

に、誤差項 $\tilde{\varepsilon}_i$ の期待(平均)値はゼロを仮定する。

企業はなぜデフォルトするのであろうか？次のように考えることにする。企業は上の式(20)であらわされる「信用リスク度」がある一定の値である閾値 b_0 を下回るとデフォルトし、そうでない場合はデフォルトしないとかがえることにしよう。もし信用リスク度が資産価値の時価を表し、定数項 b_0 が負債価値を表すとかがえれば、こうした考え方は「構造モデル」と同一である。デフォルト、非デフォルトは観察できる。企業がいまから T 期間後にデフォルトするか ($\tilde{Y}_i = 1$)、デフォルトしない ($\tilde{Y}_i = 0$) かの事実と、観察できない式(20)の信用リスク度との関係は次のようにあらわすことができる。

$$\tilde{Y}_i = \begin{cases} 1 & \text{if } \tilde{Z}_i < b_0 \\ 0 & \text{if } \tilde{Z}_i \geq b_0 \end{cases} \quad (21)$$

このことから、企業がいまから T 期間後にデフォルトする確率は次のようになる。

$$\begin{aligned} PD_i(T) &= \Pr(\tilde{Y}_i = 1) = \Pr(\tilde{Z}_i < b_0) \\ &= \Pr(b_1 X_{1,i} + b_2 X_{2,i} + \dots + b_K X_{K,i} + \tilde{\varepsilon}_i < b_0) \\ &= \Pr(\tilde{\varepsilon}_i < b_0 - (b_1 X_{1,i} + b_2 X_{2,i} + \dots + b_K X_{K,i})) \\ &= F(\beta_0 + \beta_1 X_{1,i} + \beta_2 X_{2,i} + \dots + \beta_K X_{K,i}) \end{aligned} \quad (22)$$

ただし $\beta_0 \equiv b_0$ かつ $-b_j \equiv \beta_j$ ($j = 2, 3, \dots, K$) と定義する。また、最後の式における $F(\cdot)$ は分布関数をしめし、時にリンク(連結)関数ともよばれる。これは、信用リスク度とデフォルト確率を結びつける(リンク)する関数でもあるからである。例えば誤差項が正規分布すれば、 $F(\cdot)$ は正規分布の累積分布密度関数となり、パラメータの推定プロビット回帰によって推定できる。もし誤差項がロジット分布に従えばロジット回帰分析によってパラメータ推定が可能になる。

この結果は、式(20)に変えて、定数項 $\beta_0 \equiv -b_0$ を加えた信用リスク度を示す式

$$\tilde{Z}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1,i} + \beta_2 X_{2,i} + \dots + \beta_K X_{K,i} + \tilde{\varepsilon}_i \quad (23)$$

を考え、式(21)においてデフォルト閾値をゼロとしても結論は変わらないことを意味する。従って、今後はそのように仮定して議論を進めることにする。

4. 構造モデルと統計モデルの統合：ハイブリッドモデル

4.1 基本的な考え方

式(5)で示される構造モデルによるデフォルト確率は、リスク中立的なデフォルト距離を、

正規分布関数によって $[0,1]$ 範囲にある確率に変換したものであると考えることができる。

他方、統計モデルは、式(22)の最後の式でしめされるリスクファクターの線形結合で表される信用リスク度 Z が、ある閾値 b_0 を超えたときにデフォルトすると考え、その時のデフォルト確率を求めた。もし式(20)の信用リスク度の不確実性を示すかく乱項 $\tilde{\varepsilon}_i$ が正規分布をすると仮定できれば、式(22)で求められたデフォルト確率は、構造モデルによるデフォルト確率と基本的な考え方は同じである。

いま、信用リスク度に影響を与えるリスクファクターがひとつだけであり、それがデフォルト距離であったとしよう。つまり、

$$X_{1,i} = DD_i^Q = \frac{\ln\left(\frac{A_{0,i}}{D_{T,i}}\right) + \left(r_F - \frac{\sigma_{A,i}^2}{2}\right)T}{\sigma_{A,i}\sqrt{T}} \quad (24)$$

とすれば、企業の信用リスク度は、

$$\tilde{Z}_i = b_0 + b_1 \left[\frac{\ln\left(\frac{A_{0,i}}{D_{T,i}}\right) + \left(r_F - \frac{\sigma_{A,i}^2}{2}\right)T}{\sigma_{A,i}\sqrt{T}} \right] + \tilde{\varepsilon}_i \quad (25)$$

と示すことができるので、 i 番目の企業のデフォルト確率は、時点ゼロからみて T 期間後のデフォルト確率として

$$PD_i^Q(T) = N(\beta_0 + \beta_1 DD_i^Q) \quad (26)$$

と表すことができる。従って、統計モデルによるデフォルト確率は、プロビット回帰を適用したときの推定パラメータが $\beta_0 = 1$ かつ $\beta_1 = 1$ であるときに、構造モデルによるデフォルト確率に等しくなる。一般にデフォルト距離が高くなればなるほど債務超過に陥る可能性はひくくなるので $\beta_1 > 0$ であると考えられる。このような定式化は企業の実際のデフォルト、非デフォルト実績にもとづくキャリブレーションによって、デフォルト距離のデフォルト確率への影響度合いを修正しているものと考えることができる。Chan-Lau、Jobert and Kong[2004]はこうしたモデルを発展途上国の銀行のデフォルト確率を推定するモデルに適用している。

同様な定式化は、デフォルト距離に関してBonnes[1964]モデルあるいはEsscher変換モデルを考えたときにも可能である。

4.2 ハイブリッドアプローチの拡張

4.2.1 期間構造モデル

森平・岡崎[2009]では、デフォルト確率の期間構造モデルを考えた。式(26)も同様に

その期間構造を考えることができる。

$$PD_i^Q(t+1) = N\left(\beta_0(t) + \beta_1 DD_i^Q(t)\right) \quad t=1,2,\dots$$

$$DD_i^Q(t) = \frac{\ln\left(\frac{A_{0j}}{D_{Tj}}\right) + \left(r_F - \frac{\sigma_{A,j}^2}{2}\right)t}{\sigma_{A,j}\sqrt{T}} \quad (27)$$

2番目の式は、企業*i*が*t*-1期までに生存していたとして、*t*期にデフォルトする確率をしめしている。森平・岡崎 [2009] では半期決算の上場企業を考えたので*t*=1/2年であり、二番目の式で示されるデフォルト距離は半年後のデフォルト確率推定のためである。

式(27)の推定にあたっては、森平[2009]で明らかにしたように、デフォルト実績とデフォルト距離に関するパネルデータを用いるので、定数項が個別企業によって異なるモデル

$$PD_i^Q(t+1) = N\left(\beta_0(t) + c_i + \beta_1 DD_i^Q(t)\right) \quad t=1,2,\dots \quad (28)$$

あるいは、デフォルト距離に関する不確実性を考慮した

$$\bar{P}D_i^Q(t+1) = N\left(\beta_0(t) + \beta_1 DD_i^Q(t) + \sigma \tilde{e}_i\right) \quad t=1,2,\dots \quad (29)$$

モデルをも考えることができる。

4.2.2 マクロ経済変数および企業の財務比率を考慮する

企業のデフォルト確率に影響を与える要因をデフォルト距離に限定する必要はない。1期間モデルであれば、デフォルト距離に *K*-1 個の企業の財務変数と、*L* 個のマクロ経済変数を考えて、次のようなデフォルト確率を推定する。

$$PD_i^Q(T) = N\left(\beta_0 + \beta_1 DD_i^Q + \beta_2 X_{2,i} + \dots + \beta_K X_{K,i} + \alpha_1 Y_1 + \dots + \alpha_L Y_L\right) \quad (30)$$

こうした定式化に対して、当然のことながら、式(27)から式(29)の様な期間構造をも考えることができる。

5. マクロ経済変数とデフォルト距離を考慮した PD 期間構造推定結果

5.1 使用したデータ

日経 NEEDS 企業財務データファイルに収録された、2000年から2008年⁴までの日本の上場企業(東証・大証・名証 1/2 部、ジャスダック、ヘラクレス、セントレクス)の倒産・非倒産年次決算書データを用いたデフォルト確率の期間構造推定を試みた。従ってデータは最長 9 年×企業数のパネルデータの形をとる。また、組織的危険を表す変数としてこの期間に対応する月次あるいは四半期のマクロ経済変数を用いた。財務諸表データは、規模を

⁴ 2008年5月決算期の企業までを含む。

表す変数をのぞき、すべてが財務比率であり、マクロ変数は対前年同期比の形をとっている。なお、独立変数として用いた財務変数は、デフォルト 1 年前の決算書から計算されたものを用いている。

利用データの概要として、非デフォルト企業とデフォルト企業について、財務比率と規模を図表 1 に示した。すべての財務比率について、その平均値で見て、非デフォルト企業とデフォルト企業の間で顕著な違いがあることがわかる。

		非デフォルト企業	デフォルト企業
ROA	(%)	0.48	-33.73
ROE	(%)	-0.74	-375.86
流動比率	(%)	298.04	95.00
自己資本比率	(%)	40.28	-0.50
負債比率	(%)	325.90	3,551.67
固定長期適合率	(%)	86.09	191.72
インタレスト・カバレッジ・レシオ	(倍)	117.58	-0.68
総資産規模	(百万円)	116,933	56,673
自己資本規模	(百万円)	42,394	1,922
データ数		41,984	116

図表 1 利用データ概要：財務比率と規模は平均値を記載。

5.2 マクロ経済効果を考慮したデフォルト確率の期間構造推定結果

約 40 の財務比率と規模変数、そして 104 のマクロ経済変数をもとにして、期間構造モデルの推定を試みた。財務比率に関しては、財務諸表分析でよく用いられている、収益性、流動性、資本構成、支払い能力、効率性、成長性などから、相互に相関の低い代表的な比率を選んだ。

これらの変数の内で、マイナスの値をとるものについては、負の対数変換 (**neglog** 変換: **negative logarithmic transformation**)を試みることによって、説明力の顕著な増加を見ることができた⁵。**neglog** 変換(**ngl**)は、正負いずれの値を取り得る説明変数、とりわけ収益性を表す比率 x に関して次のような変換を意味する。

$$ngl(x) = \begin{cases} -\log(1-x) & \text{if } x \leq 0 \\ +\log(1+x) & \text{if } x > 0 \end{cases} \quad (31)$$

われわれの用いた個別企業の財務比率はすべて、簿価表示の会計情報を用いている。須田ほか[2008]において理論的かつ実証的に示されているように、「財政状態が悪化した企業は、・・・会計数値を意図的に操作するケースが顕著に表れると考えられる」。しかし、逆に考えると、そうしたインセンティブがあるにもかかわらず赤字決算をする企業の信用リスクは相当高いと言わざるを得ない。**neglog** 変換は、報告利益水準がゼロを境にして、デ

⁵ 負の対数変換については、Whittaker, Whitehead and Somers[2005]を参照。また、その 1 期間デフォルト確率推定への適用例については、Altman and Sabato[2007]。

フォルト確率に与える影響をより顕著に測定しようとする。

組織的危険の尺度としてのマクロ経済指標にどのようなものを用いるべきかについて、市場リスクに関しては、Chen, Roll, and Ross[1986]などがあるが、信用リスクについては確たる理論があるわけではない。われわれは、104のマクロ変数から、符号条件や有意性を考慮して、最終的に、1) 日経平均株価指数の対前年同月比、2) WTI原油先物価格指

数対前年度同月比、3) 6ヶ月ラグを有する景気動向指数(一致指数)の対前年同四半期比、4) 日経平均株価指数変化率のボラティリティ(標準偏差)を採用した。なお、日経平均株価指数変化率のボラティリティは、過去20営業日の日経平均株価指数変化率から算出しており、さらにルート t 倍法を用いて期間20日の標準偏差とした後に対前年同月比をとっている。

株価指数変化率は金融市場の景気に対する期待を示す変数であり、株価指数変化率のボラティリティは資本市場全体にわたる組織的危険を表す変数と考えた。石油先物価格指数は、企業の収益構造に影響を与える組織的危険を表すものと解釈できる。6ヶ月ラグをとった景気動向指数(一致指数)はマクロの実物経済の好・不況度合い、市場期待を表す変数であると考えた。

図表2と図表3に、これらのリスクファクター対してロジット回帰モデルを用いて推定されたデフォルト確率の期間構造モデルの推定結果が、モデルの適合度を示す疑似決定係数、AUC、AR値などと共に示されている。AR(Accuracy Ratio)値は、高い(低い)デフォルト確率推定値を有する企業の多くがデフォルトしているかどうかを示す順序性を示す尺度である。AR値が1に近いほど順序性が保たれていると言える。疑似決定係数は、1からリスクファクターを全く用いなかったときの対数尤度とリスクファクターを用いたときの対数尤度の比を差し引いたもので、1に近いほど「説明力」が高いと判断することができる。

モデル1は、式(2)で $\alpha_0(t)$ が無い場合に対応し、5つの財務比率(自己資本税引き前利益率、当座比率、借入金依存度、売上高減価償却率、売上高回転期間)と3つのマクロ経済指標(景気動向指数、日経平均変化率、そのボラティリティ)をリスクファクターとするモデルである。モデル2は、モデル1に対して不動産・建設業であれば1、そうでなければゼロであるような産業ダミーを付け加えたモデルである。モデル3は、7つの財務比率(総資産売上高比率、自己資本当期利益率(ROA)、当座比率、インタレストカバレッジ比率、借入金依存度、売上高減価償却率、売上高回転期間)と規模効果を現す「対数変換を行った資産合計」、そして基底デフォルト確率でデフォルト確率の期間構造を推定している。モデル4は、6つの財務比率(総資産売上高比率、総資産税引き前当期利益率、自己資本当期利益率(ROA)、固定長期適合比率、インタレストカバレッジ比率、売上高減価償却率)と基底デフォルト確率、不動産・建設ダミーでの推定結果を示している。

観察されない異質性を考慮したモデル(式(3))の推定結果が図表3のモデル6として示さ

れている。図表 3 のモデル 5 は、式(2)で $\alpha_0(t)$ が定数項だけのモデルに相当し、モデル 1 と同様の財務比率とマクロ経済指標としては、株価指数変化率のボラティリティのみを用いた結果を示している。モデル 6 は、モデル 2 と同様であるが、式(3)の「観察されない不確実」を考慮したモデルである。モデル 7 は、財務比率と不動産・建設ダミーだけを用いた式で $\alpha_0(t)$ が時間に依存しない定数項である場合に相当する。この結果は、マクロ経済変数を用いたときのモデルとの比較を行うためのベンチマークと成る推定結果である。

推定係数の値はすべて 5 パーセント水準以下で有意であるが、モデル 3 をのぞいては、通常の 1 期間デフォルト分析で有意とされる企業規模を表す変数は有意でなかった。すべての財務比率に対して、**neglog** 変換が施されており、その結果、係数の有意性と AR 値が増加した。また、不動産・建設業ダミーも有意な変数として採用された場合が多かった。

基底デフォルト確率推定とマクロ経済変数は代替関係にあることがわかった。基底デフォルト確率を考慮すると、マクロ経済変数は有意でなくなり、またその逆も観察できた。つまり、基底デフォルト確率は、財務比率だけでは説明できないデフォルト確率の隠れた要因 (**Hidden Factors**) を示すが、それは平均的なマクロ経済の動向を表すものと理解できる。ポルトガルの銀行融資を対象にした **Bonfim[2009]**でも同様の結果が得られている。

モデル 6 の推定結果が示すように、観察されない異質性、つまり、個別企業に特有な、かつ不確実な効果は、検定結果は 5 パーセント水準で有意と成った。従って、国内上場企業のデフォルトには、モデル 6 で用いられた、5 つのマイクロリスクファクター(財務比率)、1 つの産業ファクター(不動産・建設ダミー)、そして 3 つのマクロ経済ファクター以外にも、個々の企業で特有な、かつ不確実な「観察されない異質性」が存在していることがわかった。なお、個別企業における観察されない異質性が推定デフォルト確率に与える影響度は、個体特有効果の標準偏差として示されている。

		モデル1		モデル2		モデル3		モデル4	
		係数	P値	係数	P値	係数	P値	係数	P値
財務比率	総資産売上高率					-0.91354	0.01100	-1.54741	0.00000
	総資産税引前当期利益率							-1.84770	0.00000
	自己資本税引前当期利益率	-0.73193	0.00000	-0.72580	0.00000				
	自己資本当期利益率					-0.48488	0.00000	-0.34526	0.00400
	当座比率	-4.20008	0.00000	-3.88935	0.00000	-3.86637	0.00000		
	固定長期適合率							0.93149	0.00000
	インタレスト・カバレッジ・レシオ					-0.40590	0.00000	-0.27852	0.00000
	借入金依存度	0.78749	0.00000	0.65179	0.00100	0.72028	0.00100		
	売上高減価償却率	-10.37405	0.00000	-8.15379	0.00100	-12.76088	0.00000	-9.70809	0.00000
	売上債権回転期間	1.06789	0.00000	1.10836	0.00000	1.57738	0.00000		
資産合計の対数(規模)					1.77946	0.01000			
マクロ変数	景気動向指数(一致系列)マイナス6ヵ月	-4.70911	0.01900	-4.65076	0.02100				
	日経平均株価	-1.97244	0.00000	-2.01845	0.00000				
	原油価格	0.61920	0.00500	0.62247	0.00500				
	日経平均株価ボラティリティ								
基底確率	2000年					-1.00550	0.01000	-1.24837	0.00100
	2001年					-0.49225	0.12100	-0.58100	0.06700
	2002年					-0.72529	0.02900	-0.86223	0.01000
	2003年					-0.73230	0.03200	-0.82799	0.01500
	2004年					-1.97988	0.00000	-2.14527	0.00000
	2005年					-1.15030	0.00600	-1.40506	0.00100
	2006年					-3.21972	0.00200	-3.38746	0.00100
	2007年					-1.18924	0.00300	-1.37383	0.00100
業種ダミー	不動産・建設の業種判別フラグ			1.13389	0.00000			1.60991	0.00000
	定数項	-4.10710	0.00000	-4.54076	0.00000	-6.38833	0.00000	-4.18842	0.00000
	個体特有効果の標準偏差								
	Pseud R2	0.17100		0.18790		0.22590		0.20690	
	AUC	0.86010		0.86850		0.90320		0.89660	
	AR	0.72020		0.73700		0.80640		0.79320	

図表 2 モデルの推定結果 1： モデル 1 は、マクロ変数あり＋基底デフォルト確率を考慮しないモデル。モデル 2 は、モデル 1＋不動産・建設ダミー、モデル 3 は、基底デフォルト確率のみを考慮したモデル。モデル 4 は、基底デフォルト確率と不動産・建設業種ダミーを考慮したモデル。

		モデル5		モデル6		モデル7	
		係数	P値	係数	P値	係数	P値
財務比率	総資産売上高率						
	総資産税引前当期利益率						
	自己資本税引前当期利益率	-0.70949	0.00000	-0.82352	0.00000	-0.71094	0.00000
	自己資本当期利益率						
	当座比率	-3.93677	0.00000	-4.43326	0.00000	-3.95813	0.00000
	固定長期適合率						
	インタレスト・カバレッジ・レシオ						
	借入金依存度	0.56871	0.00200	1.52455	0.00000	0.55693	0.00300
	売上高減価償却率	-8.11238	0.00100	-9.85052	0.00100	-8.19596	0.00100
	売上債権回転期間	1.15375	0.00000	1.56511	0.00000	1.14769	0.00000
資産合計の対数(規模)							
マクロ変数	景気動向指数(一致系列)マイナス6ヵ月			-4.65405	0.02800		
	日経平均株価			-2.06089	0.00000		
	原油価格			0.58242	0.01200		
	日経平均株価ボラティリティ	0.25022	0.05100				
基底確率	2000年						
	2001年						
	2002年						
	2003年						
	2004年						
	2005年						
	2006年						
	2007年						
業種ダミー	不動産・建設の業種判別フラグ	1.13082	0.00000	1.44820	0.00000	1.12378	0.00000
	定数項	-4.33385	0.00000	-6.44998	0.00000	-4.25431	0.00000
	個体特有効果の標準偏差			2.06456			
	Pseud R2	0.16990				0.16760	
	AUC	0.86460				0.86280	
	AR	0.72920				0.72560	

図表 3 モデルの推定結果 2： モデル 5 は、日経平均ボラティリティをマクロ変数としたモデル。モデル 6 は、観察されない異質性を考慮したモデル(式(3))。モデル 7 は、マクロ経済効果を考慮しなかったモデル。

平均的に企業が抱えている信用リスクは、推定結果の定数項として表されるが、観察されない異質性を考慮した場合(モデル 6)は、考慮しなかった場合に比べて、定数項の値は、低くなることがわかった。定数項のみの推定デフォルト確率は、観察されない異質性を考慮した場合には0.16パーセントであり、考慮しなかった場合には1.06パーセントと成った。国内上場企業の信用リスクは総じて低いことを示しており、デフォルトの要因には、個別企業に特有な事象が影響していることが読み取れる。

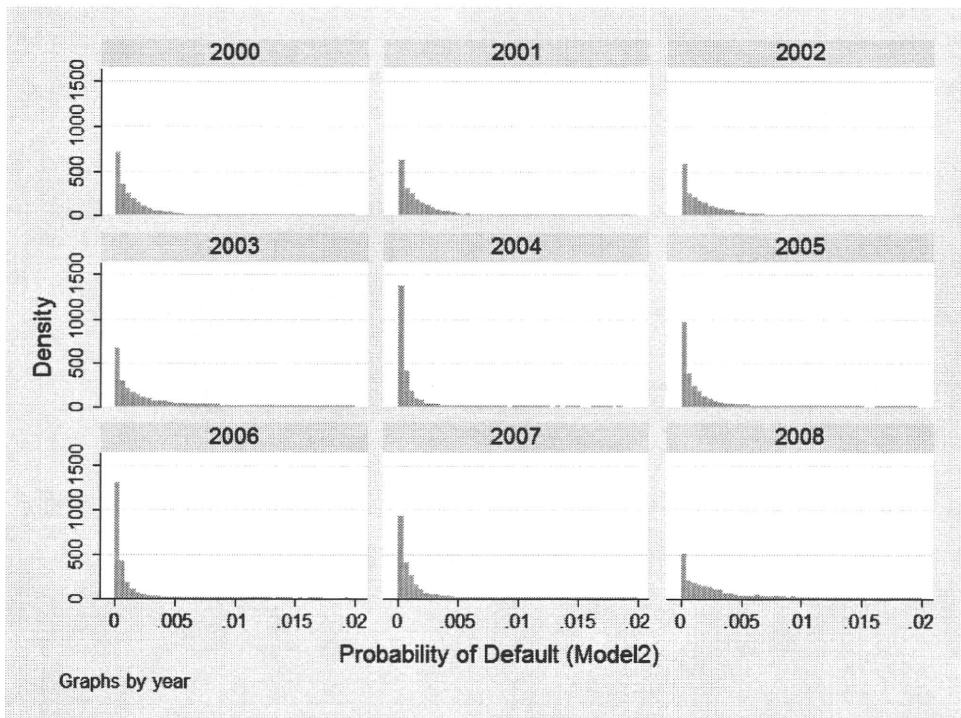
財務比率と基底デフォルト確率の両方を考慮したモデルがもっとも AR 値が高かったが、特定のマクロ経済変数に関するシナリオがデフォルト確率や損失分布に与える影響を分析するために、以下ではモデル 2、つまり、財務比率とマクロ経済変数のみを考慮したモデルと、その場合の「観察されない異質性」を考慮したモデル 6 について、財務比率だけでマクロ経済変数を考慮しなかったモデル 7 に基づく分析結果と比較して議論することにする。

推定デフォルト確率に与えるマクロ経済効果の比較

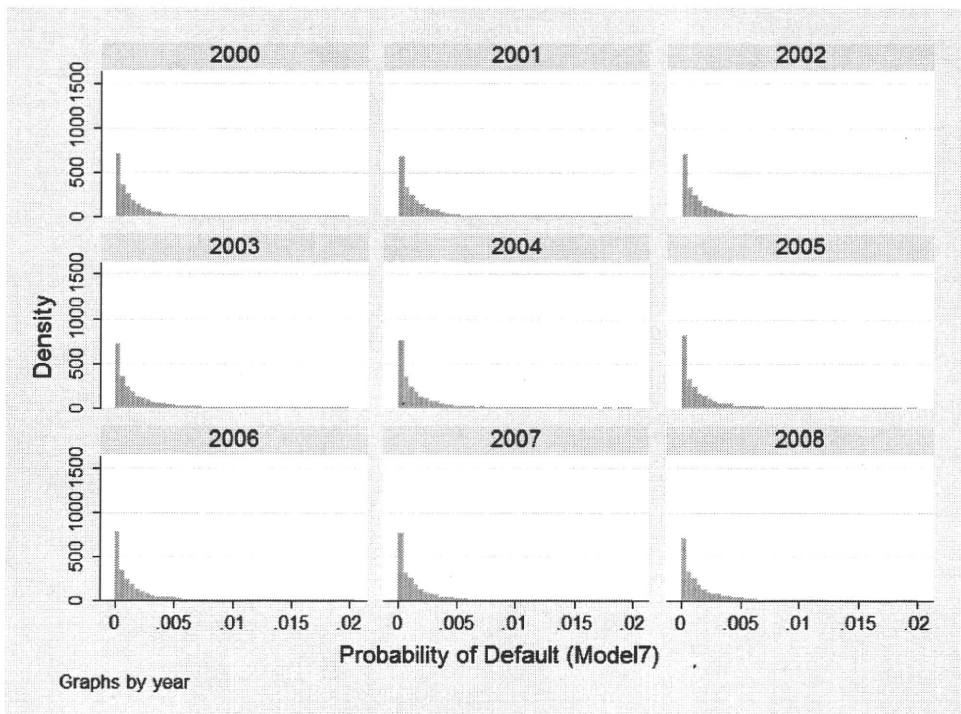
図表 4 は、マクロ経済効果を考慮したモデル 2 を用いた、2000 年から 2008 年までの 1 年デフォルト確率推定値の分布を示している。一方、図表 5 は、マクロ経済効果を考慮しないモデル 7 を用いた、2000 年から 2008 年までの 1 年デフォルト確率推定値の分布を示している。マクロ経済変数を取り込むことにより、景気後退期における分布の右すそが厚くなることがわかった。これは、特に 2008 年の分布に顕著に表れている。また、景気拡大期においては、分布の右すそが薄くなることがわかった。これらの分布の変化は、推定デフォルト確率の経済情勢に対する追随性が向上したことを示すものである。

図表 6 では、1) マクロ経済効果を考慮した場合と考慮しない場合において、非デフォルト企業とデフォルト企業の推定デフォルト確率を比較した。マクロ経済変数を取り込んだ場合には、推定デフォルト確率の水準が異なることから、非デフォルト企業とデフォルト企業を区別ができることがわかった。

図表 7 は、モデル 2 の構築に用いたマクロ経済変数の推移を示している。この変動が推定デフォルト確率に与える影響について示したのが図表 8 である。マクロ経済効果を考慮した推定デフォルト確率は、マクロ経済効果を考慮しなかった場合に比べて、景気に対する感応度が高いことが読み取れる。内閣府「景気動向指数研究会」は、2002 年 2 月より 2007 年 10 月までの 69 ヶ月間を景気拡大期と判定しているが、マクロ経済効果を考慮した場合、推定デフォルト確率が低位に推移している。一方、景気後退期においては、マクロ経済効果を考慮した方がより大きく推定デフォルト確率が推移していることがわかる。

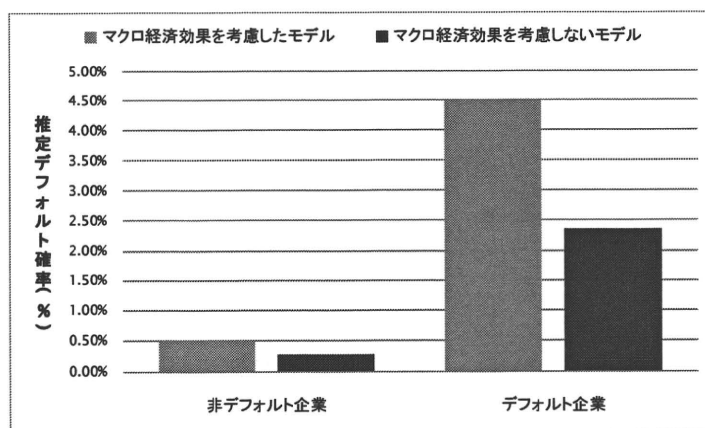


図表 4 マクロ経済効果を考慮「した」1年推定デフォルト確率の分布(モデル2)：横軸は1年推定デフォルト確率を示し、縦軸に企業数を示した。

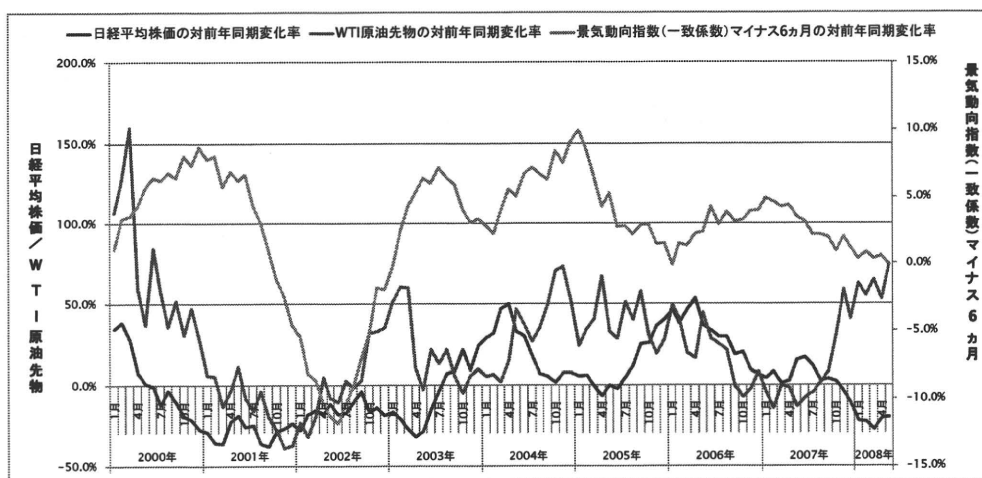


図表 5 マクロ経済効果を考慮「しない」1年デフォルト確率推定値の分布(モデル7)：横軸

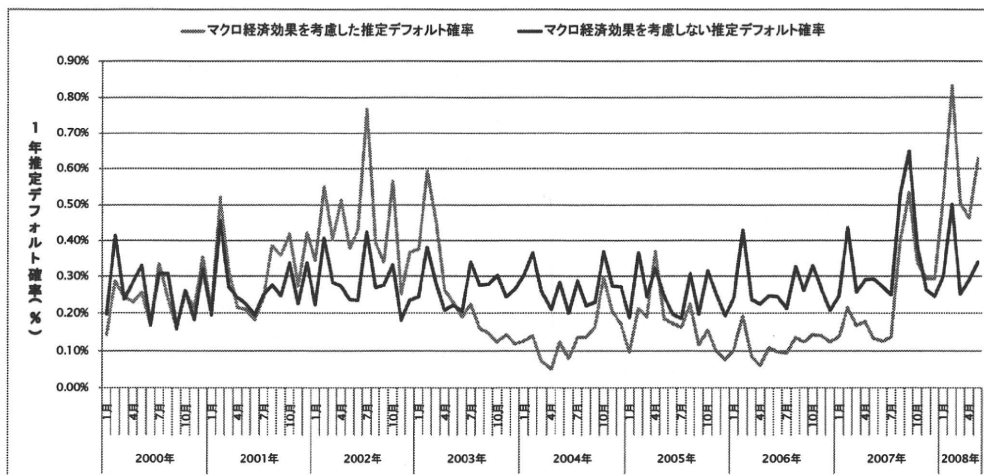
に1年推定デフォルト確率を示し、縦軸に企業件数を示した。



図表 6 マクロ経済効果を考慮した時としない時の、非デフォルト企業の1年推定デフォルト確率(左)とデフォルト企業の1年推定デフォルト確率(右)



図表 7 マクロ経済変数の推移



図表 8 1年推定デフォルト確率の推移：マクロ経済変数を考慮した平均推定デフォルト確率とそれを考慮しない推定デフォルト確率。

5.3 ハイブリッドモデル：デフォルト距離を考慮した PD 期間構造の推定の結果

デフォルト距離 DD のみで説明したデフォルト確率の期間構造の式(25)推定結果は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 PD_i^P(t+1) &= N(Z_i^P(t+1)) \\
 Z_i^P(t+1) &= -2.221 - 0.207DD_i^P(t)
 \end{aligned}
 \tag{32}$$

ここで、デフォルト距離は1年後のデフォルト確率を推定するためのものである。デフォルト距離に関する係数は1パーセント水準で有意であり、かつ符号が負である。デフォルト距離が増加（減少）するにつれ、デフォルト確率が低下（増加）することが分かる。

もし、単純な構造アプローチが正しければ、式エラー! 参照元が見つかりません。において $\beta_0 = 0$ かつ $\beta_1 = -1$ であるはずである。しかしながら、推定結果は $\beta_0 = -2.221 < 0$ であ

り、 $\beta_1 = -0.207 < -1$ である。このことは、単純な構造アプローチによってデフォルト確率を推定するよりも、企業の過去におけるデフォルト・非デフォルト実績情報に対しデフォルト距離をキャリブレーションしたほうが、デフォルト確率のより良い推定値を得ることができることをしめしている。

また、デフォルト距離は、株価が変化するごとにリアルタイムにその値を推定することができることから、財務比率変数だけに依存する統計アプローチの欠点を補うことができるアプローチであるとも言える。

さらに AR 値も 0.6612 とかなりの値をしめしており、デフォルト距離のみでデフォルト

確率の序列性をかなりの程度満たすことがわかる。

2.1.1 市場流動性とデフォルト予測力

図表 10 は、東京証券取引所に上場されている企業と、その他の市場に上場されている企業とでデータセットを分割し、説明変数にデフォルト距離のみを採用して推定した結果をしめしている。これを見ると、東京証券取引所に上場されている企業グループでは、AR 値が 0.7234 となっており、その他の市場に上場されている企業グループの AR 値 0.4806 を大きく上回る結果となっている。

このように説明力に差異が生じた原因には、市場間の流動性の高低による、株価に織り込まれる情報量の大きさが影響していると考えられる。流動性の高い市場では、高頻度の売買を通じて、個々の市場参加者による様々な情報が株価とその変動に反映されていると考えられる。

モデル番号		ロジット回帰	プロビット回帰
パネルデータ分析			
変数	変数名		
DD	デフォルト距離	-0.645***	-0.207***
Constant	定数項	-4.212***	-2.221***
Observations	観察値数	56,934	56,934
r2_p	擬似決定係数	0.0774	0.0735
chi2	χ^2 値	152.7	145.1
df_m	自由度	1	1
ll	対数尤度	-910.6	-914.4
ll_0	定数項のみの対数尤度	-987.0	-987.0
roc	ROC曲線	0.8055	0.8055
AR	AR値	0.611	0.611

図表 9 デフォルト距離 DD にもとづくデフォルト確率：***は 1 パーセント水準で有意。

式エラー! 参照元が見つかりません。 $PD_i(t+1) = N(\beta_0 + \beta_1 DD_i(t))$ の推定結果。ここ

で $N(\cdot)$ はロジスティック分布、あるいは標準正規分布の分布関数。

モデル番号		東京証券取引所	その他市場
パネルデータ分析			
変数	変数名		
DD	デフォルト距離	-0.841***	-0.461***
Constant	定数項	-3.908***	-4.478***
Observations	観察値数	34,441	22,493
r2_p	擬似決定係数	0.117	0.0419
chi2	χ ² 値	115.5	41.21
df_m	自由度	1	1
ll	対数尤度	-433.7	-470.6
ll_0	定数項のみの対数尤度	-491.4	-491.2
roc	ROC曲線	0.8617	0.7403
AR	AR値	0.7234	0.4806

図表 10 デフォルト距離 DD にもとづくデフォルト確率:***は1パーセント水準で有意。
東京証券取引所上場の企業とその他市場上場の企業とでデータセットを分割して推計した
結果である。

個別企業の財務比率、マクロ経済変数、さらにデフォルト距離を考慮したときのデフォルト
確率の期間構造推定は表9のようになる。

表 9 デフォルト距離、マクロ経済変数、個別企業財務比率を考慮したデフォルト確率の
期間構造推定

変数	変数名	モデル2	モデル10	モデル18
Ins6	総資産売上高率	-1.2435113***	-1.3770936***	-1.3960946***
Ins20	当座比率	-2.5194642***	-2.3274633***	-2.2945040***
Ins22	負債比率	3.0537530***	3.2956484***	2.5901157***
Ins39	棚卸資産回転期間(日)	0.1635233***	0.1616464***	0.1289658**
Ins50	売上高規模	-0.2200670***	-0.2067147***	-0.1375822**
_Iv9_2050	建設業	1.2914698***	1.3184240***	1.2032784***
_Iv9_8050	不動産業	0.8150563***	0.7202882**	0.6014618**
lndd	LN(デフォルト距離)			-0.9224495***
w20	先行指数_9ヶ月ラグ		-0.0250894**	-0.0241933**
w33	長短金利差_3ヶ月ラグ		-0.6991393**	-0.7580342**
w52	日経平均収益率		-0.0160219***	-0.0135064***
Constant	定数項	-4.0432681***	-3.5831943***	-2.5920930***
Observations	観察値数	56918	56918	56918
r2_p	擬似決定係数	0.169	0.191	0.206
chi2	chi-squared	333.0	377.0	406.1
df_m	model degrees of freedom	7	10	11
ll	対数尤度	-820.4	-798.4	-783.9
ll_0	定数項のみの対数尤度	-986.9	-986.9	-986.9
roc	ROC曲線	0.889	0.8992	0.9047
AR	AR値	0.778	0.7984	0.8094

おわりに

公的年金の株式や社債運用において、発行体のデフォルトは無視できないリスクである。とりわけ、最近の世界金融危機は、信用リスクが分散不可能な組織的危険であることをあらためて認識させた。本稿では、組織的危険としての信用リスクをどのように測定出来るか、その具体的な方策を明らかにした。

われわれは、第1に、離散型の生存分析を用いてデフォルト確率の期間構造を推定したが、その場合、個別企業の財務比率変数に加え、マクロ経済変数が有意な説明変数であることを確認した。マクロ経済変数は、すべての企業に対する共通要因であることから、確かにデフォルトリスクの一部は組織的危険とみなすことが出来ることを確認できた。

第2に、個別企業の財務比率とマクロ経済変数に加え、企業の債務超過の可能性を表す「デフォルト距離」がデフォルト確率を説明する有意な変数であることがわかった。このことは、信用リスク分析における「構造モデル」といわゆる「統計モデル」を融合した信用リスク管理や株式運用が可能であることを意味している。デフォルト距離は日々の株価と株式投資収益率のボラティリティから計算できる。従って、この点は、企業のデフォルト確率を、半期あるいは四半期ベースの財務比率、月次レベルで測定可能なマクロ経済変数に加え、日々入手可能な株価データにリンクした日次のデフォルト確率の更新値を得ることが出来ることを意味している。

個別企業の株価から計算できるデフォルト距離に加え、デフォルト確率に影響を与えるマクロ経済変数の一つとして株価指数も有意であったことが確認できた。このことは価格変動（市場）リスクが、信用リスクに対しても影響を与えていることを意味しており、株式運用において、市場リスクと信用リスクを分離して管理することが出来ないことを意味している。

マクロ経済変数とデフォルト距離が企業のデフォルト確率に影響を与える有意な変数であることが確認できた。われわれが次に目指すべきことは、株式あるいは社債運用において、デフォルト確率の期間構造を考慮した運用が、公的年金のポートフォリオのパフォーマンスにどのような影響があるかを確認することである。

参考文献

1. Allison, Paul .D [1982]. "Discrete-Time Methods for the Analysis of Event History Data." In *Sociological Methodology* (Ed. S. Leinhardt). 1982, San Francisco: Jossey-Bass. 61-98.
2. Allison, Paul .D[1995], *Survival Analysis Using the SAS System: A practical Guide*. SAS Institute, 1995.
3. Allison, Paul .D[1984], *Event History Analysis*, Sage Publications.

4. Agarwal, Vineet and Richard Taffler[2008]. "Comparing The Performance Of Market-Based And Accounting-Based Bankruptcy Prediction Models," *Journal of Banking and Finance*, 2008, 32(8,Aug), 1541-1551.
5. Arora, Navneet, Jeffrey R Bohn, Fanlin Zhu [2005] "Reduced Form vs. Structural Models of Credit Risk: A Case Study of Three Models," *Journal of Investment Management*, 3(4), 2005, 43-67.
6. Bhattacharjee, Arnab, Chris Higson, Sean Holly, and Paul Kattuman[2004], "Business Failure in UK and US Quoted Firms: Impact of Macroeconomic Instability and the Role of Legal Institutions, " *Cambridge Working Papers in Economics* 0420, Faculty of Economics, University of Cambridge.
7. Bhattacharjee, Arnab, Higson, Chris, Holly, Sean and Kattuman, Paul[2002] "A Macro Economic Instability and Business Exit: Determinants of Failures and Acquisitions of Large UK Firms," (March, 2002), LBS Working Paper 02-034.
8. Black, Fischer and Myron Scholes[1973]. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 1973, 81(3), 637-654.
9. Boness, A. James[1964]. "Elements of A Theory of Stock-Option Value," *Journal of Political Economy*, 1964, 72(2), 163-175.
10. Bonfim, Diana [2009], "Credit Risk Drivers: Evaluating the Contribution of Firm Level Information and of Macroeconomic Dynamics," *Journal of Banking and Finance*, 33(2), (February, 2009), 281-299.
11. Carling, Kenneth., Tor Jacobson Jesper Lindé Kasper Roszbach,[2007] "Corporate Credit Risk Modeling and the Macroeconomy," *Journal of Banking and Finance*, 31(3), (March, 2007), 845-868.
12. Castro Christian E [2008], "Estimating a financial distress rating system for Spanish firms with a simple hazard model," Working Paper, (June, 2008), 55pp.
13. Chen Cho-Jieh and Harry Panjer[2002], "Unifying Discrete Structural Models and Reduced-form Models in Credit Risk using a Jump-diffusion Process, *Insurance, Mathematics and Economics*, 33(2), 2003. 57-380
14. Bharath, Sreedhar T. and Tyler Shumway[2008]. "Forecasting Default with The Merton Distance to Default Model," *Review of Financial Studies*, 2008, 21(3, May), 1339-1369.
15. Chan-Lau , Jorge. Arnaud Jobert. and Janet Kong[2004]. "An Option-Based Approach to Bank Vulnerabilities in Emerging markets," *IMF Working Paper*, WR/04/33, 21pp. http://www.defaultrisk.com/pp_super_31.htm
16. Das, Sanjiv R., Darrell Duffie, Nikunj Kapadia and Leandro Saita[2007]. "Common Failings: How Corporate Defaults Are Correlated," *Journal of Finance*, 2007,

- 62(1, Feb), 93-117.
17. Duffie, Darrell, Andreas Eckner, Guillaume Horel and Leandro Saita[2009]. "Frailty Correlated Default," *Journal of Finance*, 2009, 64(5), 2089-2123.
 18. Duffie, Darrell, Leandro Saita and Ke Wang[2007]. "Multi-Period Corporate Default Prediction with Stochastic Covariates," *Journal of Financial Economics*, 2007, 83(3, Mar), 635-665.
 19. Chan-Lau, Jorge, Arnaud Jobert, and Janet Kong[2004], "An Option-Based Approach to Bank Vulnerabilities in Emerging markets," *IMF Working Paper*, WR/04/33, 21pp. http://www.defaultrisk.com/pp_super_31.htm
 20. Gerber, Hans U. and Elias S. W. Shiu[1996]. "Actuarial Bridges to Dynamic Hedging and Option Pricing," *Insurance: Mathematics and Economics*, 18(3), (November, 1996), 183-218
 21. Karmann, A., Maltritz, D[2000]., "Sovereign Risk, Reserves and Implicit Default Probabilities: An Option Based Spread Analysis", in: Karmann, A. (ed.), *Financial Structure and Stability*, Physica, Heidelberg, New York (2000), 232-244.
 22. Karmann, A., Maltritz, D[20004]. "Assessment of Sovereign Risk for South America: A Structural Approach", in Frenkel M. Karmann, A., Scholtens, B. (ed.), *Sovereign Risk and Financial Crises*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York (2004), 51-74.
 23. Keller, Christian, Peter Kunzel, and Marcos Souto[2007], "Measuring Sovereign Risk in Turkey: An Application of the Contingent Claims Approach," *International Monetary Fund(IMF) Working Paper*, WP/07/233, Monetary and Capital Markets Department, 2007.
 24. Kealhofer, Stephen[1993], "Portfolio Management of Default Risk," *working paper of KMV Corporation*, 1993, 30pp.
 25. Kealhofer, Stephen[1995], "Managing of Default Risk in Portfolio of Derivatives," in Chapt.4 of *Derivative Credit Risk*, Risk Publications, (August, 1995), 49-63.
 26. Marcus, Alan J. and Israel Shaked [1984b]. "The Valuation of FDIC Deposit Insurance Using Option-Pricing Estimates[1984], ," *Journal of Money, Credit and Banking*, 1984, 16(4), Part 1, 446-460.
 27. Merton, Robert C[1974]. "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, 1974, 29(2), 449-470.
 28. Ronn, Ehud I. and Avinash K. Verma[1998]. "Risk-Based Capital Adequacy Standards for A Sample of 43 Major Banks," *Journal of Banking and Finance*, 1989, 13(1), 21-30.

29. Schwartz, Eduardo S [1977]. "The Valuation of Warrants: Implementing A New Approach," *Journal of Financial Economics*, 1977, 4(1), 79-93.
30. Shaked, Israel [1985], "Measuring Prospective Probabilities of Insolvency: An Application to the Life Insurance Industry," *Journal of Risk and Insurance*, 1985, 52(1), 59-80.
31. Shumway, Tyler[2001]. "Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model," *Journal of Business*, 2001, 74(1, Jan), 101-124.
32. Smithson, Charles W.[2002], *Credit Portfolio Management*, Wiley, 2002,
33. Wei, David Guoming and Dajiang Guo[1997]. "Pricing Risky Debt: An Empirical Comparison of The Longstaff And Schwartz and Merton Models," *Journal of Fixed Income*, 1997, 7(2, Sep.), 8-28.
34. 阿竹敬[1998], 『倒産の予測可能性検証：オプションアプローチとニューロ・フuzzy・モデルでの検証』、応用経済時系列研究会、「経済時系列分析における新しい概念・分析手法」予稿集、1998年6月
35. 池尾和人[1990]、「銀行リスクと規制の経済学」、東洋経済新報社、1990.
36. 小田信之[1998]、「オプション価格理論に基づく適性預金保険料率に推定」、金融研究(日本銀行金融研究所)、1998年11月、127-165
37. 大日向隆[2005]、「倒産分析とゴーイングコンサーン監査—比例ハザードモデルを中心に—」、東京大学ものづくり経営研究センター、MMRC, Discussion Paper No.133. 2005年11月、79pp.
38. 小林秀二[2006]、「オプションアプローチによる受動的REITからのインプライド情報の抽出」、刈屋・藤田編『不動産金融工学の展開』、東洋経済新報社.
39. 齋藤啓幸、森平爽一郎[1997]、「銀行の債務超過(倒産)確率: オプションアプローチによる推定」、日本金融・証券工学学会、1997年度夏季大会予稿集
40. 須田一幸・竹原均[2008]、「社債市場における会計発生高と債務不履行リスクの評価」、現代ディスクロージャー研究 (8), 25-41, 2008-03
41. 深尾光洋・日本経済研究センター [2000]『金融不況の実証分析』日本経済新聞社
42. 三好眞[1998]、「債券格付けと理論上の信用リスクプレミアムに関する研究」、金融研究(日本銀行金融研究所)、1998年11月、167-190.
43. 森平爽一郎[2009]、『信用リスクモデリング：測定と管理』、朝倉書店.
44. 森平爽一郎[2006a]「なぜブラック＝ショールズ・モデルはリアルオプション分析に使えないのか?—非完備市場における資産価格決定—」、日本リアルオプション学会編『リアルオプションと経営戦略』第2章所収、シグマベイス
45. 森平爽一郎,『倒産確率推定のオプションアプローチ』、証券アナリストジャーナル、1997年10月

46. 森平爽一郎[2000a]、「リスクの測定と管理(3)：オプションモデルによる倒産確率推定：基礎」、証券アナリストジャーナル、38(1) 2000.1 85-100
47. 森平爽一郎[2000b]、「リスクの測定と管理(4)：オプションモデルによる倒産確率推定：拡張と応用」、証券アナリストジャーナル、38(3) 2000 85-100
48. 森平爽一郎・斉藤啓幸[2001]「銀行の債務超過確率：オプション・アプローチによる」、森平爽一郎編著『ファイナンシャル・リスク・マネジメント』所収、朝倉書店、2001
49. 森平爽一郎[1998]、「倒産確率の推定と信用リスク管理：展望」、『ジャフィー・ジャーナル』、日本金融証券計量工学会、1998年3月、東洋経済新報社。
50. 森平爽一郎[1995]、「倒産確率の推定と信用リスク管理モデル」、日本経営財務研究学会、1995年度研究大会発表論文。
51. 森平爽一郎・斉藤啓幸[2001a]「銀行の債務超過確率：オプション・アプローチによる」、森平爽一郎編著『ファイナンシャル・リスク・マネジメント』第7章、朝倉書店、2001
52. 森平爽一郎、森政貴[2001c]、「銀行『倒産確率』の研究」、『週刊東洋経済』、5729号、7-71.

株式アクティブ運用における規模の不経済：
ファンド・キャパシティーと運用パフォーマンス

竹原 均

摘要

アクティブ・ファンドにおける純資産額の増大は、プライス・インパクトを含めた広義の取引コストの上昇につながり、結果として運用パフォーマンスの低下を招くものと一般に考えられている。したがって、ファンド・マネージャーがリスク調整後リターンの源泉となり得る私的情報、公的情報の利用・解釈、運用モデルといった何らかのスキルを有していたとしても、それらを使用して実際の運用において正のリスク調整後リターンを獲得出来る資産額には上限が存在する。本研究では、公的年金運用積立金における国内株式アクティブ運用に焦点を当て、現行の「パッシブ運用を中心としつつもアクティブ運用を併用する」とした運用基本方針が妥当なものであるのかについて、実証分析結果に基づいて議論を行う。分析の結果から、国内株式アクティブ運用を将来的に継続することを、積極的に支持しなければならない合理的な理由は存在しない。またオープン型株式投資信託のパフォーマンス分析結果からは、1,000億円から2,000億円規模のアクティブ・ファンドでリスク調整後リターンを継続的に獲得することは困難である可能性が高いことが示唆された。つまり国内株式投資におけるアクティブ運用の是非、およびアクティブ比率の決定に関して、一般に利用可能なデータから現行の運用方針を正当化することは困難であり、運用方針の継続に際しては、透明性の確保と適切な情報開示が必要とされる。

1. ファンド・キャパシティーとパフォーマンス

ここでは実務界において誤用される対ベンチマーク・トラッキング・エラーとして定義された「アルファ」ではなく、特定のアセットプライシングモデルを前提としたリスク調整後リターンとして「アルファ」を定義する。トラッキング・エラーの意味でのアルファの場合には、たとえばバリュースタイル・インデックスのパッシブ運用によっても、長期ではベンチマークをアウトパフォームすることが可能である。またバリュースタイル効果、小型株効果といったアノマリーに基づく投資戦略を使用せず、投資スタイルを中立で維持していたとしても、アクティブ・ベータ戦略により、正のトラッキング・エラーを実現することは不可能ではない。したがって、年金積立金管理運用独立行政法人(以降 GPIF)の、トラッキング・エラーとトラッキング・エラー・ボラティリティー、そして両者に基づいて計算されたインフォメーション・レシオによるパフォーマンス評価、リスク管理は方法論として誤りである。¹

ここでのファンド・マネージャーのスキルを、「私的情報、公的情報に対する専門知識にも続く分析、運用モデル、執行戦略等の全てを含むマネージャーの比較優位な状況」として定義しておく。特定のアセットプライシングモデルを前提としたリスク調整後リターン、換言すればマルチファクターモデルのもとでのジェンセン・アルファを獲得しようとするならば、そこには何らかのスキルが必要となる。しかしながら、投資家がファンド・マネージャーに運用を委託している場合に、実際にアルファを獲得可能かと言えば、理論的にも実証的にも否定的な意見の方が大勢である。

まずファンド・マネージャー(運用機関)にとっての合理的行動を考えてみよう。ここでマネージャー運用資産額に対して一定比率の運用報酬を得るものとする。アルファにつながるスキルを有するマネージャーを投資家が判別することが可能であるとすれば、そうしたマネージャーに資金フローが集中し、結果として運用資産規模は拡大するはずである。資金フローは投資のタイミングと取引コストの問題を介してアルファを低下させるであろうし、資産規模の拡大も同様にプライス・インパクトを含む取引コストの上昇につながる。結果としてスキルは希薄化し、マネージャーが同一のアイデアに基づく新規運用を停止するのは、期待アルファがゼロとなる時点である。つまりスキルに基づくアルファは時間の経過とともに最終的にはゼロとなり、運用を委託する投資家はアルファを継続的に獲得することは不可能である。このようなリスク調整後リターンを獲得できない資本市場こそが効率的市場であり、投資家は追加的なリスク・テイク無しに現状よりも高いリターンを獲得することは出来ない。

アクティブ運用に関するアルファの獲得については、実証研究の結果の多くが、や

¹ Rudd and Clasing (1982), Grinold and Kahn (1996)からも明らかなように、Treyner and Black (1973)におけるいわゆる 'appraisal ratio' が 'information ratio' である。Treyner and Black(1973)の appraisal ratio と日本の実務界で使用される「誤った」information ratio が一致するのは、ポートフォリオのベータが1の場合に限られるが、アクティブ・ファンドのベータは1から乖離していることが多いため、トラッキング・エラーをもとに計算されたインフォメーション・レシオの使用に理論的な裏付けはない。