学校卒	0.004		0.077		0.076		0.054	
短大・専門学校卒	0.098		0.076	*	0.147	***	0.060	
大学・大学院卒	0.235	***	0.114	**	0.292	***	0.095	*
職業(対:中小企業雇用)								
大企業雇用	-0.144		0.061		-0.114		0.048	
専門・技術職	0.160	*	-0.097		0.074		-0.053	
自営・家従・会社役員	0.052		0.153		0.105		0.128	
非正規雇用	0.025		0.104	*	0.031		0.098	**
無職	0.139		0.298	***	0.155	*	0.288	***
学生	-0.540	***	0.071		-0.345	*	0.053	
不明	0.238	**	0.204	**	0.217	***	0.209	***
親との同別居 (対:親と別居)								
両親と同居	-0.146		-0.945	***	-0.432	***	-0.854	***
片親と同居	-0.029		-0.798	***	-0.287	*	-0.719	***
不明	-0.019		-0.345	***	-0.154	*	-0.305	***
居住都道府県のSMAM-28	-0.264	***	0.154	***	-0.158		0.117	***
Ln(年間勤労所得)	0.230	***	0.013		0.155	***	0.042	
年間勤労所得不明ダミー	-0.346	***	0.336	***	-0.156		0.274	***
年間勤労所得ゼロダミー	-0.671	***	-0.121		-0.522	***	-0.181	
z1*1					0.611	*		
z2*1							0.611	*
定数	-4.625	***	-1.446	***	-3.327	***	-1.540	***
person-year数	26843				26843		26843	
カイ2乗値	974.5784				496.6502		496.6502	
自由度	48				25		25	

* p<.1; ** p<.05; *** p<.01
*1: *z1*および*z2*においては、係数が1と有意に異なるか否かの検定を行い、p値を算出した。

4.6.3 モデル予測値における相違

最後に、モデルから推定されるベースライン・ハザードや累積生存確率にどのような違いがみられるのかについて考察する。

図 1 SURF モデル、IIA モデル、離散時間ロジットモデルによる
結婚のベースライン・ハザード確率の予測値 *



* 年間勤労所得が 300 万円で、年齢を除く他の共変量がすべて基準カテゴリーである場合。

図 1 は、SURF モデル、IIA モデル、離散時間ロジットモデルによる結婚のハザード確率の予測値を示している。離散時間ロジットモデルでは、結婚のベースライン・ハザード確率が最も低く推定されている。これは、結婚と脱落の生起過程に相関があり、独立とはみなせないにも関わらず、脱落を右センサーとして扱うことによって、回帰係数にバイアスが生じているためである。IIA モデルにおいては、これが若干軽減されているものの、SURF モデルで推定される値よりは依然として低い値を示している。

図 1 を累積生存確率によってみたものが、図 2 である[*6]。各累積生存確率は、Curde Mar が離散時間ロジット、Net Mar (IIA) が IIA モデル、Net Mar (SURF) が SURF モデルに対応している。また、Crude M&A は、結婚か脱落のいずれかが生起するハザード確率をもとに算出された累積生存確率を示す。39 歳時における累積生存確率は、それぞれ 32%、25%、9%、0.4% となっている。

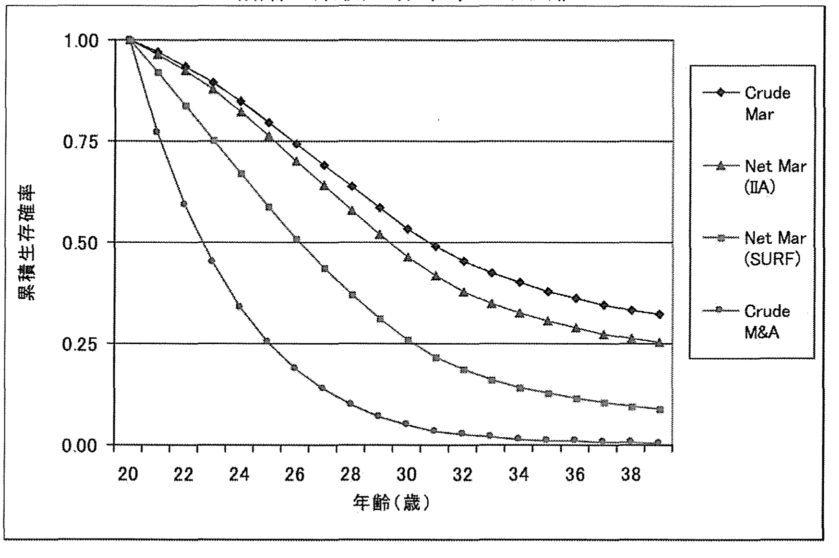
図 2 の中で最も高い生存曲線を描いている Crude Mar は未婚をベースとして結婚を減少要因とした単要因減少の生存確率と考えることができる。一方、最も低い生存曲線を描く Crude M&A は、未婚をベースとして結婚と脱落を減少要因とした多要因減少の生存確率と捉えることができる。また、これらに挟まれた 2 本の生存曲線である Net の生存確率は、脱落という選択肢がないと仮定した場合における結婚の生存確率を示している。Net Mar(SURF) と Net Mar(IIA) で異なる値が得られるのは、脱落した女性が結婚と未婚のどちらに分類されるかについての扱いが、両モデルで異なるためである (Hill et al. 1993)。IIA モデルでは、ほとんどの脱落サンプルを未婚状態とみなしている。なぜならば、IIA モデルにおいては、結婚と脱落は全く異なるイベントである

[*6] SURF モデルの生存確率の算出方法は、通常の離散時間モデルとは異なる。詳しくは Hill 等 (1993) を参照されたい。

と仮定されており、脱落サンプルが結婚と未婚のどちらに分類されるかは、非脱落サンプルにおける結婚と未婚の割合に応じて決定されている。データでは非脱落サンプルの 94% が未婚状態にあるため、脱落のほとんどが未婚と分類されている。そのため、Net Mar(IIA) と Crude Mar は非常に近い値を示している。一方、SURF モデルによる生存曲線は、Crude Mar と Crude M&A の中間くらいに位置している。これは、SURF モデルでは、IIA モデルに比べて、より多くの脱落サンプルが結婚として扱われているためである。これは非観察要因に関する限り、結婚と脱落が類似したイベントであり、モデルでは脱落サンプルの約 6 割（r=0.63）が脱落しなければ結婚していたと推定されているためである。

また、Crude M&A の生存曲線は、39 歳時における生存率がわずかに 0.4% であることを示している。このことは、パネル 1 からパネル 6 までに観察されたペースで結婚と脱落が生起すると仮定した場合、20 歳で調査に参加した未婚女性が 39 歳まで結婚も脱落も経験せずにいる確率が 0.4 %しかないことを意味する。

図 2 SURF モデル、IIA モデル、離散時間ロジットモデルによる
結婚の累積生存確率の予測値 *



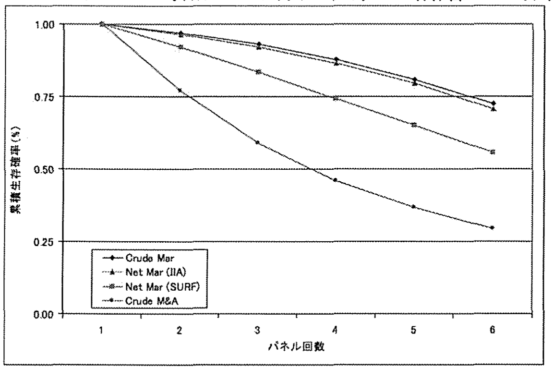
* 年間勤労所得が 300 万円で、年齢を除く他の共変量がすべて基準カテゴリーである場合。

ところで、これまで行ってきた結婚の分析では、パネル 1 からパネル 6 までの 5 年間の期間観察をあたかもコーホートの行動であるかのように解釈している点において、若干の注意が必要である。図 1 や図 2 の結果は、あくまで 6 年間の観察に基づく仮設コーホートの動きとして理解されるべきであろう。そのため、実際に 1968-82 年生まれのコーホートにおいて、39 歳時における未婚率が SURF モデルで推定されるように 9 %程度で収まるのか否かについては、本分析から結論を得ることができない。また、本分析では ρ がリスク期間を通じて不変であるとの仮定をおいているが、おそらくその仮定は正しいものではない。そのため、この仮定が満たされないことによるバイアスが、ここでの SURF モデルによる結婚の生存確率にどのような影響を与えているのかが解明されなければならない。そのためには、Hill が公開している SURF モデル専用のソフトウェア（脚注 3 を参照のこと）を使用して、ρ がリスク期間を通じて変化することを許容したモデルによ

る推定が必要であろう。

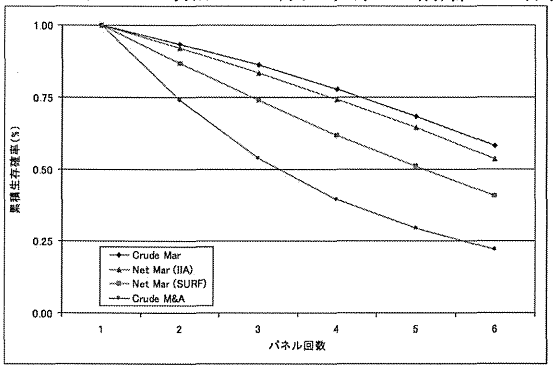
最後に、参考までに図 3-a から図 3-c では調査回数を時間軸として各モデルの累積生存確率を算出した。各年齢において、第 6 回調査までに約 75 %の未婚サンプルが結婚あるいは脱落によって失われていることは注目に値する。また、図 2 で確認されたように、Crude Mar と Net Mar(IIA) との差は総じて小さいものの、Crude Mar と Net Mar(SURF) との間には 16-18% ポイントの非常に大きな差がみられる。したがって、離散時間ロジットモデルや IIA モデルを用いた結婚の分析では、回帰係数の解釈ならびにその予測値について質的・量的双方の観点から注意が必要である。

図 3-a. パネル 1 時点で 20 歳の女性の結婚の生存曲線



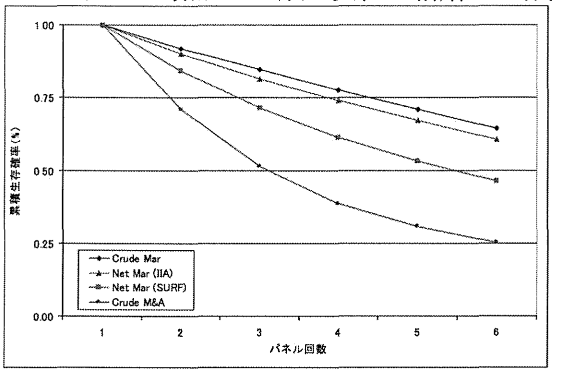
* 年間勤労所得が 300 万円で、年齢と年次を除く他の共変量がすべてゼロの場合。

図 3-b. パネル 1 時点で 25 歳の女性の結婚の生存曲線



* 年間勤労所得が 300 万円で、年齢と年次を除く他の共変量がすべてゼロの場合。

図 3-c. パネル 1 時点で 30 歳の女性の結婚の生存曲線



* 年間勤労所得が 300 万円で、年齢と年次を除く他の共変量がすべてゼロの場合。

<付記>

Hill 等（1993）の原典においては、単身者（single）が同棲あるいは結婚するか否かの競合リスクモデルを例としている。そこでは結婚ではなく、同棲に至るモデルのパラメーター推定が主な関心として論じられている。そのため、Hill 等の論文における同棲と結婚は、本稿における結婚と脱落にそれぞれ対応する。

Hill 等の解説においては、z_1 の値として本文中にある（4）式、つまり z_2 の値を用いている。そのため、第 2 段階推定式において推定されるパラメーターのうち、第 1 段階推定式にも使用された説明変数の回帰係数は、同棲ではなく、結婚を選択するモデルのパラメーターとなっている（本稿でいうならば、結婚ではなく脱落モデルのパラメーター）。

SURF モデルでは、競合する 2 つのイベントのモデルにおいて、β_{1k}（同棲モデルの回帰係数）と β_{2k}（結婚モデルの回帰係数）の間に以下の式が成り立つ（Hill et al. 1993, p. 270, ll. 19-21)。

$\beta_{1k}=\rho b_k+\beta_{2k}$

$\beta_{2k}=-\rho b_k+\beta_{1k},$

（いずれも、第 1 段階推定において、同棲を 1、結婚を 0 とした場合。本稿では、結婚を 1、脱落を 0 とした場合。なお、β_{2k} の変換式については筆者による追記。)

そのため、上記の変換式をつかって、結婚モデルの回帰係数から同棲モデルの回帰係数を計算している（Hill et. al. 1993, p. 269, ll. 9-12)。

Hill 等（1993）によると、このような方法で推定された β_{1k} については標準誤差が分析では算出されない。そのため、各共変量の統計的有意性についての検定を行うためには、検定したい変数を②および④から除いて推定したモデルとこれを含めたモデルで Log-likelihood を比較して、尤度比検定（Log-likelihood ratio test）を行う必要があるという。

しかし、この方法は間接的で、モデルに多数の説明変数がある場合などはとても煩雑である。さらに、上記の方法で尤度比検定を行うと、各変数の回帰係数は結婚と脱落のそれぞれのモデルで異なるにもかかわらず、その P 値が全く同じとなってしまうという問題が生じる。説明変数の統計的有意性の検定について、なぜ上記のような記述がされているのか、どのような条件で尤度比検定を行えば結婚と脱落のそれぞれのモデルで正しい P 値が得られるのかについては、論文から理解することができなかった。

一方、山口（2002）では z_1 の値として本文中の（4）式ではなく（3）式を用いている。この場合、分析において直接的に回帰係数 β_{1k} が推定される。したがって分析後に上記のような回帰係数の再計算を行う必要は無い。また、モデルにおいて回帰係数の標準誤差や P 値も直接推定されるため、尤度比検定などを行う必要もない。つまり、Hill 等（1993）によって解説されている（4）式を（3）式に入れ替えることにより、直接的に対象とするイベントのモデル推定値を得ることができるのである（！)。したがって、本稿では Hill 等（1993）によるオリジナルの方法ではなく、山口（2002）により改良された方法を採用した。

なお、第 1 段階推定式に使用せず、第 2 段階推定式においてのみ使用される変数については、結婚と脱落の双方に同じ影響を与えていると仮定される。そのため、結婚と脱落のどちらのモデルに

おいても、その回帰係数は同一となる。これは両モデルで $\beta_{1k}=\beta_{2k}$ の制約を与えているに等しい (Hill et al. 1993, p. 270, footnote 23)。一方、第1段階方程式で用いた変数は、すべて第2段階方程式で用いる必要がある。そうしないと結婚モデルと脱落モデルで ρ の値が異なってしまい、SURFモデルが成功裏に行われない。また、同様の理由により、2段階推定による方法では、各競合イベントについて(例えば、同棲と結婚もしくは結婚と脱落)説明変数が異なるモデルを設定することはできない。

Hillが公開しているSURFモデルのソフトウェア (Turbo Pascal compilerとDOS-base PCを使用) [3] を用いると、ρ が時間とともに変化するモデルや、各競合イベントについてまったく異なるモデルを設定するなどの、より柔軟なモデルを構築することができるようであるが (Hill 1997)、残念ながら、筆者はまだその適用にまでは至っていない。

参考文献

Allison, Paul D., 1982. "Discrete-Time Methods for the Analysis of Event Histories", *Sociological Methodology*, 13: 61-98.

Hill, Daniel H., 1997. "Adjusting for Attrition in Event-History Analysis" Sociological Methodology 27: 393-416.

Hill, Daniel H., William G. Axinn, and Arland Thornton, 1993. "Competing Hazards with Shared Unmeasured Risk Factors" *Sociological Methodology* 23： 245-77.

Macfadden, D., 1981. "Economic Models of Probabilistic Choice" in *Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*, edited by C. M. Manski and D. McFadden, Cambridge, Mass: MIT Press.

Vermunt, J. K., 1997. *Loglinear Models of Event Histories.* Thousand Oaks, CA: Sage.

坂本和靖, 2006, 「サンプル脱落に関する分析：「消費生活に関するパネル調査」を用いた脱落の規定要因と推計バイアスの検証」, 『日本労働研究雑誌』, 第551号, 55-70ページ。

山口一男, 2002, 「イベントヒストリー分析 (14)」, 『統計』, 2002年10月号, 66-71ページ。

第 5 章

固定効果・ランダム効果モデル

本章では、パネルデータ分析の基本的な分析手法である固定効果・ランダム効果モデルについて、統計解析ソフト R による実行例を見ながら統計学的理論を解説し、数値解析例を示すとともに、出生児縦断調査への適用例を紹介する[*1]。

5.1 通常の線形回帰モデル

5.1.1 理論編

いま、N 個の個体を $i=1,\cdots N$ で表す。変数としては、被説明変数 y_i と、これに対する K 種類の説明変数 $X_i' = \begin{bmatrix} x_{1i} & x_{2i} & \cdots & x_{Ki} \end{bmatrix}$ を考える。このとき、定数項を α、定数項以外の回帰係数を $\beta' = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_K \end{bmatrix}$、誤差項を u_i として、回帰式は、

$$y_i = \alpha + X_i'\beta + u_i \quad i=1,\cdots N$$

と書くことができる。

以下、単純化のため、説明変数が一つ、すなわち、$K=1$ のケースを考える。この場合、上の式は、

$$y_i = \alpha + x_i\beta + u_i \quad i=1,\cdots N$$

となる。

ここで、残差の平方和が最小になるようにパラメータ α、β を決定するのが最小二乗法 (OLS) である。OLS 推定量は、以下のような仮定の下で、他のいかなる線形推定量よりも分散が小さくなるというよい性質 (BLUE) を持つ (Gauss-Markov の定理)。

1. u の期待値が 0 ($E(u)=0$)
2. u の分散は均一で、$i \neq j$ について、u_i と u_j は無相関 ($E(uu')=\sigma^2 I$)
3. u は説明変数 x と無相関 ($E(xu')=0$)

[*1] 本章の内容については、Balatagi (2005)、Croissant and Millo (2008)、北村 (2005)、樋口美雄 [等] (2006) を参考にしている。

α、β の OLS 推定量を $\hat{\alpha}$、$\hat{\beta}$ と書くと、

$$\hat{\beta} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \bar{x}\hat{\beta}$$

となる。ただし、$\bar{x}$, $\bar{y}$ は x,y の平均値、σ_x^2, σ_{xy} は x の分散と、x,y の共分散である。また、

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

である。