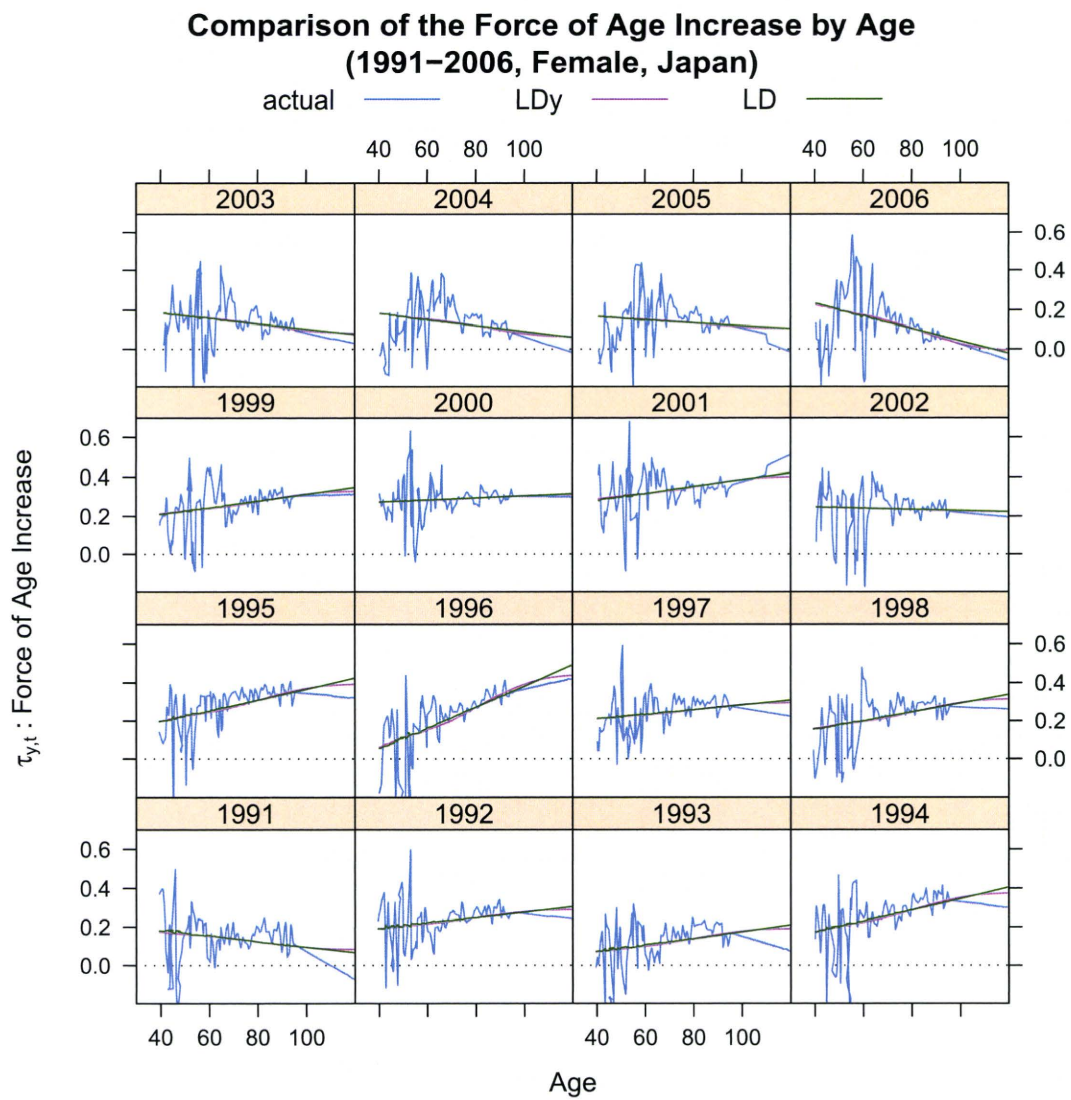


図6 Comparison of the Force of Age Increase by Age(1991-2006, Female, Japan)



3 統計学的観点からのモデル比較

昨年度の研究において、高齢死亡率改善を死亡率の「低下」として捉えるべきなのか、「シフト」として捉えるべきなのかという問いに定量的な回答を与えることを目的として、「低下」型モデルと「シフト」型モデルの両者のパフォーマンスを統計学的観点から比較を行った。「低下」型モデルで最もあてはまりがよかったのは LC モデル、「シフト」型モデルでは LD モデルであったことから、この 2 モデルを用いて比較・検討を行ったが、本年度の研究において改良された LD モデルにおいても同様の結論が得られるかについて検証を行ってみることとしよう。

用いるアプローチは昨年と同様、以下の通りである。

1. 真の死亡率がモデルによって推定された率であると仮定する。
2. 死亡数は二項分布 $B(N_{x,t_c}, p_{x,t_c})$ に従うものとする。ただし、 N_{x,t_c} 、 p_{x,t_c} は、 x 歳、暦年 t_c における人口及び死亡率を表す。
3. N_{x,t_c} は、死亡リスクに曝される生存述べ年数 $E_{x,t}$ に最も近い整数により近似する。

昨年度同様、日本女性人口の N_{x,t_c} が非常に大きい値であり、通常の信頼区間の算定で用いられるような危険率では多くの実績値が信頼区間の外に出て、有効な比較とならない可能性があることから、信頼区間の算定にあたっては、0.01% という極めて低い危険率を設定することとした。

図 7、8 は対数死亡率の実績値 (“actual” で示されたもの) 及びその (100 - 0.01)% 信頼区間 (“upper” と “lower” で示されたもの) と、LC モデルによる対数死亡率との差を見たものである。一方、図 9、10 は同じ図を LD モデルについて観察したものである。これらの傾向は、昨年度の改良前の LD モデル (LDy) を用いた場合と概ね同様であり、両者を比較してみると、LC モデルについては、80 歳近辺において、多くの実績値が信頼区間の外に出てしまっている。一方、LD モデルについては実績値が外に出ている数はより少ない。したがって、改良された LD モデルについても、LC モデルよりもパフォーマンスが優れているのではないかということが示唆される結果となった。

また、これをより明確に見るため、図 11 に、各年齢について対数死亡率の実績値が信頼区間の外側に出る割合を示した。これによれば、高い年齢で LD モデルの方が割合が高い部分は若干あるものの、総じて LD モデルのパフォーマンスが LC モデルをかなり上回っていると見ることができよう。この両モデルの比較の結果は、昨年度同様、わが国の近年の高齢死亡率改善について、「低下」よりは「シフト」と捉える見方がより強く支持されることを示唆しているものと見ることができよう。

図 7 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LC)(1970-1989, critical value = 0.01%)

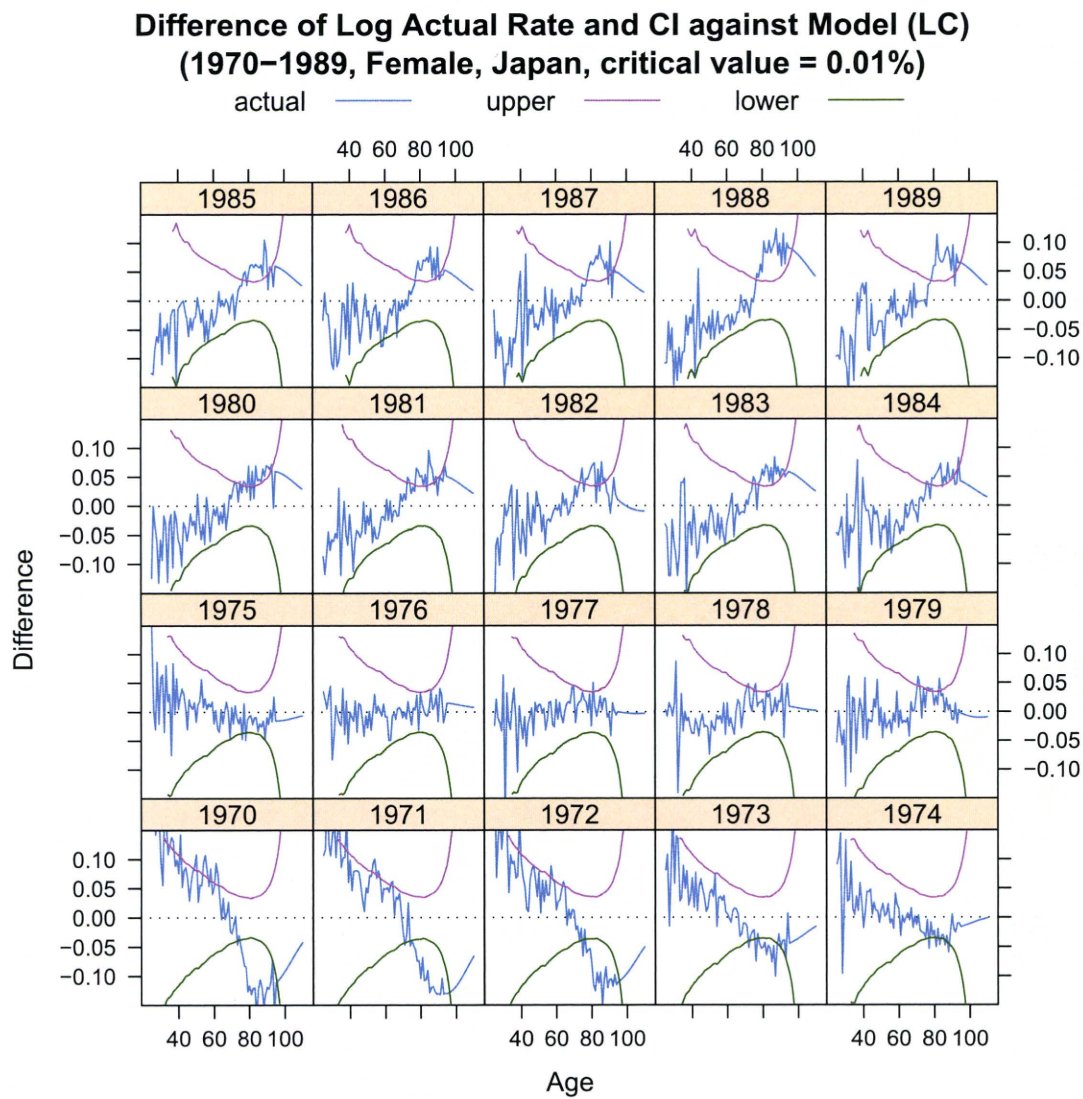


図 8 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LC)(1990-2009, critical value = 0.01%)

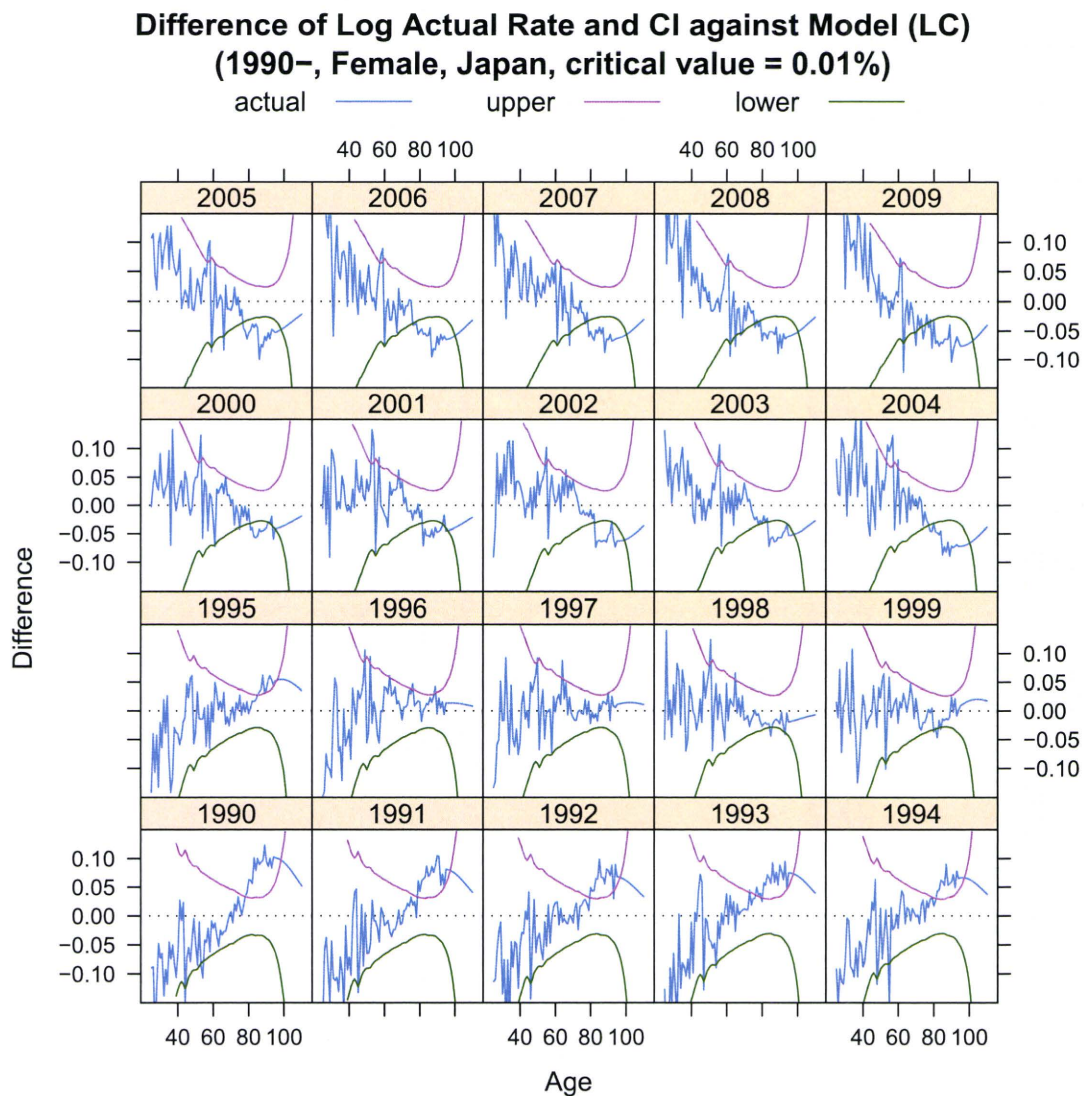


図9 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LD)(1970-1989, critical value = 0.01%)

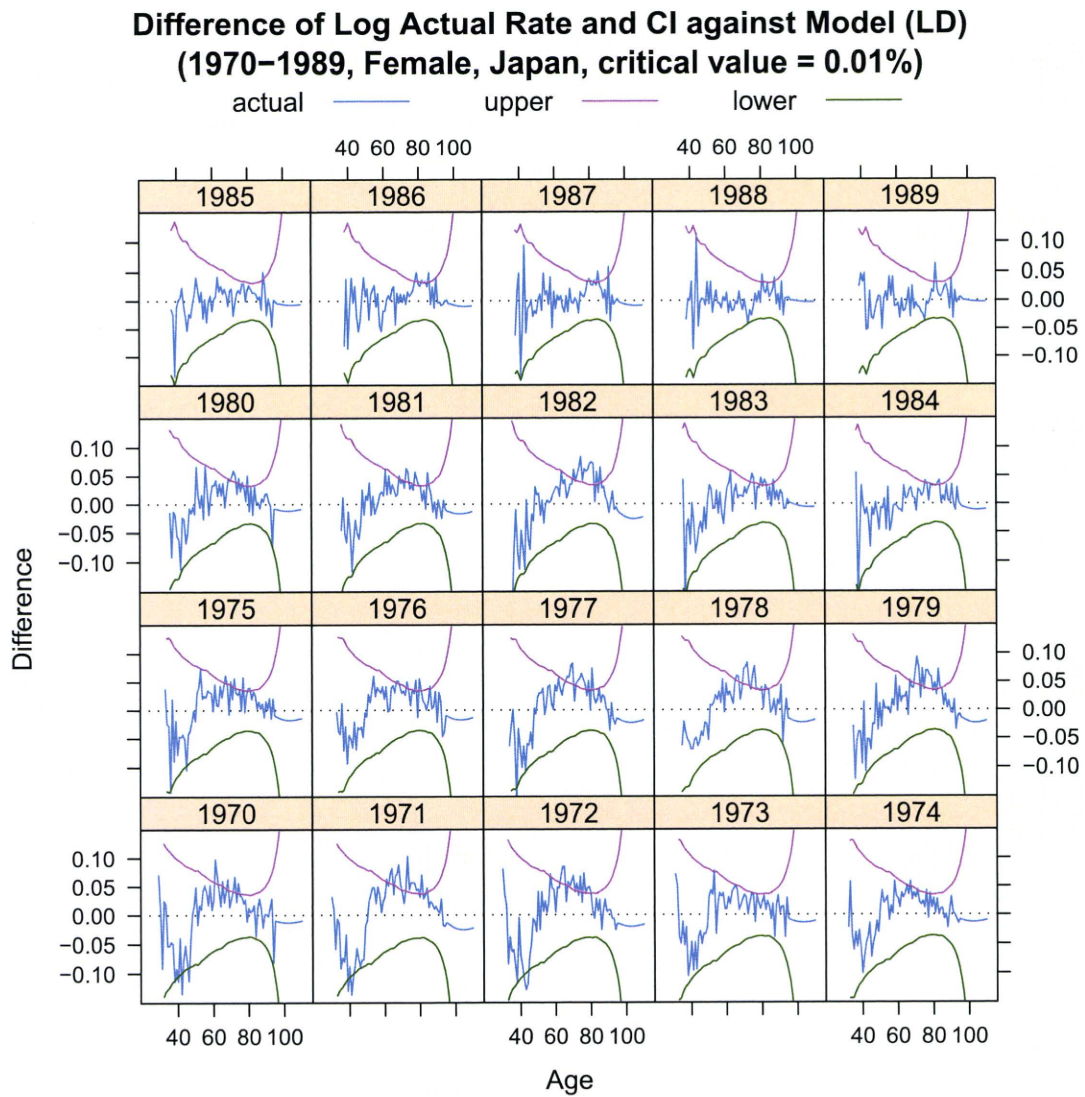
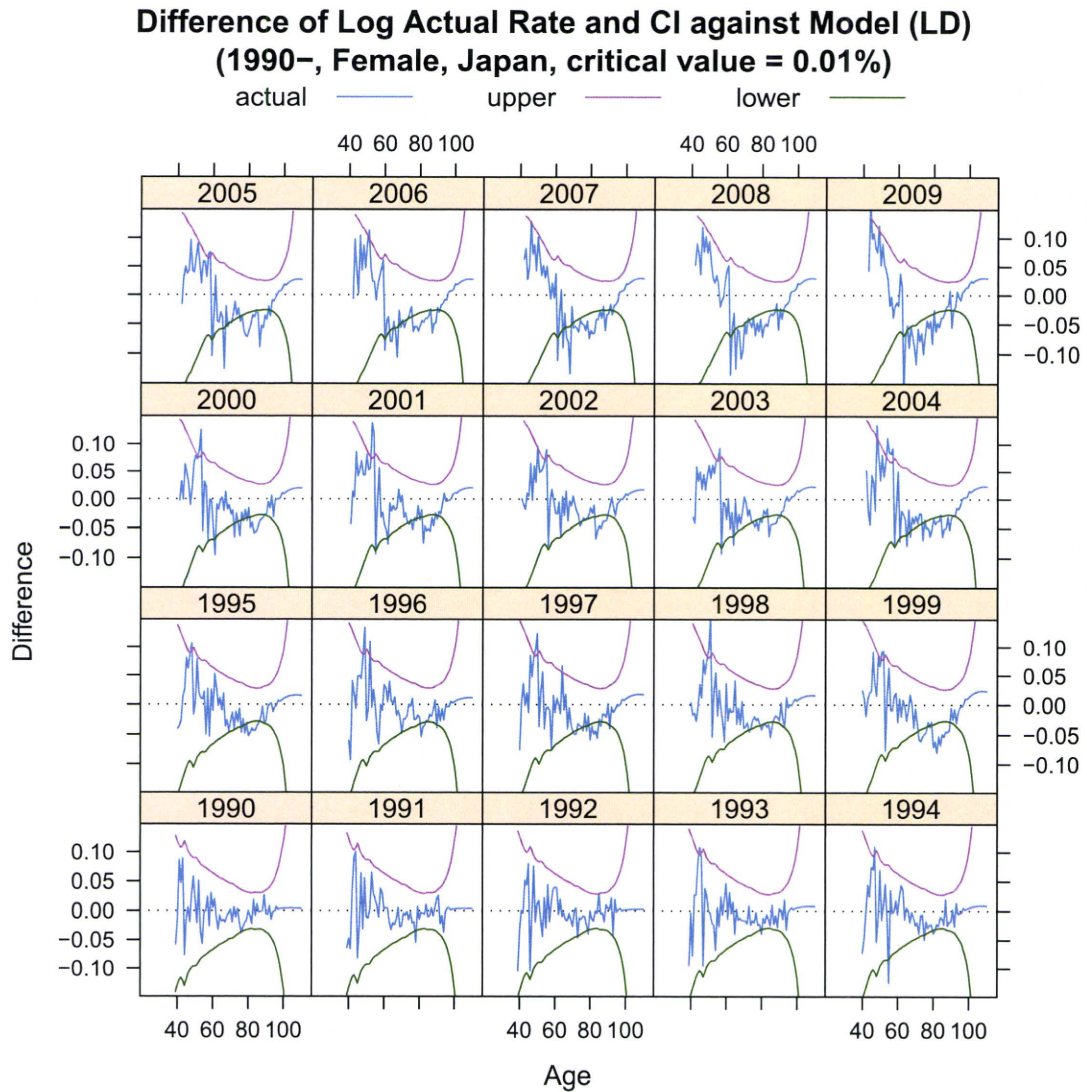
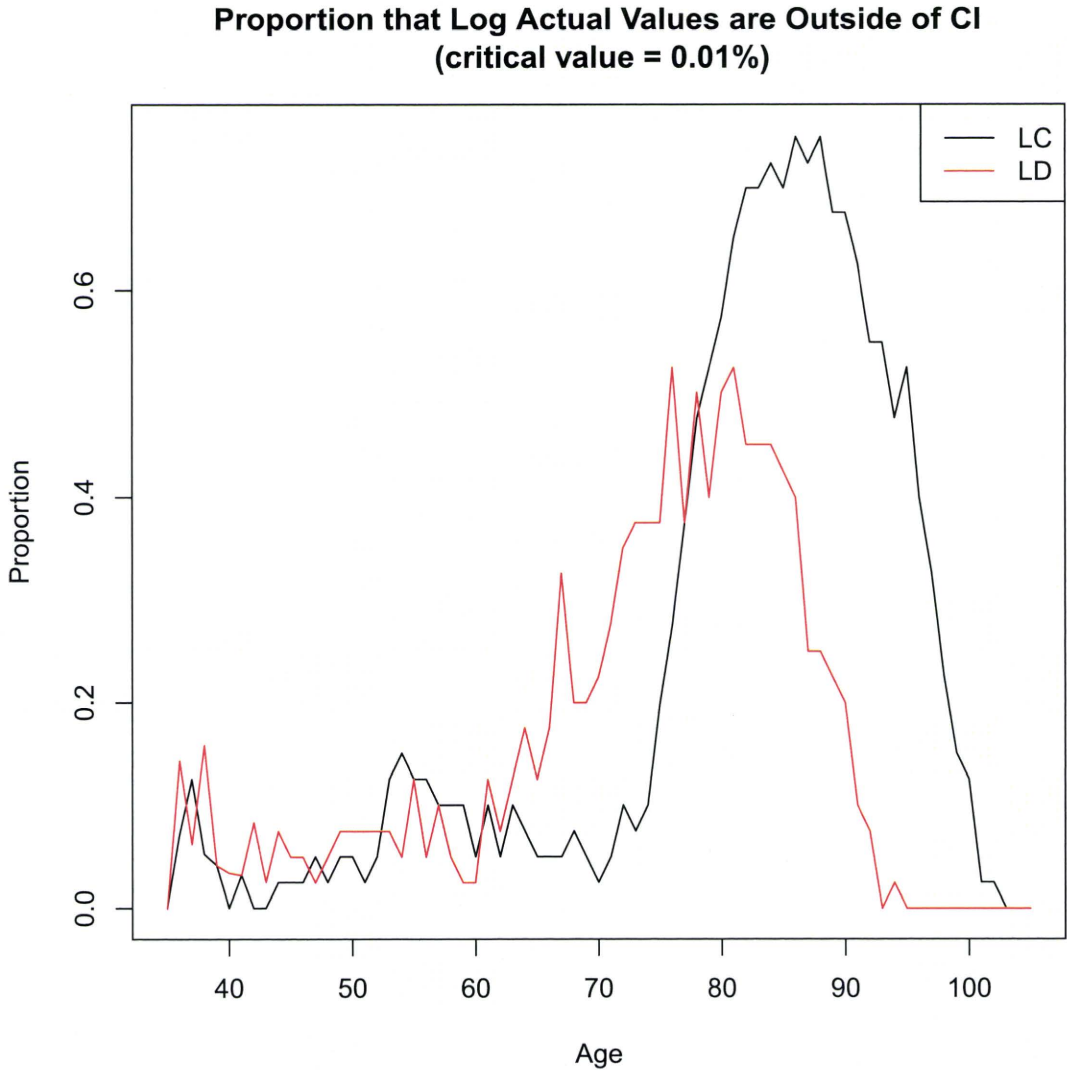


図 10 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LD)(1990-2009, critical value = 0.01%)



☒ 11 Proportion that Log Actual Values are Outside of CI (critical value = 0.01%)



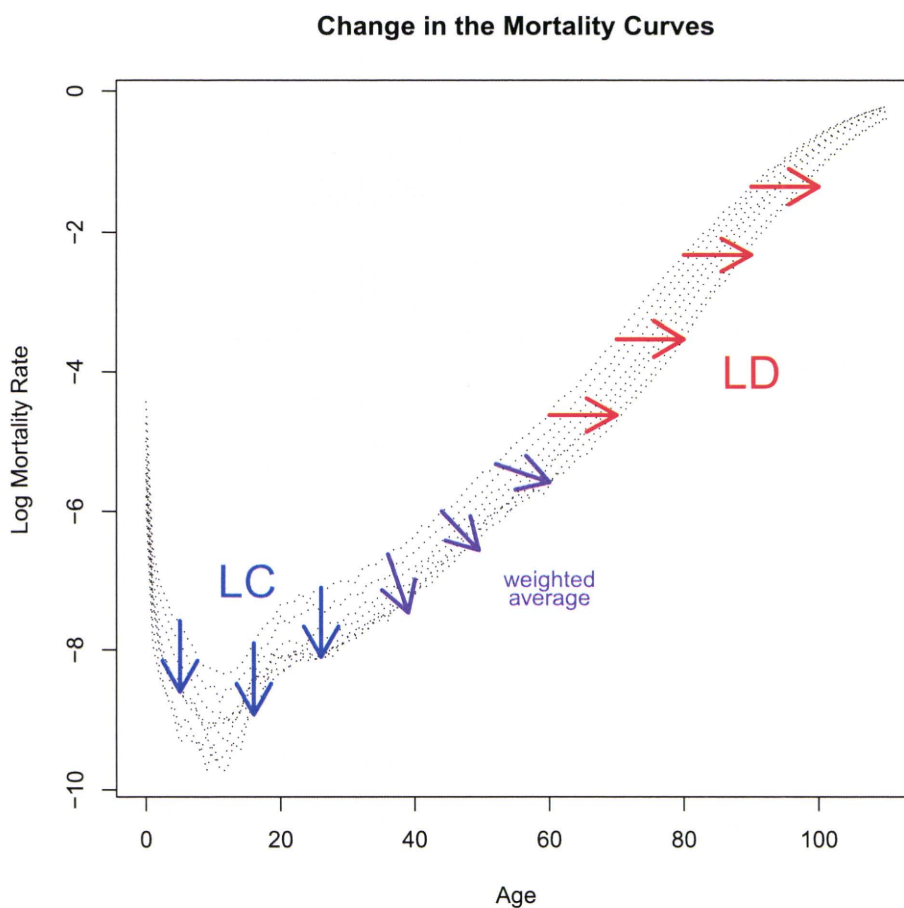
4 対数死亡曲面上の接ベクトル場

4.1 対数死亡曲面上の接ベクトル場を利用した全年齢死亡モデルの構築

前節までにおいて、高齢者死亡のモデリングにおける LD モデルの有効について、LC モデルとの比較を通じて明らかにしてきた。しかしながら、LD モデルは成人死亡率のみを表現するモデルであり、そのまま全年齢死亡率モデルとして利用することはできない。

そこで、本節においては、高齢部分に LD モデル、若年部分に LC モデルの構造を持つ全年齢死亡率モデルを、対数死亡率曲面 S 上の接ベクトル場を利用して構築する方法論について検討する。まず最初に、模式的な例によってこのような全年齢死亡率モデルの構成法を考えることとしよう。図 12 は対数死亡率の改善例を表したものである。我々はこれまでの検討によって、高齢部分の死亡率改善は、赤い矢印で示された方向に死亡率改善を表現する LD モデルがよくあてはまる一方、若年部分については青い矢印で示された方向への改善で表現する LC モデルがよくあてはまることを結果として得た。ここで、これらの

図 12 Change in the Mortality Curves



矢印は、対数死亡率曲線上のそれぞれの点において、その時刻にどちらの方向に死亡率が改善しようとしているかを表している。数学的には、これらの矢印が表現するものを、さらに時間軸を加えた対数死亡率曲面上における接ベクトル場として定式化することが可能である。

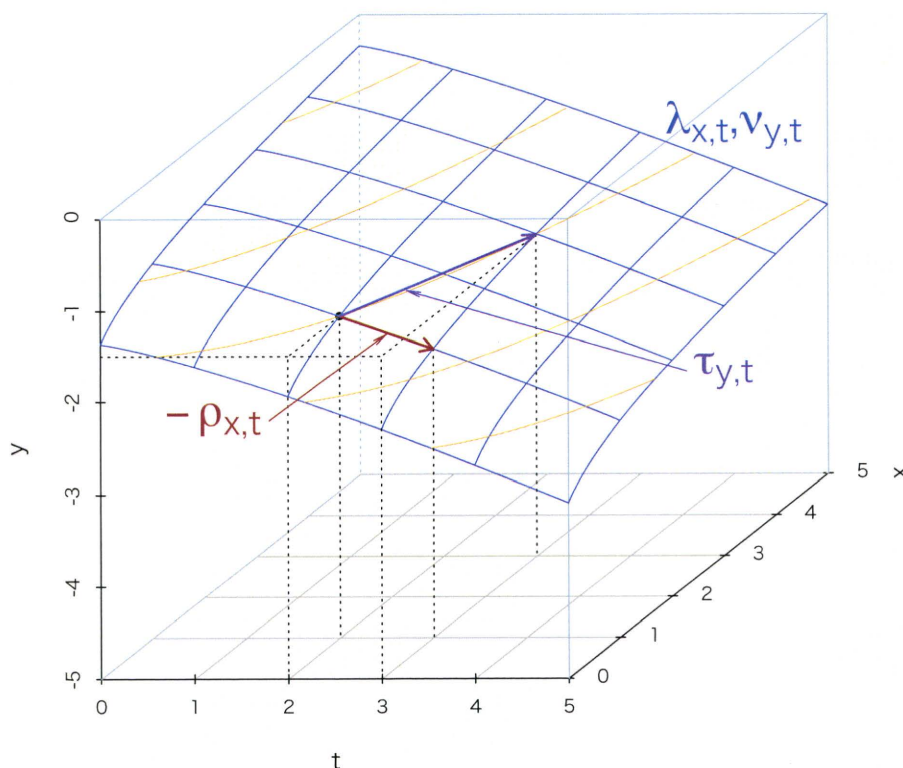
昨年度の研究において、死亡モデルを対象となる関数の時間変化である微分型表示で表し、そこで用いられる関数 $x_{,t}$ 、 $y_{,t}$ を用いたベクトル

$$\rho(x_0, t_0, y_0) = (0, 1, \quad x_0, t_0)$$

$$\tau(x_0, t_0, y_0) = (\quad y_0, t_0, 1, 0)$$

が、 S の接ベクトルになることを論じた。そして、 S の各点にこの接ベクトルを対応させることにより、 S 上に 2 種類の滑らかな接ベクトル場を定義することができた。すなわち、LC モデルに対応する接ベクトル場と LD モデルに対応する接ベクトル場である。こ

図 13 Log Mortality Surface and Two Differential Functions



れら各点における接ベクトルは、LC, LD モデルのパラメータ推定を行うことにより求め

ることが可能である。LC, LD モデルに対応する 2 つの接ベクトル場を推定した上で、図 12 における紫の矢印で表される中間的な年齢層に対しては、両者のベクトル場に属するベクトルを、一定のウェイトを用いてベクトルレベルで加重平均することにより、LC モデルから LD モデルへと連続的につながるようなベクトル場を定義することが可能である。ここでは、ウェイト $w(x, t)$ を線形関数を用いて以下の式で定義することとした。

$$w(x, t) = \begin{cases} 0 & (x < x_0(t) = 25) \\ \frac{x - x_0(t)}{x_1(t) - x_0(t)} & (x_0(t) \leq x < x_1(t)) \\ 0 & (x \geq x_1(t)) \end{cases}$$

ただし、 $x_1(t)$ は、基準年 ($t_{bp} = 1989.5$ 年) において $x_1(t_{bp}) = 50$ とし、その他の年については、 $x_{t=50, t_{bp}}$ を満たす x を $x_1(t)$ とした。そして、これを用いて、

$$(1 - w(x, t))\rho(x, t, y) + w(x, t)\tau(x, t, y)$$

が各点における死亡率改善を示すベクトルとなる接ベクトル場を持つような対数死亡率曲面を構成することにより、全年齢死亡モデルを定義することができることになる。この様子を三次元プロットで表したものが図 14、さらにこれを二次元平面に射影したものが図 15 である。

この接ベクトル場による死亡モデルを用いた死亡率推計結果を 1970, 1980, 1990, 2000, 2009 年について示したものが図 16 である。青い点線で示したものが LC モデルによる推計値、赤い点線で示したものが LD モデルによる推計値、黒い実線が接ベクトル場による死亡モデル (以下、「TVF モデル」と呼ぶ) による推計値である。これを見ると、TVF モデルによる推計結果は、25 歳未満の若年層では LC モデルに一致し、それ以降 LD モデルのラインに近づき、高齢層では LD モデルに一致していることがわかる。したがって、対数死亡率曲面上の接ベクトル場を利用することにより、高齢部分では LD モデルによるシフト型の死亡率改善をしつつ、若年部分においては LC モデルによる低下型の死亡率改善をするような、自然なモデリングを行うことが可能となった。

图 14 示例构造切向量场

Example of the Tangent Vector Fields

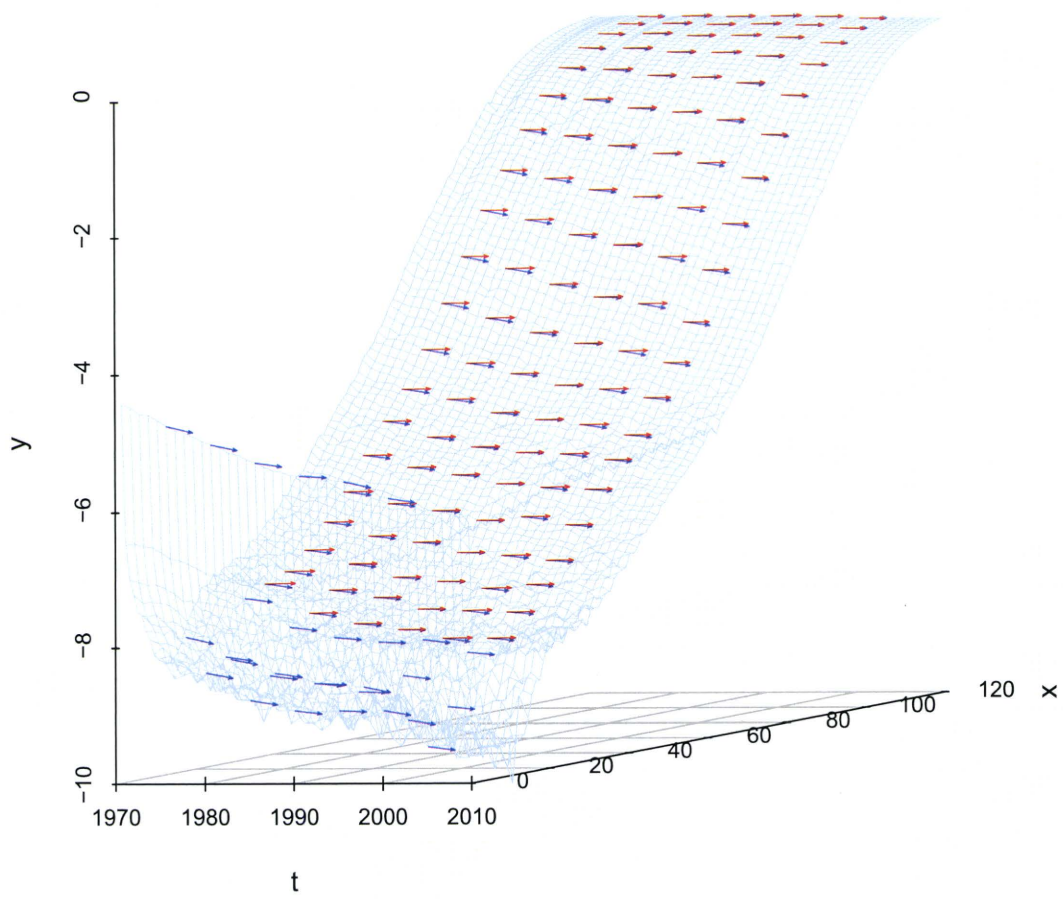


图 15 Example of a Construction of a Tangent Vector Field

Example of a Construction of a Tangent Vector Field

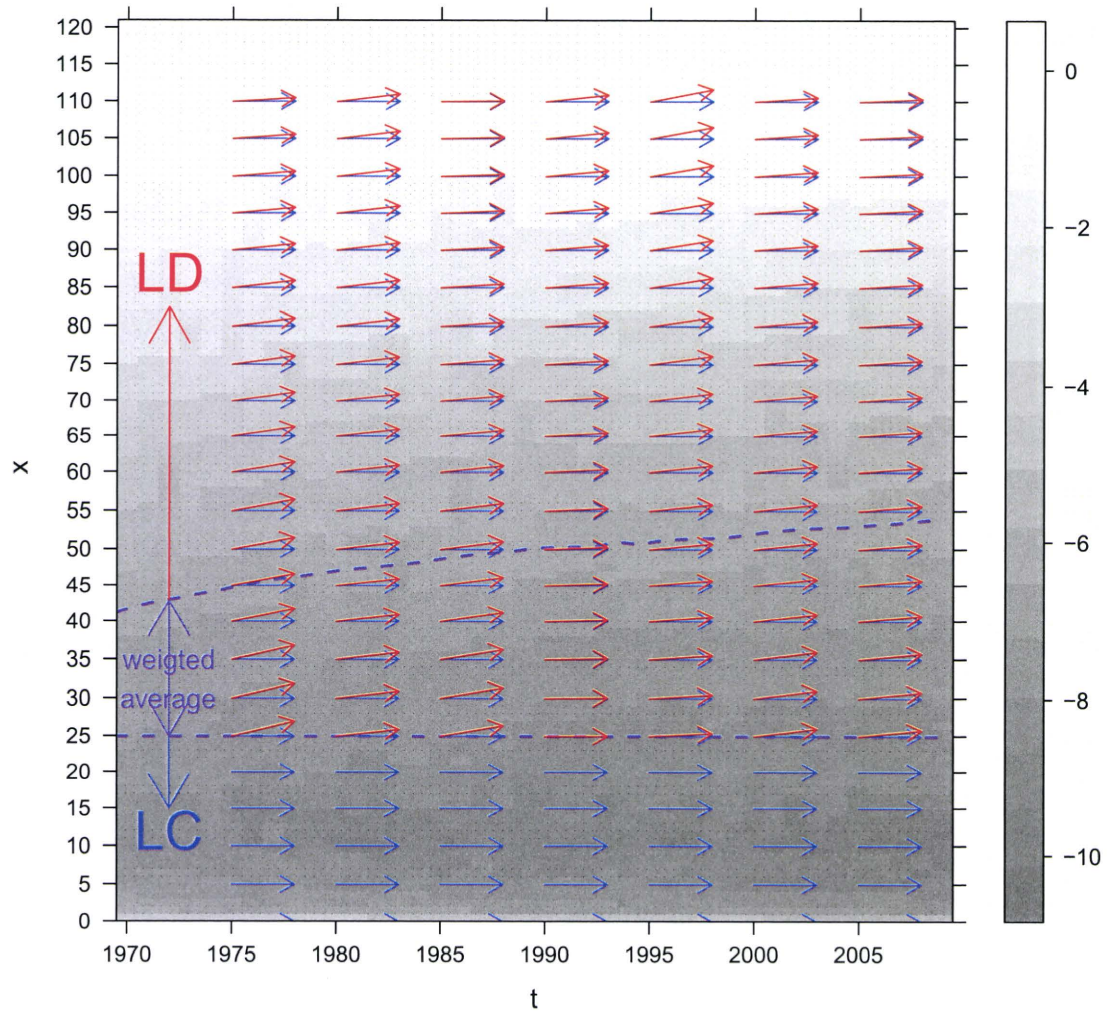
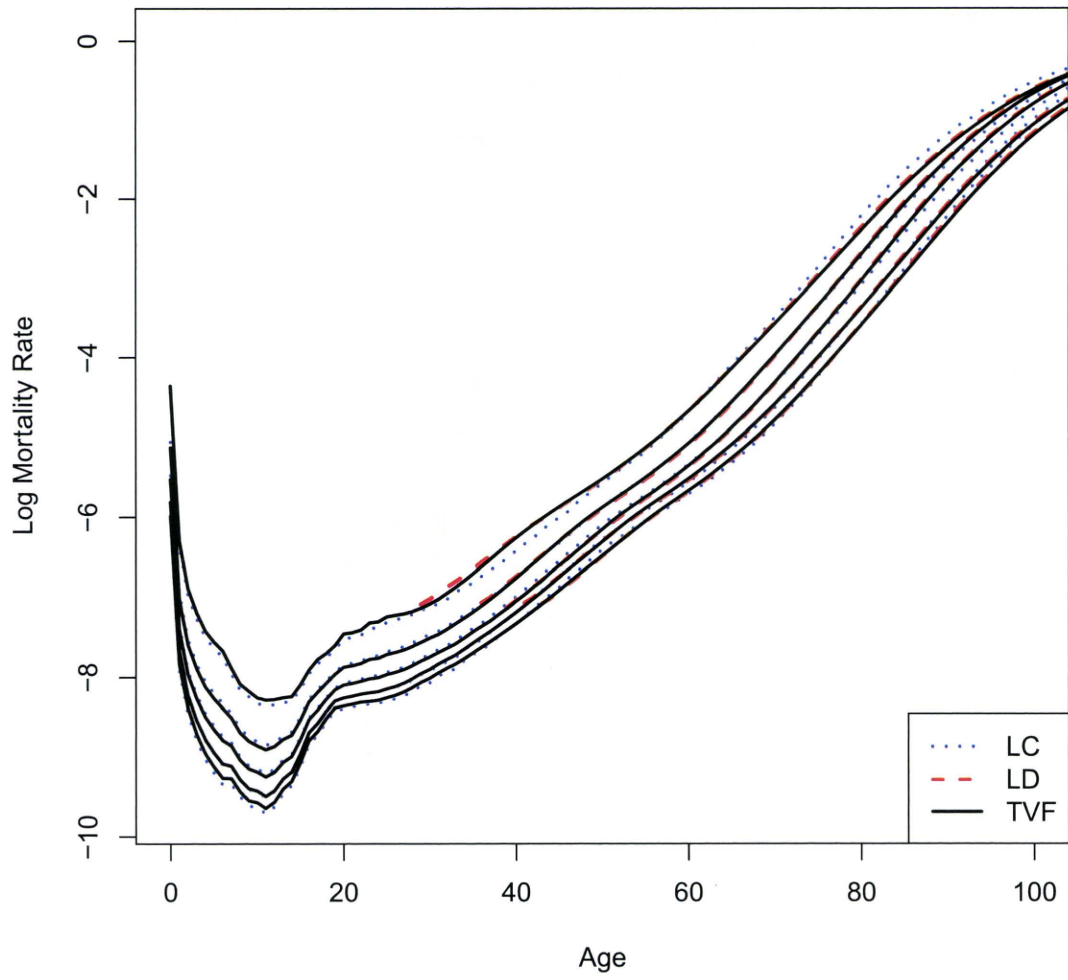


Figure 16 Estimated Mortality Rates (LC, LD, TVF)

**Estimated Mortality Rates by LC, LD, TVF models
(Female, 1970, 1980, 1990, 2000, 2009)**



おわりに

本年度の研究では、昨年度までの研究成果を発展させ、LD モデルについて、ロジスティックモデルとより整合性を高める観点からの改良を行うとともに、死亡率のモデル化にあたって、対数死亡率曲面上の接ベクトル場を利用することの有効性を示し、高齢部分に LD モデルの構造を持つ全年齢死亡率モデル構築の方法論に関して検討を行った。

昨年度の研究において、シフト型で死亡率改善を表現する「LD モデル」を提案し、現在、標準的な死亡率推計モデルとして用いられているリー・カーター・モデルとの比較を通じてこのモデルの有効性を示したところであるが、LD モデルは年齢シフトモデルのシフト量・勾配パラメータ等を求める際の理論的基礎となっている 2 パラメータロジスティックモデルとの整合性の観点で課題があった。本年度の研究ではこの点を改良し、2 パラメータロジスティックモデルの $y_{i,t}$: 年齢増加率が持つ特性を保有するよう、 $y_{i,t}$ が x の線形関数であるとして LD モデルを定義することとした。この改良された LD モデルに対しても、昨年度行ったのと同様に統計学的観点からの LC モデルとの比較を行い、やはりわが国の近年の高齢死亡率改善について、「低下」よりは「シフト」と捉える見方がより強く支持されることを示唆しているものと見ることができるとの結論を得た。

また、この LD モデルは成人死亡率のみを表現するモデルであり、そのまま全年齢の死亡率モデルとして利用することはできない。そこで、対数死亡率曲面 S 上の接ベクトル場を利用することにより、高齢部分に LD モデル、若年部分に LC モデルの構造を持つ全年齢死亡モデルである TVF モデルの開発に関する検討を行った。これは、死亡モデルを対象となる関数の時間的変化である微分型表示を利用し、LD, LC モデルを対数死亡率曲面上の接ベクトル場として捉え、中間的な年齢層では接ベクトルのレベルで LD, LC モデルに対応する接ベクトルを加重平均することにより両モデルを接合して全年齢死亡モデルを構成するものである。TVF モデルによる推計結果は、25 歳未満の若年層では LC モデルに一致し、それ以降 LD モデルのラインに近づき、高齢層では LD モデルに一致している。このように、対数死亡率曲面上の接ベクトル場を利用することにより、高齢部分では LD モデルによるシフト型の死亡率改善をしつつ、若年部分においては LC モデルによる低下型の死亡率改善をするような、自然なモデリングを行うことが可能となった。

本研究で検討を行った TVF モデルを、年齢シフトモデルと比較すると以下のような利点がある。年齢シフトモデルで用いられている年齢変換を行うためには、まず最初に死力曲線にロジスティックモデルをあてはめ、パラメータ推定をする必要がある。これは、年齢変換後に行うリー・カーター・モデルによるモデリングがノンパラメトリックな手続きによっているのに対し、年齢変換の中ではパラメトリックな手続きが必要であることを意味しており、一つのモデルの中に両者の手続きが混在していたことになる。しかしながら、TVF モデルでは、このような手続きは必要なく、モデル全体を完全にノンパラメト

リックな手続きのみで構築することが可能となる。したがって、TVF モデルは、高齢者死亡の表現性にすぐれ、年齢シフトモデルの理論的根拠ともなっていたロジスティックモデルの特性を保ちつつ、モデル内部の整合性に関してもより高いレベルで達成することができるのである。

以上に述べてきた通り、TVF モデルは年齢シフトモデルで開発されてきた、シフト型の死亡率改善をモデルに取り込むという観点を採り入れつつ、全体をノンパラメトリックな手続きで構成するという LC モデルが持つ特性を同時に達成したモデルであるということが出来る。この新たなモデルをわが国の死亡動向の分析に活用するとともに、死亡率の将来推計に応用していくことが今後の課題といえよう。

参考文献

- Human Mortality Database. University of California, Berkeley (USA) and Max Planck Institute for Demographic Research (Germany). Available at www.mortality.org or www.humanmortality.de.
- Ishii, F. (2008) “Mortality Projection Model for Japan with Age-Shifting Structure”, Paper presented at 2008 Annual Meeting of Population Association of America (New Orleans).
- 石井太 (2008) 「近年のわが国の死亡動向に適合した 将来生命表推計モデルの研究-年齢シフトモデルの開発-」, 『人口問題研究』, 第 64 巻, 第 3 号, pp.28-44.
- Ishii, F. (2010) “Application of Age-Transformation Approaches to Mortality Projection for Japan”, Paper presented at Joint Eurostat/UNECE Work Session on Demographic Projections, Lisbon, Portugal.
- 国立社会保障・人口問題研究所 (2007) 『日本の将来推計人口—平成 18 年 12 月推計—』, (財) 厚生統計協会.
- Lee, R. and L. Carter (1992) “Modeling and Forecasting U.S. Mortality”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 87, No. 419, pp. 659-675.
- Thatcher, A. R., V. Kannisto, and J. W. Vaupel (1998) *The Force of Mortality at Ages 80 to 120*: Odense University Press.

8 将来生命表の作成手法とその課題の検討

別府 志海

1. はじめに

WHO によると、現在の日本は、男女ともに平均寿命が世界で最も長い国の一つである (WHO 2009)。とりわけ、日本人女性の平均寿命は、他の長寿国と比較しても水準が飛び抜けて高く、また平均寿命の伸長幅が大きい。

さて、将来の平均寿命を推計するには、将来についての生命表を作成する必要がある。将来生命表の作成方法には幾通りかあるが、近年広く用いられているのは、Lee と Carter が 1992 年の論文で発表した Lee=Carter モデルである。また、この Lee=Carter モデルを改良する研究も行われている (Bongaarts 2005, Lee 2000, 石井 2008, 小松 2002 など)。

この稿では、日本の死亡率を欧米における低死亡率の国と比較する。その上で、将来生命表の作成方法として近年広く使用されている Lee=Carter モデルの利点と問題点を整理し、課題を検討することを目的とする。

2. 年齢別死亡確率および生存数の推移

1. 年齢別死亡確率および生存数

年齢別死亡率は通常、乳幼児期は高水準であるが、そこから徐々に低下して 10 歳代で最低水準となり、30~40 歳代から高年齢にかけて指数直線的に上昇する。仮に死亡率が極度に低下すると、ヒトには生存可能な期間に限界の年齢 (限界寿命) があるために、年齢別死亡率は乳児期から高年齢まで低い水準を持続した後、限界点に近い年齢になって急激に上昇する。究極的には限界寿命の年齢以外における死亡率は 0 になり、死亡は限界寿命の年齢のみで発生する。この様子を生命表の生存数 l_x の変化からみると、限界点付近の年齢まで出生数のままで推移し、急激に減少するようになる。この状態では生存数曲線が出生時と限界寿命を両端とする長方形になることから、こうした変化は「生存曲線の矩形化 (rectangularizing survival curve)」といわれる (Fries 1983)。

近年の長寿国において、こうした矩形化が発生しているかどうかをみるため、生命表上の死亡確率 q_x ならびに生存数 l_x を観察する。図 1 は、世界でも特に死亡率が低水準である日本およびスウェーデンの女性について、生命表上の死亡確率 q_x の時系列変化を示している。スウェーデンについてみると、1751 年から 1900 年までの死亡確率は、現在の水準と比較して若年齢の死亡率水準がかなり高い。特に 0 歳死亡率の水準は当時の 80 歳代の水準に匹敵しており、2006 年における 100 歳のそれに相当する。

また図 2 は日本およびスウェーデンの女性の生存数 l_x を示したものである。この図にお

いて、各曲線と年齢軸から成る面積が平均寿命に相当する。現在では世界有数の長寿国であるスウェーデンも、1751年当時の平均寿命は39.9年、1800年の平均寿命は33.2年であった。図1および図2から、当時の平均寿命が短かったのは、特に5歳未満における死亡率の高さに起因していたことが分かる。

1850年以降の生存数 l_x は年々上昇しているが、その変化は1900年までのパターンと1950年からのパターンで大きく異なっている。1751年から1900年までの変化は主に10歳以下の部分であり、10歳以上の部分の変化は小さい。また、95歳付近で生存数がほぼ0人になるという傾向は、1751年から1900年まで同様である。ところが1900～1950年では、10歳以下に加え60歳以下の幅広い年齢で生存数 l_x の上昇がみられる。さらに1950～2007年になると、0歳から30歳付近までは低下が観察されない。これらの年齢では死亡率の水準がほぼ限界まで低下しているといえる。また、60歳以上でも生存数 l_x の上昇が顕著であると同時に、生存数が0人になる年齢の上昇が見られる。この変化は、生存数 l_x の曲線が高年齢方向へシフトしているとも見ることができる。前述のように、生存数 l_x の曲線から下の面積が平均寿命に該当することから、1950～2007年の期間における平均寿命の伸長に対し、60歳以上の高年齢部分における死亡率低下が大きく影響していることが指摘できる。

日本についてみると、1950年段階ではスウェーデンの生存数 l_x と比べ、特に5歳未満の部分での曲線の低下が大きい。しかし、日本が世界最長寿国である2007年を比べると、60歳以下ではわずかにスウェーデンが高いものの、60歳以上では日本がスウェーデンを大きく上回っている。生存数 l_x による面積の比較から、この高年齢部分における死亡率水準の相違が、両国の平均寿命の差を生じさせていることになる。

こうした長寿国における生存数曲線および死亡曲線を高年齢方向への移動であると考えた場合、将来生命表を作成する際には、この移動がいつ／どの年齢まで続くのかが問題となる。

2. 平均寿命の変化に対する年齢別死亡率の寄与度

平均寿命の変化に対する年齢別死亡率の寄与率を求める方法は幾つかある（Preston et al. 2001）。ここではArriagaの方法（Arriaga 1984）を用いた場合の、日本およびスウェーデンの平均寿命の変化に対する年齢別死亡率変化の寄与率を表1に示す。スウェーデンにおける平均寿命は、1960年以前は概ね5～6年ずつ伸張しているが、1960年以降になると伸びが小さくなっている。年齢別の寄与率をみると、1980年までは5歳未満における寄与率の高さが目立つ。特に0歳の寄与率が高く、0歳死亡率の変化だけで平均寿命の変化に対し20%以上、期間によっては40%を超えている。寄与率の高い年齢層は、1880年以降になると5歳未満に加えて5～14歳に、1920年以降は15～39歳を中心に、さらに1940～60年では40～59歳へと高年齢へ移行している。

1980年以降になると、それまで高い寄与率を示していた60歳未満の寄与率は大幅に低下し、代わって60歳以上の寄与率が高くなっている。特に女性では、80歳以上の寄与率

が20～30%と高い水準にある。

日本においても、スウェーデンと同様の傾向が観察される。つまり初期の頃は5歳未満における死亡率改善による寄与が大きく、それが1960～80年になると40歳以上へと移り、1980年以降では60歳以上の死亡率低下が中心的となっている。したがって、観察期間が最近になるにつれて寄与率の高い年齢が高年齢へシフトする。日本の特徴は、1935-36～1960年の期間において5歳未満と15～39歳の寄与率が高くなるなど、幅広い年齢で同時に死亡率が大きく低下していることが挙げられる。また1980年以降では、60歳以上における寄与率が特に大きい。女性の場合は、平均寿命の変化に対し60歳以上が7割ほど、2000年以降においては80歳以上だけで4割以上の寄与率となっており、スウェーデンと比べても高い水準となっている。

以上で示したように、近年における寿命の伸長は、その多くを65歳以上における死亡率低下によって実現している。40歳未満の寄与率はスウェーデン、日本ともに2割以下、15歳未満では1割以下にまで低下している。このことから、平均寿命の長い国では、乳幼児期を除いた若年層の死亡率はほぼ低下しきっていると考えられる。

したがって長寿国における今後の寿命動向は、中高年層の死亡率がどこまで低下するかによって左右されることになる。

3. 平均寿命の上限を探る研究の動向

平均寿命の動向について分析した研究もある。Oeppenらは、各年次における最長の平均寿命を時系列で描くと、150年間にわたってほぼ直線的に伸びてきていることを見出した(Oeppen and Vaupel 2002)。もし平均寿命の限界点が近くにあるのであれば、平均寿命の伸長が鈍化するなどの兆候が観察されるはずである。しかしながら、近年においても直線的な寿命の伸長傾向に変化はみられない。このことからOeppenらは、平均寿命の上限は少なくとも当分先であるとしている(Oeppen and Vaupel 2002)。

これに対しVallinらは、直線の当てはめ期間を幾つかに区切った場合、必ずしも全期間を通じて直線的な寿命の伸びが継続しているわけではないと指摘している(Vallin and Meslé 2009)。Vallinらによれば、平均寿命の伸びが最も著しかったのは1886-1960年の期間であり、その後の1960-2005年の期間における平均寿命の伸びは若干小さくなっている。

OeppenやVallinらの研究は、その時々において平均寿命が最も長い(寿命順位が1位)ものを扱っている。ここで、寿命順位¹⁾が1位に加え、2位から5位までの平均寿命を並べて示したのが図3である。寿命順位が1位の平均寿命は、Oeppenらが指摘しているように直線的な伸長を示している²⁾。次に、寿命順位が2位以降である平均寿命の推移を見ると、直線的に推移している最長の平均寿命とは1940年以前と1990年以降において乖離

1) この稿では、各年次における国別の平均寿命を長い順に並べた際の順位を示す。

2) 1950-60年代における歪みは、当該国におけるデータに問題があるとの指摘がある(Vallin and Meslé 2009)。

が大きくなっており、いずれも曲線的な伸長であることが分かる。したがって、2位以降だけについて平均寿命の推移を観察した場合、遠からず平均寿命が上限に達する可能性が示唆される。

以上から、特に日本人女性の平均寿命は、他の高寿命国と比べても顕著に高く、さらに近年にかけてその差が拡大していることが示された。また、長寿国において、平均寿命が1位の場合は直線的に伸長しているのに対し、2位以下の国では曲線状であった。このことから、2位以下の推移だけを見るならば、平均寿命の限界点はさほど遠くないところに存在する可能性が示唆された。

3. 将来生命表の作成方法

1. Lee=Carter モデル

将来生命表の作成方法は、大きく次の3つがある(金子 1987, 国立社会保障・人口問題研究所 2007)。第一の方法は経験的方法と呼ばれるものがある。これは、既存の生命表等を基にして将来生命表を作成する方法であり、モデル生命表、最良生命表がこれにあたる。この方法により将来の生命表を作成する場合、いつの時点における死亡状況と仮定するかが問題となる。

第二の方法は数学的方法である。生命表における死亡確率 ${}_nq_x$ に数式を当てはめることで、任意の時間、年齢の死亡確率を得る方法である。しかしながら、全年齢の ${}_nq_x$ について当てはまる数式を求めることは困難であるなど、必ずしも実用的とは言えない。

第三の方法はリレーショナル・モデルを応用するものである。年齢別死亡率に関するリレーショナル・モデルは、標準となる年齢パターンと少数のパラメータによる数学的変換によって、任意の死亡率の年齢パターンを得ようとする手法である(金子 1987)。

現在、広く用いられているリレーショナル・モデルは、Lee と Carter が 1992 年に発表した Lee=Carter モデルである (Lee and Carter 1992)。このモデルは、少ないパラメータを用いて時系列の死亡率推移を再現することが可能である。Lee=Carter モデルは次の数式によって示される (Lee and Carter 1992)。

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + e_{x,t} \dots\dots\dots (1)$$

ここで x は年齢、 t は時間、 $m_{x,t}$ は時間 t における年齢 x の中央死亡率、 a_x は年齢 x における平均的な死亡率(の対数值)、 b_x は k_t が変化する際の死亡率変化の年齢パターンを、 k_t (死亡指数) は全体的な死亡率水準の経年変化を、 $e_{x,t}$ は平均 0 の誤差項を示す。このモデルはまた、 $m_{x,t}$ の変化を、時間に沿って変動する要素(k_t)と時間に依存せず固定的な要素(a_x, b_x)へ分解したのちと考えることもできる。パラメータ k_t が直線的に推移している場合、死亡率は指数関数的に変化する。

このモデルの長所であるが、第一に、モデルに用いられている変数は少数ながら、推定

された死亡率水準の適合度がかなり高いことが挙げられる (Lee and Carter 1992)。特に、年齢別の死亡率変動係数 b_x は時系列で変化しないと仮定すると、既存 (過去) の統計から a_x , b_x , $e_{x,t}$ を求めるため、推計に必要なパラメータは k_t のみとなる。また Lee=Carter モデルは、推計された死亡率が負の値を取ることはない。

Lee=Carter モデルを用いて死亡率予測を行う場合には、どのようにして k_t を補外するかが問題となる。Lee and Carter (1992) は、アメリカの 1900~1989 年について k_t を算出し、概ね直線的に変化していたとして、将来も直線的に変化すると仮定して補外を行っている (Lee and Carter 1992, Lee 2000)。

2. Lee=Carter モデルの問題点

Lee=Carter モデルは使用するパラメータが少ないにもかかわらず、高い精度で死亡率を推計できる (Lee and Carter 1992, Lee 2000)。しかしながら同時に、いくつかの問題点も指摘されている (Lee and Carter 1992, Lee 2000, Bongaarts 2005, 石井 2006)。ここでは、主な問題点として次の 3 点を掲げる。

第一の批判は、パラメータ k_t の推計方法についてである。Lee and Carter (1992) では k_t の将来値を、過去の k_t の推移に直線をあてはめ、これを補外して求めている。ただし、直線で補外することの理論的根拠は示されておらず、この方法が最善かは疑問が残る。第二に、モデルにおける年齢別の死亡率変動パラメータ b_x について、時系列による変化はないと仮定をおくことの是非である。特に、数十年といった比較的長期を扱う場合、 b_x が変化する可能性がある。第三に、男女別に死亡率の推計を行った際の、男女間の寿命差についてである。男女別々にモデルを当てはめ、将来の死亡率を求めた場合、男女間における死亡率変動のタイミングの相違等によって、男女間の寿命差が開いていくことがある (Lee 2000)。近年では欧米の多くの国において、平均寿命の男女差は縮小傾向にあるため、欧米諸国を対象とした推計結果において男女差が拡大していくことは不自然である。

これらの中でも、特に第二の b_x に関する問題は大きいため、幾つか改善の試みが行われている (Bongaarts 2005, 石井 2006, 石井 2008 など)。

3. シフティング・ロジスティック・モデル

Lee = Carter モデルが年齢別の死亡率低下パターンを固定しているのに対し、固定しないモデルとして、Bongaarts のシフティング・ロジスティック・モデルがある (Bongaarts 2005, 石井 2006)。Bongaarts は、中高年齢における死力の上昇はロジスティック曲線状であるとして、死力を加齢による死亡率水準 (senescent mortality) と、加齢によらない死亡率水準 (background mortality) の二つの要素に分解したモデルを考案した (Bongaarts 2005)。なお、加齢によらない死亡率水準は、ゴンパーツ=メーカム曲線におけるメーカム項に相当する。