

201101020A

厚生労働科学研究費補助金

政策科学総合研究事業

公的年金の直面する要検討課題に対する理論・実証研究

平成 23 年度 総括・分担研究報告書

研究代表者 竹原 均

平成 24 (2012) 年 3 月

目 次

I. 総括研究報告

公的年金の直面する要検討課題に対する理論・実証研究	1
竹原 均	

II. 分担研究報告

1. 賃金変化率が資産期待収益率に与える効果	9
大森孝造, 米澤康博	
2. デフォルト確率推定のハイブリッドアプローチ	29
森平爽一郎	
3. アクティブ・ファンドの運用パフォーマンス持続性の検証	55
竹原 均	
4. Speed of Trade and Liquidity	77
宇野 淳, 柴田 舞	
5. Stock Ownership Structure and Corporate Social Performance: Evidence from Japan	107
首藤 恵, 竹原 均	
6. Family Businesses and Corporate Social Performance: An Empirical Study of Public Firms in Japan	145
青井倫一, 浅羽 茂, 場久保田敬一, 竹原 均	

厚生労働科学研究費補助金（政策科学総合研究事業）
総括研究報告書

公的年金の直面する要検討課題に対する理論・実証研究

研究代表者 竹原 均
早稲田大学大学院ファイナンス研究科教授

研究要旨

本研究課題では、公的年金制度について、基本ポートフォリオの策定、積立金運用リスク管理、投資家行動が株価形成に与える影響、株式所有構造と企業の社会的パフォーマンス (Corporate Social Performance) といった複数の側面から研究を実施した。平成 23 年度は予定された計画期間(平成 22～24 年度)の 2 年目にあたる。ここでは初年度の研究により明らかとされた重点的に分析すべき事項を念頭に置き、理論、ならびに実証研究を実施した。

A. 研究目的

公的年金制度の安定・持続が、国民にとって最も重要な社会目標であることは言うまでもない。しかしながら公的年金積立金の運用・リスク管理に関して、ファイナンス理論と精緻な実証分析に基づき、公正、かつ高齢化社会の急速な進行を考慮した実践的な政策提言を行なえる研究組織はこれまで存在しなかった。我々は公的年金制度が直面する問題について積立金の運用に限定しない多面的な研究を実施し、その研究成果を社会へと還元する過程において、公的年金積立金の運用・リスク管理に関して政策提言が可能な実務家・研究者ネットワークの形成を目指す。

B. 研究方法

公的年金制度が直面する問題は公的積立金の運用、およびそのリスク管理に限定されるものではない。本研究課題では

- (1) 公的年金積立金の運用・リスク管理に関する研究
- (2) 株式所有構造が株価形成・流動性に与える影響の分析
- (3) 年金投資家と企業の社会的責任(CSR), 社会的責任投資(SRI)

の 3 つの視点から研究を実施した。研究組織の構成員は、各自の専門領域に応じて、いずれか一つの研究を実施している。結果として、23 年度内に論文として取りまとめたものは以下の 6 編である。(研究分担者はすべて早稲田大学大学院ファイナンス研究科教授。)

第 1 章.

大森孝造 (研究協力者, 中央三井アセット信託銀行),

米澤康博 (研究分担者)

「貸金変化率が資産期待収益率に与える効果」

第 2 章.

森平爽一郎 (研究分担者)

「デフォルト確率推定のハイブリッドアプローチ」

第 3 章.

竹原 均 (研究代表者)

「アクティブ・ファンドの運用パフォーマンス持続性の検証」

第 4 章.

Jun Uno (研究分担者), Mai Shibata

“Speed of Trade and Liquidity”

第 5 章.

Megumi Suto (研究分担者), Hitoshi Takehara (研究代表者)

“Stock Ownership Structure and Corporate Social Performance: Evidence from Japan”

第 6 章

Michikazu Aoi, Shigeru Asaba, Kubota Keiichi (研究協力者), Hitoshi Takehara (研究代表者)

“Family Businesses and Corporate Social Performance:

An Empirical Study of Public Firms in Japan”

上記 6 編の論文のうち, 分担研究報告書の 1~3 章が(1)の年金積立金の運用・リスク管理に関する研究, 4 章が(2) 株式所有構造と株価形成・流動性, そして 5, 6 章が (3) 年金投資家と Corporate Social Performance に関する研究に対応している.

また分担研究計画書においては報告していないものの, 報告書第 2 章の内容に関連して株式個別銘柄のデフォルト距離(債務不履行確率)の推定結果をデータベース化した他, 第 3 章に関連して各種流動性指標データベースの構築を行った. また 5, 6 章の研究の実施に先立って, (3)に関連して東洋経済新報社による企業の社会的責任に関する質問票調査を主たるデータソースとして, 雇用, 社会貢献, 製品安全性・リスク管理, 内部統制, 環境保護の 5 分野から構成される Corporate Social Performance Index を独自に開発した.

なお本研究課題の実施においては, その性格上, 倫理面について配慮すべき事項はない.

C. 研究結果, および結論

研究計画期間の2年目である平成23年度においては, 年金積立金管理運用独立行政法人による公的年金積立金の資産運用, および同法人の行動が資本市場と企業活動に与える影響について, 理論と実証研究を並行的に実施した。

最初に, 大森・米澤論文(第1章)では, 賃金上昇率と金利, 株式リターンとの関係について2期間モデルを用いて解明することを試みている。公的年金積立金の運用基本ポートフォリオの策定においては, 年金財政の安定化を前提として, 積立金運用利回りが賃金上昇率を一定程度上回ることが制約条件として課されていた。つまり市場運用により賃金水準変化リスクをヘッジ可能であることが仮定されていたわけであるが, 賃金上昇率と金利, 資産収益率の三者間の関係は, 既存研究において十分に明らかにされていたわけではない。シンプルな2期間モデルに基づく分析であるとしても, 賃金上昇時において, 企業の収益性が同時に上昇していれば期待株式リターンも連動して上昇すること, 一方で, 金利は所得平準化効果により期待株式リターンほどには上昇しないことを明らかとしたことの意義は大きい。また同論文第6節では, 年金資産運用リスク管理の一手法となりつつある Liability Driven Investment (LDI) が資本市場における均衡にいかなる影響を与えるかについて理論的な分析を試みている。¹

大森・米澤論文が, 公的年金積立金の運用における基本ポートフォリオの策定を分析対象にしたのに対して, これに続く森平論文(2章), 竹原論文(3章)は, アクティブ運用における信用リスク管理とマネージャー・スキルの持続性の問題を取り扱っている。

森平論文(2章)では, 企業の債務不履行(デフォルト)確率の推定方法として代表的な, 「統計アプローチ」, 「構造型アプローチ」, 「誘導型アプローチ」の3種類について, それらを統合した「ハイブリッドアプローチ」を提案している。年金資産の運用に際しては, その投資対象が上場企業に限定されるのが通常であることから, 中小企業向け銀行融資などと異なり, 同じ信用リスクを考慮した投資であるにも関わらず, 担保・融資保証によって信用リスクの一部をヘッジすることは不可能である。このため投資先企業の破綻にともなうデフォルト発生時の損害率は極めて大きなものにならざるを得ず, 2008年のリーマンショック時の我が国の上場企業のデフォルトによる資産運用成果の急激な低下はそうしたリスクの顕在化の一例であると言える。同論文で提案されたモデルを用いたデフォルトリスク期間構造の推定が, リスク管理をさらに精緻であり, かつ有効なものへと引き上げる可能性が示唆されており, またストレステストなど実務上の応用に言及した3.5節での議論は興味深い。

続く竹原論文(3章)は, 株式アクティブ運用におけるマネージャー・スキルの持続性について議論を行っている。竹原は平成22年度研究報告書において, アクティブ・フ

¹ なお研究分担者である米澤は本研究課題に関連して, 「年金運用のアセットアロケーション」, 『みずほ年金レポート』2012年3,4月号, 「新春鼎談」, 『週間年金実務』, 2012年1月号, 等に寄稿し, 研究成果の実務界への積極的な還元を図っている。

ァンドにおける純資産額の増大が、プライス・インパクトを含めた広義の取引コストの上昇を介して、結果として運用パフォーマンスを大幅に低下させていることを実証的に示した。そして、そこで議論されたアクティブ運用における「規模の不経済」を理由として、年金積立金管理運用独立行政法人の国内・海外株式アクティブ運用からの超過リターンは期待できないとする結論を述べている。平成 23 年度に実施した研究は、前年度の研究の延長線上に位置するものであり、仮に超過リターン(アルファ)が記録されたとして、それが将来も持続するののかについて検証を行っている。実証の結果、トラッキングエラー(対ベンチマーク超過リターン)、あるいは CAPM を前提としたジェンセン・アルファはマネージャー・スキルの測定とはなっておらず、現行の定量的マネージャー評価手法は不適切であることを示した。また仮に Fama and French (1993)の 3 ファクターモデル等により、マネージャー・スキルをより正確に測定できたとしても、スキルの持続性はそれほど強くはないことを実証結果から明らかとしている。平成 23, 23 年度の研究からすれば、年金積立金管理運用独立行政法人の株式アクティブ運用を正当化する実証的な根拠は存在しないと言える。

第 1~3 章が年金積立金の運用・リスク管理に関する研究であったのに対して、宇野・柴田論文(第 4 章)は投資家行動が市場に与える影響について分析を行っている。年金積立金管理運用独立行政法人による年金給付のための積立金取り崩し(キャッシュアウト)は、平成 23 年度中においては過去最大となる 8 兆 8711 億円が予定されており、基本ポートフォリオの維持のためには国内・海外株式の売却を行わざるを得ない。一方で 2010 年 1 月 4 日の東京証券取引所における新取引システム Arrowhead の稼働以降、東証においても高頻度取引(High Frequency Trading, HFT)が売買に占める割合が上昇しており、株価形成そのものに変化が生じているとも言われる。宇野・柴田論文は、Arrowhead 稼働後の価格発見の変化について、ティックデータを使用した実証分析を実施した。そこで得られた結果は、キャッシュアウトにおけるコストの低減、株式投資におけるリスク管理上の示唆に富むものであると言える。

最後に首藤・竹原論文(第 5 章)、および青井・淺羽・久保田・竹原論文(第 6 章)は、投資家行動と企業の社会的パフォーマンス(Corporate Social Performance, CSP)との関係について分析したものである。カリフォルニア州職員退職年金基金(The California Public Employees' Retirement System, CalPERS)に代表される米国の年金基金が、いわゆる「もの言う投資家」の代表格として加入者利益の保護を目的として、企業の経営への介入も辞さないのに対して、年金積立金管理運用独立行政法人の場合には、「管理運用方針」においてコーポレート・ガバナンスの重要性を指摘するも、実際には議決権行使状況について運用機関に報告を求めているに過ぎない。

首藤・竹原論文(第 5 章)では、雇用、社会貢献、製品の安全性・企業情報セキュリティ、内部統制・リスク管理、環境保護の 5 分野について、独自の評価インデックスを開発し、それらを用いて株式所有構造と CSP との関係について分析を行った。結果として、海外法人による株式保有の増加が企業の CSP を高めるのに対して、年金基金を含む国内法人の株式

保有の増加はCSPの上昇にはつながっていないことを明らかとした。

青井・浅羽・久保田・竹原論文(第6章)は、CSPの評価としては首藤・竹原論文が開発したCSPインデックスを使用しているものの、株式所有構造の中でも、特に創業家持株比率とCSPとの関係について焦点を当てて検証している。平成23年度においては、大王製紙事件を契機として、同族経営のメリット、デメリットが議論され、むしろデメリットの方が多いのではという印象が強かったように思われる。実際に第6章での結果として、創業家持株比率が高いほど企業のCSPは低く、その傾向は企業規模等を制御した後でも変わらなかった。この結果は議決権行使のあり方について、一石を投じるものであろう。²

D. 健康危険情報

本研究課題は、政策科学総合研究事業として採択されており、公的年金制度に関する複数の理論・実証研究群から構成された。このため日本国民の生命、ならびに健康に関連した。特記事項として、本研究課題に関連して記すべき事項は全くない。

E. 研究発表

報告書作成時点(平成24年5月)では、以下の6件。

竹原 均, 「株式アクティブ運用における規模の不経済: ファンド・キャパシティーと運用パフォーマンス」, 日本経営財務研究学会第35回全国大会, (2011年10月, 大阪市立大学).

Jun Uno, “Speed of trade and liquidity,” 15th Conference of the Swiss Society for Financial Market Research, (2011年12月, Sydney, Australia).

Megumi Suto, “Stock ownership structure and corporate social performance: Evidence from Japan,” 4th Global Accounting, Finance and Economics Conference, (2012年2月, Melbourne, Australia).

Hitoshi Takehara, “Family businesses and corporate social performance: An empirical study of public firms in Japan,” Southwestern Finance Association 2012 Annual Meeting, (2012年3月, New Orleans, U.S.A.).

Jun Uno, “Speed of trade and liquidity,” 15th Conference of the Swiss Society for Financial Market Research, (2012年3月, Zurich, Swiss).

竹原 均, “Family businesses and corporate social performance: An empirical study of public firms in Japan,” 日本経営財務研究学会東日本部会, (2012年3月, 桜美林大学)

竹原 均, 「日本株市場のトレンド変化とアクティブ・アルファ」, 早稲田大学ファイナンス研究センター・MPI ジャパン共催『ファンド・パフォーマンス分析の新潮流』, (2012年4

² なお第6章に関してのみ、日本学術振興会科学研究非助成事業・基盤(A)「同族企業の経営とガバナンス：経営財務行動と効率性・革新性の分析」(課題番号 21243029)との共同研究となっている。

月, 早稲田大学).

竹原 均, 「アクティブ・ファンドの運用パフォーマンス持続性の検証」, 日本ファイナンス学会第 20 回大会, (2012 年 5 月, 一橋大学).

F. 知的財産権の出願・登録状況

(記載すべき事項無し.)

賃金変化率が資産期待収益率に与える効果

大森孝造（三井住友信託銀行）

米澤康博（早稲田大学）

摘要

われわれは簡単な不確実2期間モデルを構築し、その下で賃金の上昇が安全利子率、国債利回り、および株式期待収益率に与える効果を比較静学的手法に則って分析した。その結果、次のことが明らかになった。賃金が増加する際に、収益性も上昇していれば株式期待収益率は連動して上がるが、金利は、所得を均す効果を通じて、株式期待収益率ほどにはあがらない。また、債券の存在も金利の変化を押さえる効果がある。国債は利子率を超える収益率は望めるのだが、それはリスク・プレミアムで賃金上昇率とは関係ないので、賃金上昇率変動のヘッジ機能は株式ほどには期待できない。

1. はじめに

本論文の目的は公的年金の運用において基本的な前提である「金融資産収益率は賃金上昇率をヘッジできるとする」の有効性を簡単な資産市場モデルを用いて理論的に分析することにある。公的年金運用の際の基本ポートフォリオはその期待（目標）収益率を「賃金上昇率+ α 」と設定して組成されている。それは α の水準はともかく、賃金上昇率とともにポートフォリオ収益率も高くなる（ヘッジ機能がある）ことが年金財政上必要であり、ポートフォリオ策定上、それが半ば前提とされている。このヘッジ機能は期待できるのであろうか。

他方、物価上昇に関してはある資産の収益率にヘッジ機能があるか否かはよく議論され、研究成果も多くある。そもそも経済上は実質収益率、あるいは実質金利が決まり、名目値はそれに期待物価上昇率を加えた水準に決まるとするような新古典派二分法的な考え方もある。それに対して賃金上昇率と金利、資産収益率との関係はそれほど簡単ではない。簡単な新古典派経済成長モデルをベースにハロッド中立的な技術進歩を考慮すれば賃金上昇率と資本利潤率との関係を導出することは可能である。しかしポートフォリオ策定を視野に入れる場合には少なくとも株式、債券、安全利子率の区別は必要不可欠であり、それらと賃金上昇率との関係を明らかにする必要がある。さらに最近ではハロッド中立的ではなくむしろヒックス中立的と同等な全要素生産性（TFP）の上昇による賃金上昇率、および資本利潤率の上昇を想定することが多い。改めてこれらの想定の下でヘッジ機能があるのか否かを確かめる必要がある。それを試みるのが本論文の目的である。

この目的のためには不確実性を明示的にモデルに組み込む必要がある。以下ではそのニーズに合っている大森・米澤（2012）のモデルをベースに分析を行う。第2節では年金財政上から公的年金運用の際の基本ポートフォリオはその期待（目標）収益率を「賃金上昇率+ α 」と設定して組成されている点に関して簡単に説明を補足する。第3節で大森・米澤モデルを再掲する。第4節では比較静学によって均衡解の特性を明らかにする。第5節では本論文の主目的である金融資産の対賃金上昇率ヘッジ機能を明らかにする。第6節では本論からやや外れて年金運用の一手法となりつつあるLDI（Liability Driven Investment）が資本市場均衡に及ぼす影響を与えるかを理論的に分析する。最後に簡単なまとめを行う。

2. 賃金上昇の年金財政に与える影響

そもそも公的年金積立金の運用において賃金上昇率の影響は大きい。他方、静学的な視点からもこの点が確認できる。 t 年の積立金残高を A_t とすると、その蓄積は

$$A_{t+1} = (1 + R_{t+1})A_t + C_t - P_t \quad (1)$$

と記すことができる。ここで R_t は t 年から $t+1$ 年までの積立金運用から得られる運用収益率、 C_t は t 年における保険料収入額、 P_t は t 年における年金給付総額である。簡単化のために一般会計からの財源は無視している。

Modigliani and Muralidhar(2004) に従って(1)式の両辺を t 年の賃金総額 $w_t N_t$ で除して書き換えると、

$$\begin{aligned} a_{t+1} &= \frac{(1 + R_{t+1})}{(1 + \pi_{t+1})(1 + n_{t+1})} a_t + c - p_t \\ &\approx (1 + R_{t+1} - \pi_{t+1} - n_{t+1}) a_t + c - p_t \end{aligned} \quad (2)$$

となる。ここで、 $a_t \equiv \frac{A_t}{w_t N_t}$ 、 π_t は賃金上昇率、 n_t は被用者数 N_t の伸び率である。また

$c \equiv \frac{C_t}{w_t N_t}$ は保険料率、 $p_t \equiv \frac{P_t}{w_t N_t}$ は平均的な給付比率である。 c は制度によって決まっ

ており、この率を上げることが難しい。 p も引退者数で除しているのであればその比率は制度によって決まっているので N が一定ならば最終的にも一定となるが、現役世代の人数と引退世代の人数が異なれば影響を受ける。現在の日本のように引退世代の人数が現役世代の人数に比して増加する場合にはこの比率は高くなる¹。

運用担当者にとって c, p が全く所与の場合、運用目標としては a を安定的に大きくすることしかない。具体的には $(1 + R - \pi - n)$ を安定的に最大化することである。 n は短期的には確定的な変数と見なせるので $(1 + R - \pi)$ の最大化を目指せばよい。あるいは a の実質収益率を一定にするには $(1 + R - \pi)$ を一定にすればよいので、その際には賃金上昇率が高い場合には運用収益率もその分高くする必要がある。

最適に運用された場合の $(1 + R - \pi)$ の一定期待値を $(1 + \bar{r})$ とおいて、(2)式を将来に向かって 100 年間で解くと

$$a_t = \frac{p_{t+1} - c}{1 + \bar{r}} + \frac{p_{t+2} - c}{(1 + \bar{r})^2} + \dots + \frac{p_{t+100} - c + a_{t+100}}{(1 + \bar{r})^{100}} \quad (3)$$

となる。これが 100 年間の年金財政を表す式 (制約式) であり、この \bar{r} が年金財政上の予定利率、すなわち年金財政上の必要運用収益率である。その際、 $a_{t+100} = p_{t+100}$ 、すなわち 100 年後の積立金は 1 年分の年金給付額相当と課している。平成 21 年再検証では $\bar{r} = 1.6\%$ と置かれており、年金財政上の実質予定利率は「賃金上昇率 + 1.6%」となっている。このような予定利率構造から、運用収益率は賃金上昇率をヘッジすることが期待されており、必

¹ c に関しては 2017 年までは徐々に上昇し、以降は 18.3% に固定化される。他方、一人当たり p は平均的な 40 年加入の場合には 21.9% となる。

要とされているのである。

3. 基本的なモデル

3.1. CARA 効用家計の最適化と市場均衡

大森・米澤モデルの紹介を行う²。ここでは証券の供給量は所与とし、2 期間（勤労期および引退期）生存する代表的な家計を一人考える。家計は今期期初に w_0 の所得があり、今期の貯蓄と消費 c_0 及び貯蓄の投資先を決定する。来期には貯蓄から得られたリターンを消費するが、それを c_1 とする。家計はそれぞれの消費に関して CARA 型効用関数を持つと仮定し、次の期待効用を最大するように行動する。

$$E[U(c_0, c_1)] \equiv -e^{-\alpha c_0} - E\left[\frac{1}{1+\rho} e^{-\alpha c_1}\right] \quad (4)$$

貯蓄は、無リスク資産、株式、債券に投資される。無リスク資産とは、期初に 1 を投資すると期末に $1+r$ の支払いが確実に行われる資産である。株式は期末の収益に不確実性のある資産である。

さらに、債券の期末ペイオフもリスクを持つとする。このリスクは、債券の満期が投資家の投資期間より先にあり、期末より先の利子率が変動するために生じる。よって、背景には代表的家計が半分重なり合って世代が進む重複世代モデルが想定されていることになるが、ここでは 1 期間の均衡に注目し、債券価格の変動は所与とする。すなわち、1 枚の株式および債券から得られる期末のペイオフを \tilde{X}_S, \tilde{X}_B とし、これらは

$\tilde{X}_S \sim N(\nu_S, \phi_S^2), \tilde{X}_B \sim N(\nu_B, \phi_B^2)$ であり、両者の相関は 0 とする。株式および債券の発行

量は 1 であるとし、期初におけるそれぞれの価格を S, B と表す。

無リスク資産、株式、債券への投資量をそれぞれ Y, x_S, x_B とすると、限界効用が正であることから、期初および期末の予算制約は、

$$\begin{cases} c_0 + x_S S + x_B B + Y = w_0 \\ c_1 = x_S \tilde{X}_S + x_B \tilde{X}_B + (1+r)Y \end{cases}$$

となる。この下で、(4)を最大にする家計の最適化の一階条件として、

$$-\alpha e^{-\alpha c_0} + \alpha \frac{1+r}{1+\rho} e^{-\alpha \left\{ E(c_1) - \frac{1}{2} \alpha V(c_1) \right\}} = 0$$

² 参考文献の大半は大森・米澤モデルを構築する際に参考にした論文である。

$$S = \frac{v_S - \alpha x_S \phi_S^2}{1+r}$$

$$B = \frac{v_B - \alpha x_B \phi_B^2}{1+r}$$

が得られる。効用関数の性質から2階の条件は満たされている。

市場均衡条件は

$$x_S = x_B = 1, Y = 0 \text{ および } S + B = w_0 - c_0$$

である。したがって市場均衡は、以下を満たす (c_0, S, B, r) である。

$$1+r = (1+\rho) \frac{e^{-\alpha c_0}}{e^{-\alpha \left\{ (v_S + v_B) - \frac{\alpha}{2} (\phi_S^2 + \phi_B^2) \right\}}} \quad (5)$$

$$S + B = w_0 - c_0 \quad (6)$$

$$S = \frac{v_S - \alpha \phi_S^2}{1+r} \quad (7)$$

$$B = \frac{v_B - \alpha \phi_B^2}{1+r} \quad (8)$$

3.2. 企業の最適資本ストック

前項では証券の供給量（ペイオフの大きさ）を所与としたが、その背後には発行者の活動があるはずである。ここでは、株式の供給量を決めるのは企業であるとし、企業の最適化行動を考える。一方、債券の発行は政府によって行われるとしよう³。すなわち債券は国債であるが、国債の発行は戦略的には行われずとして、引き続き外生変数とする。なお、発行枚数はいずれも変わらず1とする。

代表的企業が期初に株式発行によって資金を調達して投資を行い、期末には生産活動からの収益をすべて配当して企業は流動化されるとする。株式の期末配当を、

$$\tilde{X}_S \equiv (1 + \tilde{R})K$$

と仮定する。ここで K は企業の資本ストック、 \tilde{R} はROAであり、 $\tilde{R} \sim N(\bar{R}, \sigma_R^2)$ とする。

³ 以下では政府の予算制約は明示的には考慮せずに、あたかも貨幣のような永久国債の残高増が基本モデル均衡に対して如何なる効果を与えるかを分析する。先に述べたとおり投資家は継続的に生じることを背景には想定しており、国債の収益 \tilde{X}_B は次世代家計の国債購入によって生じるとする。したがって、政府がその資金収入での財を需要することは想定していない。

よって、 $v_S \equiv (1 + \bar{R})K$, $\phi_S^2 \equiv K^2 \sigma_R^2$ となる。この関係を(7)に代入すると、

$$S = \frac{v_S - \alpha \phi_S^2}{1+r} = \frac{(1 + \bar{R})K - \alpha K^2 \sigma_R^2}{1+r}$$

となるが一般にこれは K とは一致しない。すなわち Tobin's q は 1 にはならない。その時企業は、 $S > K$ の場合には資本ストックを増大して、また $S < K$ ならば資本ストックを減少させて株価を高めることができる。その結果、企業の最適化の下では、

$$S = \frac{(1 + \bar{R})K - \alpha K^2 \sigma_R^2}{1+r} = K$$

とならなくてはならず、以下ではこの最適条件が満たされている状況を想定する。この最適条件は、

$$\bar{R} - \alpha K \sigma_R^2 = r \quad (9)$$

となる。この最適条件から最適な K は \bar{R} の増加関数、 r の減少関数となり、標準的な経済モデルと同じ性質を持つことがわかる。

4. モデルの概要：金利、リスク・プレミアムへの効果

(2)~(5)に(6)を考慮し c_0 を消去すると、均衡は以下を満たす (r, K, B) である。

$$\log(1+r) = \log(1+\rho) + \alpha \left\{ (1 + \bar{R})K + v_B - \frac{1}{2} \alpha (K^2 \sigma_R^2 + \phi_B^2) + K + B - w_0 \right\} \quad (10)$$

$$r = \bar{R} - \alpha K \sigma_R^2 \quad (11)$$

$$B = \frac{v_B - \alpha \phi_B^2}{1+r} \quad (12)$$

この結果から、比較静学を行っておこう。ただし、一般的な状況では明確な結果は得難いため、以下では次の仮定を満たす均衡に注目する。

仮定： $K=S>0$, $B>0$, $1+r>0$

仮定は、株価や債券価格は正であり、金利に 1 を加えた粗収益率も正ということである。自然な想定であろう。

まず、興味があるのは国債の発行量の影響である。国債発行が変われば v_B, ϕ_B^2 が変化するが、さしあたり、ペイオフのリスク ϕ_B^2 はその期待値 v_B の関数と考えて、 v_B の影響を調べる。すると、 v_B の増加によって将来時点の債券ペイオフの評価($v_B - \alpha \phi_B^2$)が増える状況では次がいえる。

命題 1 : 国債発行が増えると, 将来時点の債券ペイオフの評価が増える状況では, 金利が高くなり, 株価は下がる

(証明) 補論を参照

このモデルでは, v_B の増加は r の上昇を経て $K(=S)$ の低下に繋がる. 国債発行が増えると金利が大きくなるのは, 国債は将来の消費を増やして, 限界効用を小さくするからである. また, 国債発行が投資を減らす, というのはクラウディング・アウトである. 本論文の結果は, 古典的なマクロ経済モデルの結果がリスクを考慮したモデルでも得られたといえる.

また, 以下も同様にすぐわかる.

命題 2 :

1. 期待 ROA の水準 \bar{R} が高くなると金利は高まる
2. ROA のリスク σ_R^2 が高くなると金利は低くなる
3. 所得 w_0 が増えると, 金利は低くなり, 株価と債券価格は高くなる
4. 時間選好率が低下する (ρ が小さくなる) と, 貯蓄は増加して金利は低下する

(証明) 補論を参照

リスク回避度 α の影響も議論の対象であるが, リスク回避度は来期の消費リスクの評価に関係し, 今期の消費や投資を通じ金利に影響している. そのため, 一樣な結果は得られないが, 内容を検討しよう.

期末消費の確実性等価額を $\hat{c}_1 = E[c_1] - \frac{\alpha}{2} V[c_1]$ とおくと, (10)は,

$$\log(1+r) = \log(1+\rho) + \alpha \{ \hat{c}_1 - c_0 \}$$

であり, これは異時点間の消費選択問題に頻繁に見られる条件である. この表現を用いると, 全微分を行って整理した場合の da の係数は,

$$\{ \hat{c}_1 - c_0 \} + \alpha \left\{ \frac{\partial \hat{c}_1}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial \alpha} + \frac{\partial \hat{c}_1}{\partial \alpha} \right\} - \alpha \left\{ \frac{\partial c_0}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial \alpha} + \frac{\partial c_0}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right\} \quad (13)$$

となる. なお, この時 dr の係数は具体的に,

$$\frac{1}{1+r} + \frac{2+r}{\sigma_R^2} + \frac{v_B - \alpha \phi_B^2}{(1+r)^2} \alpha \quad (14)$$

であり、これは正であるので、(13)の符号が問題となる。

(13)の一項目は消費水準の違いが限界効用の違いとして金利に与える影響であり、この正負はわからない。ただし、効用関数の曲率が適切ならば、消費は期間を通じて均されるから、大きな値にはならないであろう。2項目は来期消費の変化を通じた影響、3項目は今期消費の変化を通じた影響であるが、(11)より $\frac{\partial K}{\partial \alpha} < 0$ であり $\frac{\partial \hat{c}_1}{\partial K} > 0$, $\frac{\partial \hat{c}_1}{\partial \alpha} < 0$ なので2項目は負、 $\frac{\partial c_0}{\partial K} < 0$, $\frac{\partial c_0}{\partial B} < 0$, $\frac{\partial B}{\partial \alpha} < 0$ より3項目は正である。よって、2,3項目が大きければ、全体は負になると予想される。具体的に計算してみると、

$$\begin{aligned} & \left\{ (1 + \bar{R})K + v_B - \frac{1}{2}\alpha(K^2\sigma_R^2 + \phi_B^2) - c_0 \right\} \\ & + \left\{ -(1 + \bar{R} - \alpha K\sigma_R^2)K - \frac{\alpha}{2}(K^2\sigma_R^2 + \phi_B^2) \right\} - \left\{ K + \frac{\alpha\phi_B^2}{1+r} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

である。(15)の内容を見れば、2,3項目において大きな値を持つものは、 K であることがわかる。本稿のモデルにおいては企業の主体的均衡を保つために、リスク回避度の変化は、投資リスクを大きく評価して株価に α の逆数倍の変化を与える。この効果は、金利変化の効果を超えて資本ストックを減らす。消費に関しては、それが支配的な影響となる。

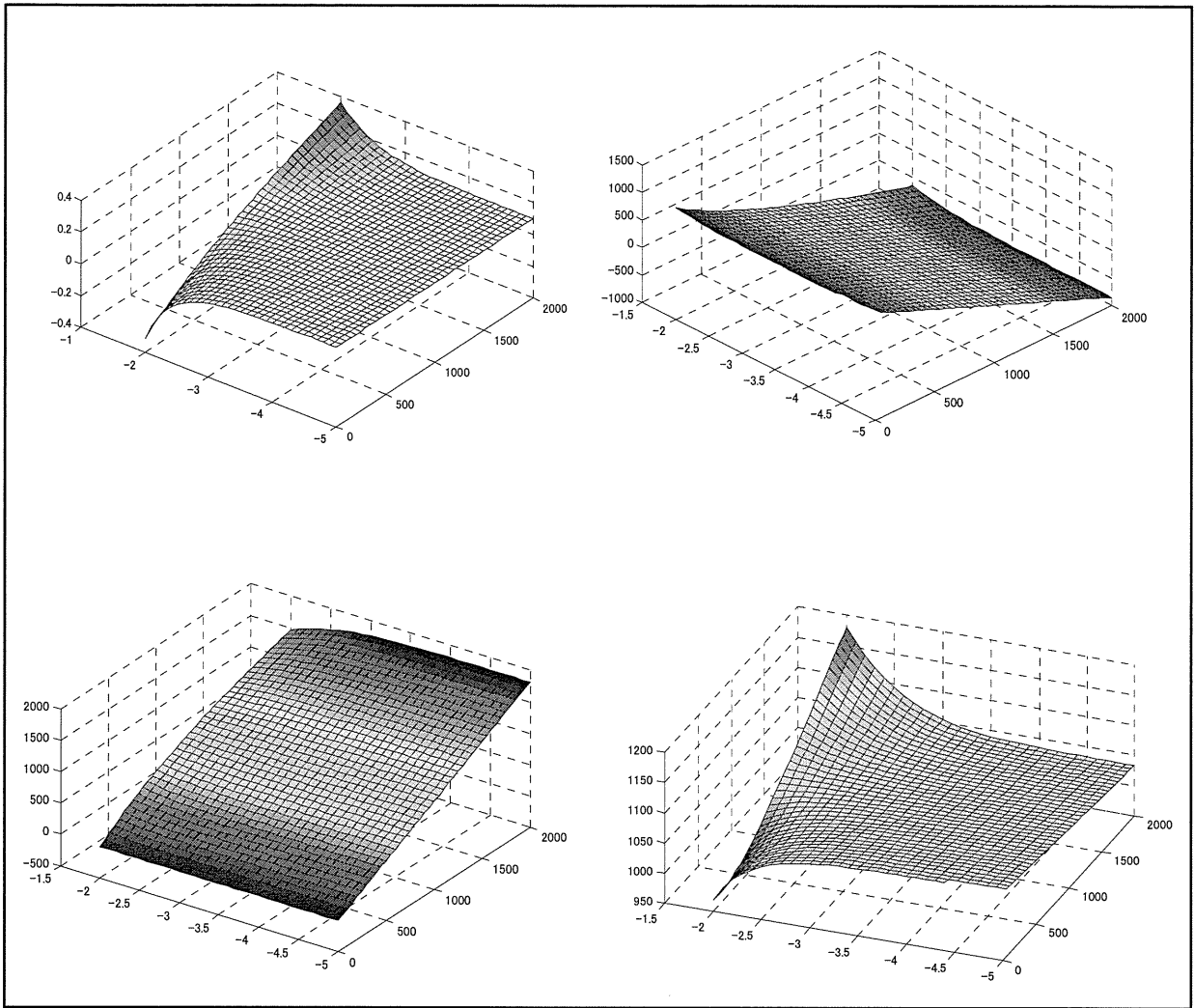
よって、 K が十分に大きければ(13)または(15)は全体として負となり、リスク回避度の上昇は金利を低下させる。 K が十分に大きいとは、債券発行が極端に大きくなって、企業の投資が相応にあり、消費も均されている均衡である⁴。ただし、これ以上の解析は困難なため、数値的に確かめることにする。

図表 1 に、リスク回避度と債券の期待ペイオフを変えながら、金利と株価に関して数値例を示した。債券発行量が大きくない範囲であれば、株価は正になり、リスク回避度が高くなると金利が低下することがわかる。

⁴ (15)はさらに変形すると、

$$\begin{aligned} v_B - c_0 - K - \frac{(2+r)\alpha\phi_B^2}{1+r} &= (1+r)B - c_0 - K - \frac{\alpha\phi_B^2}{1+r} \\ &= (2+r)B - w_0 - \frac{(2+r)\alpha\phi_B^2}{1+r} = \frac{2+r}{1+r}v_B - w_0 - \frac{3+r}{1+r}\alpha\phi_B^2 \end{aligned}$$

となって、 $B + K \approx c_0$ で K が大きければ、または v_B が極端に大きくなければ、負になることがわかる。



$\alpha = 0.00001 - 0.01, v_B = 0 - 2000$ で変化させた場合の金利 (左上), 株価 (右上), 債券価格 (左下), 期初の消費 (右下). その他のパラメータは, $w_0 = 2000, \phi_B^2 = 100, \bar{R} = 0.1, \sigma_R^2 = 0.04, \rho = 0.1$ とした. α は常用対数で表示してある.

図表 1 : リスク回避度の影響

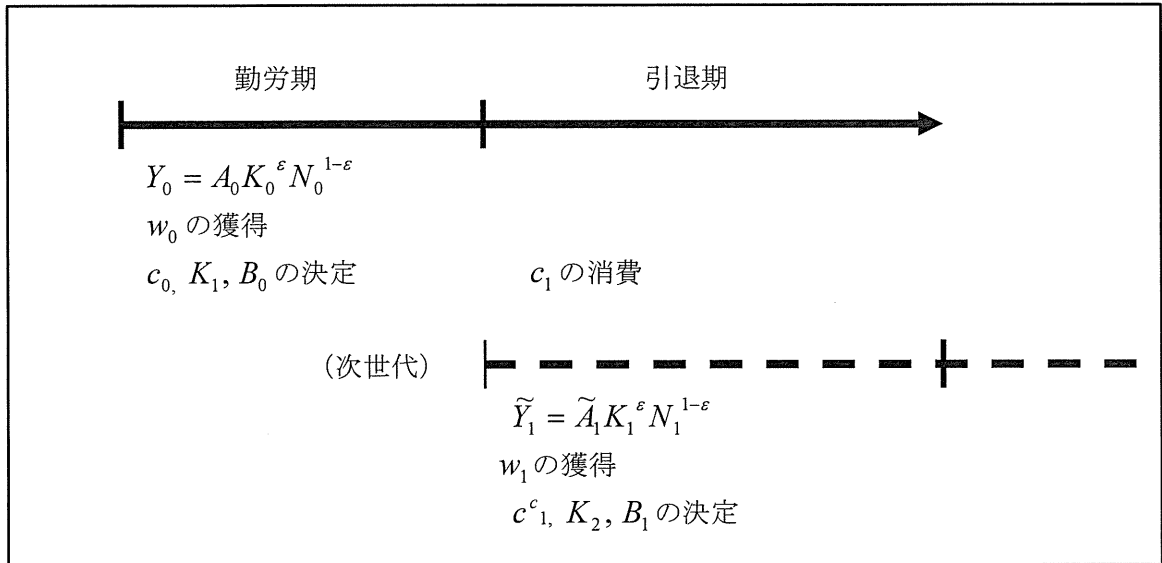
5. 賃金が増えた場合の効果

本論文の主目的である賃金上昇率の効果を見たいのであるが, モデルでは賃金上昇率そのものを定式化できないので比較静学の中で分析することにする. これまで賃金総額 w_0 は全く所与として取り扱ったが以下ではその水準に関するミクロ的な基礎を与えることによって ROA との共変動性を明らかにする. そのために生産関数を次のようにコブ・ダグラス型と定式化する.

$$Y = AK^\varepsilon N^{1-\varepsilon}$$

ここで Y は GDP, A は全要素生産性 (TFP) である.

まず, 今期 (期首) の資本ストック K_0 , 従業員数 N_0 は所与とする. 簡単化のために, $N_0 = N_1 = 1$ とするので一人当たり賃金と総賃金とは同じ概念となる. ただし, 前節のモデルで決まった最適な K は来期 (期末) の資本ストック K_1 であり, 別のものである. イベントの流れを図表 2 に示した⁵.



図表 2 : イベントの流れ

この生産関数より, 次式が導かれる.

$$w_0 = (1 - \varepsilon) A \left(\frac{K_0}{N_0} \right)^\varepsilon$$

$$R = \varepsilon A \left(\frac{N_0}{K_0} \right)^{1-\varepsilon}$$

今期の生産においては不確実性はないので R が ROA である. さらに,

$$\left(\frac{dw_0}{dA} \right) \left(\frac{A}{w_0} \right) = 1, \quad \left(\frac{dR}{dA} \right) \left(\frac{A}{R} \right) = 1$$

が導かれる.

ここで賃金上昇の要因として全要素生産性 (TFP) A の上昇によるものと仮定する. 例えば A が 1% 上昇したとしよう. K, N が一定の場合 (正確には K/N 比率が一定の場合), 上記の弾力性の特性から賃金, および ROA も 1% 増加することがわかる.

⁵ 本文では世代重複モデルを構築している訳ではないので図表中の c^c_1, K_2, B_1 は本文中には登場しない.

さらに追加的な仮定として、「今期の ROA が 1% 上昇すると、それはモデルでの来期の \bar{R} も同様に 1% 上昇する、すなわち $A_0 = E(A_1)$ 」とする。したがって賃金が 1%、および来期 \bar{R} が 1% 上昇した場合にそれが、資産の今期収益率にいかなる効果を与えるかを見ておく。

直ちに明らかなのはモデルでは株式の期待収益率は \bar{R} と一致するのでそれは賃金上昇率と同じ率すなわち 1% 上昇する点がわかる。

続いて、金利に関してであるが、 $\frac{d\bar{R}}{\bar{R}} = \frac{dw_0}{w_0}$ として、これまでと同様の手続きを行うと、

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{1+r} + \frac{2+r}{\sigma_R^2} + \frac{\nu_B - \alpha\phi_B^2}{(1+r)^2} \alpha \right\} dr &= \left\{ \alpha K + \frac{2+r}{\sigma_R^2} - \alpha \frac{w_0}{\bar{R}} \right\} d\bar{R} \\ &= \left\{ \frac{2+\bar{R}}{\sigma_R^2} - \alpha \frac{w_0}{\bar{R}} \right\} d\bar{R} \end{aligned} \quad (16)$$

が得られる。左辺は正なので、 α が小さければ $\frac{\partial r}{\partial \bar{R}} > 0$ だが、大きい時は $\frac{\partial r}{\partial \bar{R}} < 0$ である。

リスク回避度が大きい時は、投資の収益性 \bar{R} が上昇しても金利が小さくなる。 \bar{R} 単独の効果としては、先にみたように金利を上昇させる。来期の消費に関するリスクの割引が $\alpha K \sigma_R^2 dK$ だけ増えるがこれは期待値の増加 $K d\bar{R}$ と相殺されるため、 \bar{R} の上昇は常に正の影響があり金利を上昇させる。ただしここでは、同時に今期の所得 w_0 が大きくなって、それは消費を均すために貯蓄に回り、金利を下げる影響がある。この効果は、 α が大きいほど効くため、リスク回避度が大きい時には後者が勝るのである。

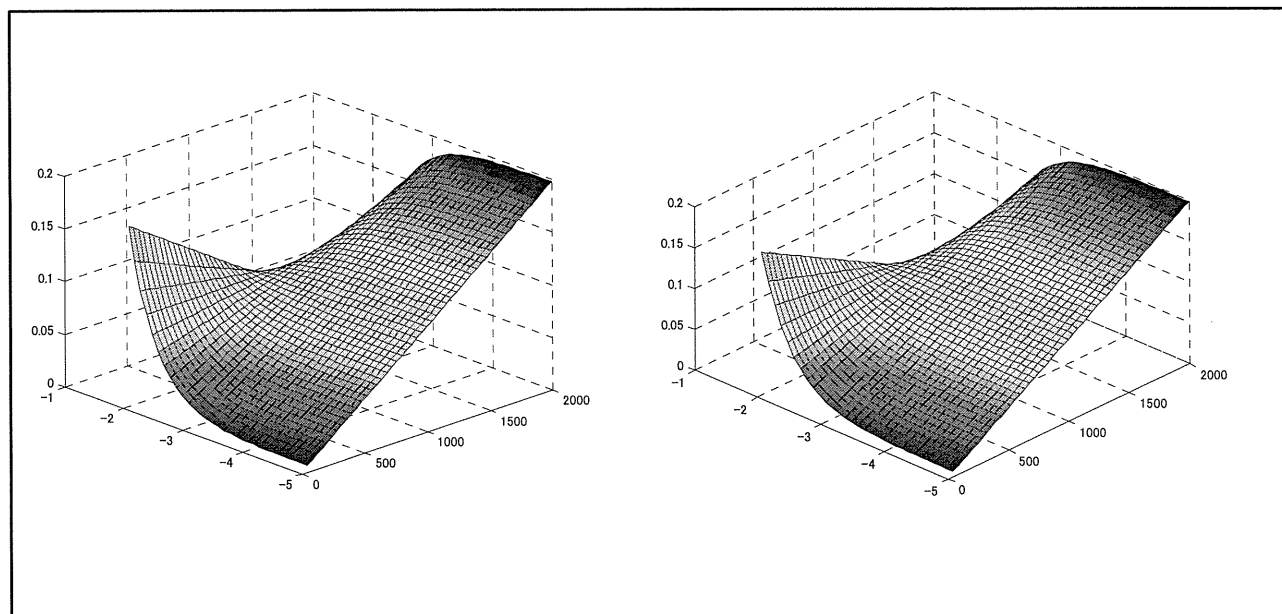
国債の期待収益率 ($\nu_B/B - 1$) と金利の違いは、リスクによる割引の違いのみであるので、リスク回避度が変わらなければ同じ傾向となる。なお、債券の存在は、金利の変化を抑える働きがあり、それは dr の係数が大きくなっていることに現れている。例えば、金利が低下する時には債券価格が上がって今期の消費を減らす。それは今期の限界効用を大きくする効果によって、金利の低下を抑える。ただし、金利の変化を押し戻すほどではない。

以上を、数値例で確かめると、図表 3 のとおりである。リスク回避度が小さい領域では、同時に生じる \bar{R} 及び賃金の上昇につれて、金利、債券期待収益率ともに上昇するが、リスク回避度の大きな時には逆に低下する。

現状の公的年金のポートフォリオは、債券に投資されている割合が大きいですが、この結果からは賃金上昇率の変動についていくことはできないといえる。以上をまとめると以下のようなになる。

命題 3：賃金が上昇する際に、収益性も上昇していれば株式収益率は連動して上がるが、金利は、所得を均す効果を通じて、 \bar{R} ほどにはあがらない。また、債券の存在も金利の

変化を押さえる効果がある。国債は利子率を超える収益率は望めるのだが、それはリスク・プレミアムで賃金上昇率とは関係ないので、賃金上昇率変動のヘッジ機能は期待できない。



$w_0 = 0 - 2000$, $\bar{R} = 0 - 0.2$, $w_0 / \bar{R} = \text{一定}$, $\alpha = 0.00001 - 0.01$ で変化させた場合の金利(左上), 株価(右上), 債券価格(左下), 期初の消費(右下). その他のパラメータは $\nu_B = 500$, $\phi_B^2 = 100$, $\sigma_R^2 = 0.04$, $\rho = 0.1$ とした. α は常用対数で表示してある.

図表3：賃金に変化した場合

6. LDIの市場均衡に与える効果

企業年金資産の運用の際に母体企業の負債を考慮する運用, すなわち LDI (Liability Driven Investment) 運用が重要視されている. LDI では, 資産マイナス負債のいわゆるサープラスを安定的に増加させるためには金利変動リスクをヘッジする必要から, 負債の変動が債券収益率と高い相関を持つとの特性を生かして資産側も債券運用が中心となることが知られている. ここでは, 債券をより需要する LDI 運用の均衡に与える効果を明らかにすることにする. この分析を当モデルのような代表的な家計を用いて行うのは必ずしも適当ではないが問題の本質は失わないのでその効果を直感的に把握しておこう⁶.

モデル上では期末に \tilde{L} からなる最低要求消費があり, 消費効用はそれを上る消費で測ら

⁶ 年金などの機関投資家がリスク回避的な効用関数を持つとの設定は自然ではない. しかし, 外部資金の調達コストや内部者の効用を考慮すれば, リスク回避的な行動が肯定される. そうした議論は, 例えば, Stulz (2003)にまとめられている.