

$$B'_{(z)} = B_{AB(z)} + B_{CD(z)} \quad (9)$$

となる。同様に B_{BC} , B_{DA} の z 軸方向成分を計算でき、その和を B''_z とすると、四角コイル $ABCD$ が点 P において発生する磁界の z 軸方向成分は、

$$B_{(z)} = B'_{(z)} + B''_{(z)} \quad (10)$$

となる。

x , y 軸方向成分に関しても同方法で計算できる。なお、 x , y 軸方向成分は図8中の $B_{AB(y)}$, $B_{CD(y)}$ のように逆方向になるため、符号に注意する必要がある。また、複数巻の場合は巻数分の和となるが、コイル位置座標を明確にし、コイルの作る面を z 座標方向に移動させて各コイルについて計算する必要がある。

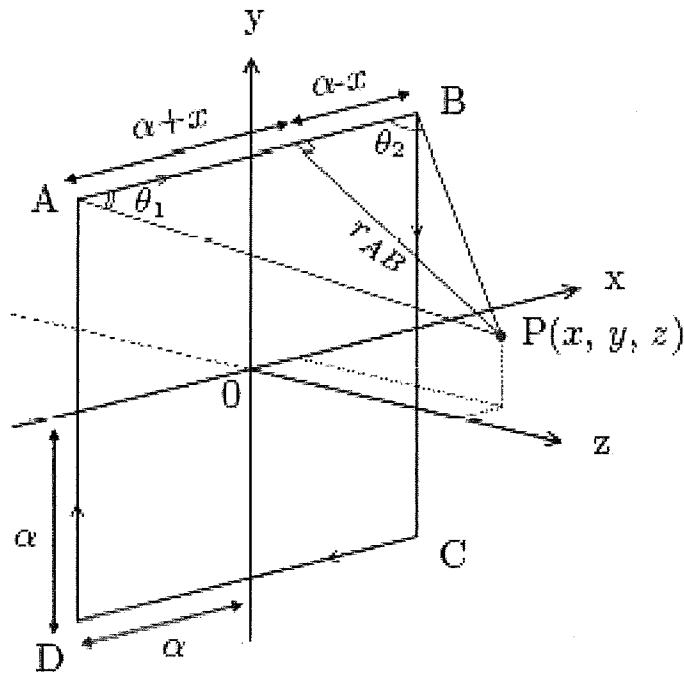


図7 四角型コイルにより生成される磁界の計算

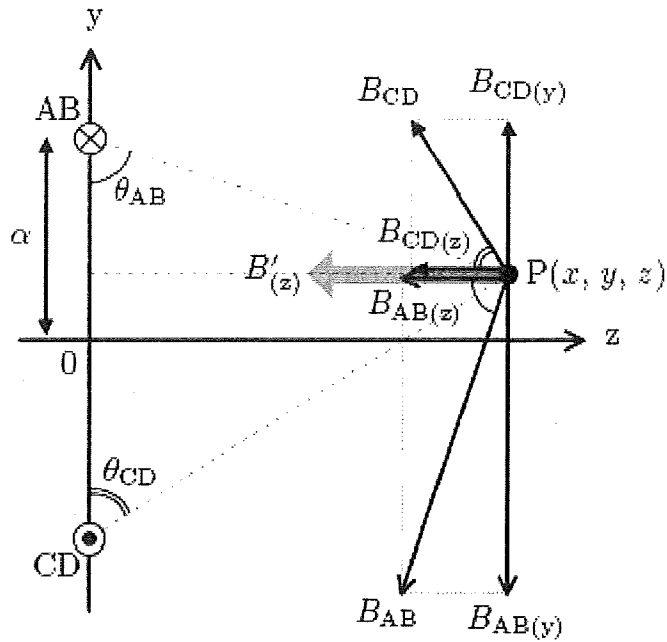


図8 四角形コイルにより生成される磁界の計算：y-z断面

1.2 インダクタンス計算

ここでは、四角型コイルの自己インダクタンス計算法を示す。ソレノイド型コイルでは長岡係数を用いて計算したが、四角型コイルではNeumannの公式[8]を用いた計算が一般的である。四角型コイルは2組の平行線からなるコイルと考えることができ

る。そこで、平行線間の相互インダクタンスを検討し、拡張することで四角型コイルのインダクタンスを求める。まず、Neumannの公式を説明する。図9に示すような回路C1, C2の線要素ds1, ds2間の距離をr, 両要素の方向間の角度をθとすると、両回路の相互インダクタンスM12は次のようになる。

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{ds_1 \cdot ds_2}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{\cos \theta ds_1 ds_2}{r} \quad (11)$$

これをNeumannの公式という。

この考え方を用いて図10に示す間隔dで平行する長さlの細い2線間の相互インダク

タンスを求める。式(11)において、

ds1=dx1, ds2=dx2, また2線は平行なので

$$\theta = 0, r = \sqrt{d^2 + (x_2 - x_1)^2} \text{ とおけるので,}$$

$$\begin{aligned}
M_{12} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^l \int_0^l \frac{dx_1 \cdot dx_2}{\sqrt{d^2 + (x_2 - x_1)^2}} \\
&= \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ l \log \frac{\sqrt{d^2 + l^2} + l}{d} - \sqrt{d^2 + l^2} + d \right\}
\end{aligned}
\tag{12}$$

となる。また、 $d/l \ll 1$ のときは、

$$M_{12} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\log \frac{2l}{d} - 1 \right)
\tag{13}$$

となる。

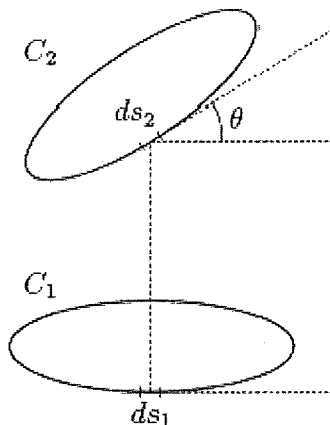


図9 Neumannの公式

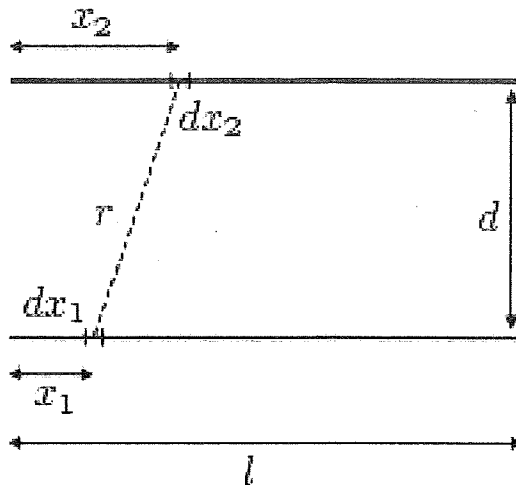


図10 平行線路における相互インダクタンス

続いて、図11に示す1巻き正方形コイルを間隔 d で平行に正対させるときの相互インダクタンスを考える。式(11)において、図11中の辺ABに対してA'B'は $\theta=0$

は $\theta=\pi$ ($\cos\theta=-1$) , D'A'は $\theta=3\pi/2$ ($\cos\theta=0$) となる。図の辺 k , l 間の相互インダクタンスを $M_{k,l}$ とすると、全体の相互インダクタンスは、

($\cos\theta=1$) , B'C'は $\theta=\pi/2$ ($\cos\theta=0$) , C'D'

$$M = (M_{1,1'} - M_{1,3'}) + (M_{2,2'} - M_{2,4'}) + (M_{3,3'} - M_{3,1'}) + (M_{4,4'} - M_{4,2'}) \quad (14)$$

である。また、ここでは1辺 a の正方形コイルを検討しているため、

$$M_{1,1'} = M_{2,2'} = M_{3,3'} = M_{4,4'} \quad (15)$$

$$M_{1,3'} = M_{3,1'} = M_{2,4'} = M_{4,2'} \quad (16)$$

となる。つまり、正方形コイルの相互インダクタンスは、

$$M_{\text{square}} = 4(M_{1,1'} - M_{1,3'}) \quad (17)$$

となる。また、 $M_{1,1'}$, $M_{1,3'}$ は、

$$M_{1,1'} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ a \log \frac{\sqrt{a^2 + d^2} + a}{d} - \sqrt{a^2 + d^2} + d \right\} \quad (18)$$

$$M_{1,3'} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ a \log \frac{\sqrt{2a^2 + d^2} + a}{\sqrt{a^2 + d^2}} - \sqrt{2a^2 + d^2} + \sqrt{a^2 + d^2} \right\} \quad (19)$$

である。

続いて、四角型コイルの自己インダクタンスの計算法を示す。自己インダクタンスは、内部インダクタンス L_i と外部インダクタンス L_e の和である。半径 r_l 、長さ l の導線の内部インダクタンスは、文献⁽¹⁰⁾より

$$L_i = \frac{\mu l}{8\pi} \quad (20)$$

となることがわかっている。この内部インダクタンスは半径に無関係なパラメータである。このことを踏まえて、図12に示す1辺 a の正方形コイルABCDの自己インダクタンスを求める。ここでは、1辺長 a に対して電線半径 r_l が十分小さいとする。まず、

$$M_{1,1'} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left(\log \frac{2a}{r_l} - 1 \right) \quad (22)$$

$$M_{1,3'} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ a \log \frac{\sqrt{2a^2} + a}{a} - \sqrt{2a^2} + a \right\} \quad (23)$$

$$M = L_e = 4(M_{1,1'} - M_{1,3'}) \quad (24)$$

$$L = L_i + L_e \quad (25)$$

内部インダクタンスは式(21)より

$$L_i = 4 \times \frac{\mu_0 a}{8\pi} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \quad (21)$$

となる。次に外部インダクタンス L_e を求める。ABCDに電流 I を流すときにコイル内側A'B'C'D'内に生ずる磁束を Φ とすると、外部インダクタンスは $\Phi = L_e I$ より求められる。ここで、ABCDとA'B'C'D'間の相互インダクタンスは、 $\Phi = MI$ から求めることができる。したがって、 M を計算することで L_e を求めることができる。つまり、式(22)(23)より正方形コイルの自己インダクタンスは

となる。

以上、四角型コイルの自己インダクタンス、相互インダクタンスの計算方法を述べた。複数巻き及び複数台コイルの場合は、前節で述べたソレノイド型コイルと同様の方法で求めることができる。

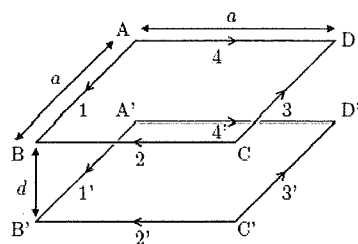


図 1 1 平行に配置された四角型コイルの相互インダクタンス

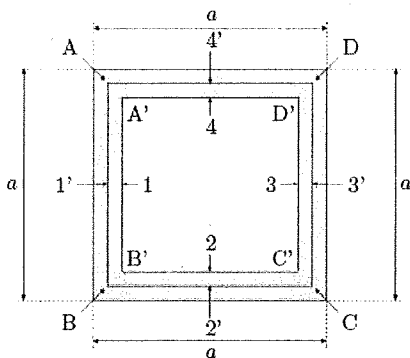


図 1 2 四角型コイルの自己インダクタンス

2. Merritt4コイル

1章の関連研究に関する考察より、Merritt 4コイルの構造が均一磁界分布の生

成に優れていることが判明した。そこで本研究では、Merritt4コイルを磁界発生用コイルとして採用する。本節では、電線の電流密度と構造的な設計制限を明確にすることによって、磁界強度と均一磁界領域の関係を明確化させ、実用的なMerritt4コイル設計法を示す。なお、ここではコイル発熱を考慮し、一層巻きコイルとする。

2.1 Merritt4コイルの構造設計

Merritt4コイルとは、図1Eで示したようにアンペア・ターン比がそれぞれ

26:11:11:26となるような同形状の4台の正方形空芯コイルから構成され、コイル1辺

の長さ a によって各コイル配置間隔が決定する。従来の磁界発生用コイルは、図1E

に示すような1巻きコイルで検討しており、アンペア・ターン比を電流比によって振り

分けている。本装置では一台の電源回路（インバータ）で4台のコイルを駆動させ

るため、各コイルは直列接続されている。つまり、既定のアンペア・ターン比を巻数

比として決める必要がある。つまり、図13, 14に示すように電線径 ϕ ×巻数分のコイル

長が存在する。

図14に本論文で用いたリッツ線の構造図を示す。リッツ線は、 n 本の絶縁処理された銅線から構成され、表皮効果を低減できる。ここで、リッツ線の断面積 $((\phi/2)^2\pi)$ に対する銅線断面積 $(S_c \times n)$ の割合を占積率と呼ぶ。

Merritt4 コイルは、図15に示す係数とコイル1辺長 a の積がコイル配置座標となり、中心に対して左右対称なコイル配置となる。

コイル設計において、コイル1辺の長さ a と電線径 ϕ の選択の組み合わせは無限に存在するが、コイル長を考慮すると、その組み合わせには制限が生じると考えられる。次に、Merritt4コイル設計における構造的制限について示す。

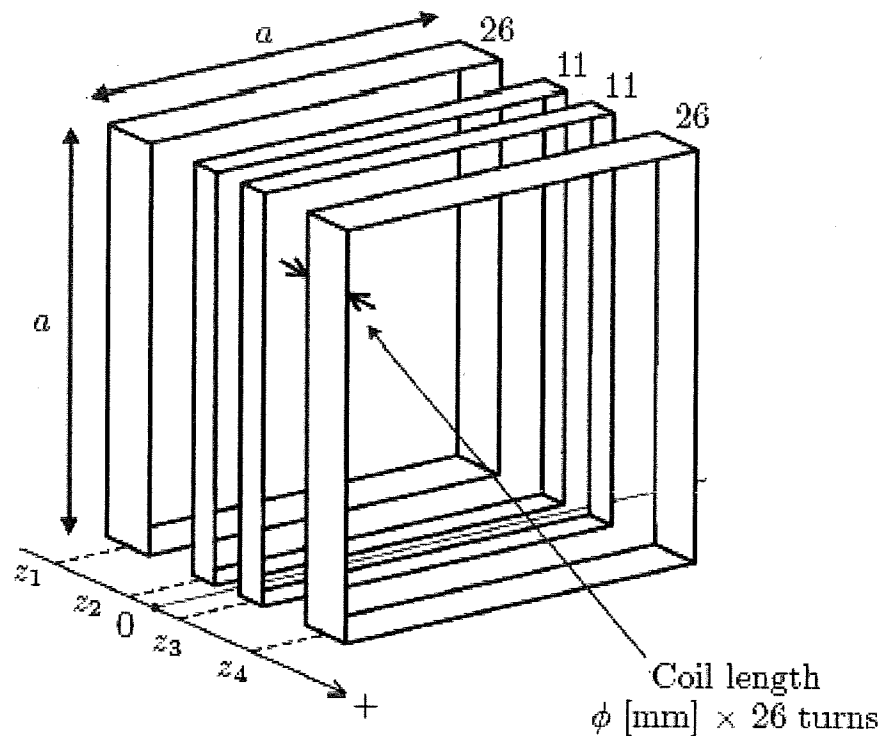


図13 Merritt4コイル

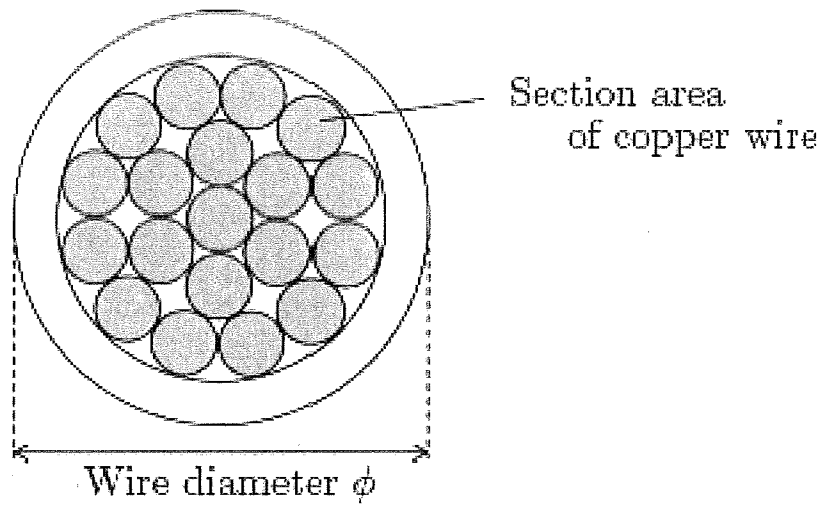


図14 リッツ線の構造

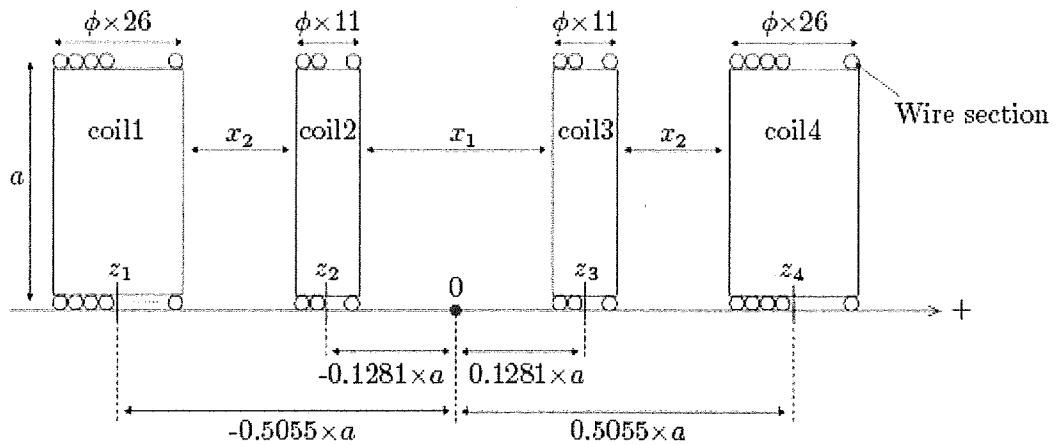


図15 Merritt4コイルの配置 (図13の横断面図)

2.2 構造的制限

ここでは、コイル長が存在することで設計に制限が生じる可能性を検討する。図15

に示すcoil 1と2 (3と4) , coil 2と3の間隔

x_1, x_2 がゼロ未満になるようなコイル1辺

長 a [mm]と電線径 ϕ [mm]の組み合わせは設

計不可能である。そこで、電線径 ϕ とコイル1辺長 a による設計制限を明確にする。

ここで、図15における各配置座標及びコイル間隔 x_1, x_2 は次式で与えられる。

$$c_3' = 0.1281 \times a - \frac{11}{2}\phi = \frac{x_1}{2} \quad (26)$$

$$c_3'' = 0.1281 \times a + \frac{11}{2}\phi \quad (27)$$

$$c_4' = 0.5055 \times a - \frac{26}{2}\phi \quad (28)$$

$$x_1 = 0.2562 \times a - 11\phi \quad (29)$$

$$x_2 = 0.3774 \times a - \frac{37}{2}\phi \quad (30)$$

コイル間隔 x_1, x_2 のどちらか一方でもゼロ未満になると設計不可能となるが、 x_2 の制限の方が大きくなるため、式(30)のみを考慮すればよい。つまり、

$$a [\text{mm}] \geq 49.02\phi [\text{mm}] \quad (31)$$

を満たす電線径と1辺長であれば設計可能となる。

図16は、電線径 ϕ とコイル1辺長 a に対する設計可能領域と設計不可能領域を示し、Merritt4コイルの構造制限を明らかにしたものである。横軸に電線径 ϕ 、縦軸にコイル1辺長 a を示している。上部領域が $x_2 > 0$ となる設計可能領域、下部領域が $x_2 < 0$ と

なる設計不可能領域を示している。白破線で示すのは、コイル間隔 x_2 がゼロとなる点である。つまり、coil1と2, 3と4が結合し、2台のコイルから構成されるMerrittコイルを意味している。また、電線径を太くするほど1辺長を大きくとる必要があることも確認できる。

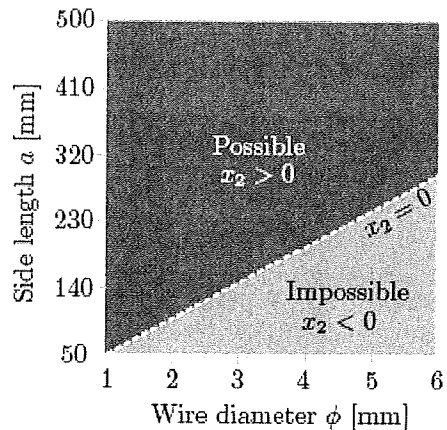


図16 Merritt4コイルの構造的制限を示すダイアグラム

2.3 磁界出力に関する設計

ここでは、電線径 ϕ と1辺長 a の設計制限を含めた磁界強度と均一磁界領域の関係を明らかにする。はじめに、任意の電線径 ϕ 、1辺の長さ a に対する出力磁界強度を求める。本研究では、定量的に比較検討するために

実際に用いたリッツ線の占積率（42%）とし、またコイル発熱を考慮し電線の最大電流密度を4 A/mm²と設定した。以上より、コイルの定格電流値は

$$i_{\max} = (\phi/2)^2 \pi \times \text{占積率} \times \text{最大電流密度} \quad [\text{A}] \quad (32)$$

となる。以降、コイル電流密度を4 A/mm²とし、比較検討を行う。

コイル内部の任意の点における磁界強度及び分布は、前節に示したようにビオ・サバールの法則によって求めることができる。

Merritt4コイルの磁界強度は、コイル電流 i_L とコイル1辺長 a で決定される。コイル中心の磁界強度は、文献[1]より

$$B_{\text{central}} = \frac{46.65}{a} \times 10^3 \times i_L \quad [\mu\text{T}] \quad (33)$$

となる。また、 $i_L = i_{\max}$ のとき、電線径 ϕ 、1辺長 a のMerritt4コイルの最高出力磁界となる。つまり、Merritt4コイルの出力磁界は電線径 ϕ と1辺長 a によって決まる。このことを踏まえて、図17に4 A/mm²における任意の電線径 ϕ 、1辺の長さ a のMerritt4コイルの最高出力磁界強度を示す。横軸に電線径 ϕ 、縦軸に1辺長 a 、磁界強度を色別の領域で示す。赤くなるほど高磁界を示し、各色の境界線は1mTきざみとなっている。ま

た、白破線は図16で示した設計可否の境界線($x=0$)となる。この図より、電線径 ϕ を大きく、1辺長 a を小さくするほど磁界強度は大きくなることが確認できる。さらに設計制限を明確にすることで、磁界発生装置が実際に発生しうる磁界強度が明らかになった。ここで、電線径 $\phi = 4$ mmで構成されるCoil A、Coil Bの出力磁界の比較検討を行う。各設計座標を図17に示す。Coil Aは1辺長 $a = 196$ mmとしコイル間隔 x_2 をゼロとなるように設計、Coil Bは1辺長250 mmのコイルである。図18に電線径4 mmにおける1辺長に対する最高出力磁界を示す。横軸が1辺長 a 、縦軸が出力磁界強度である。これより、 $x_2 = 0$ となるCoil Aが最高出力となり、コイル定格電流値21.1 A（4 A/mm²）のときに磁界出力は5.0 mTとなる。一方、Coil Bの出力磁界は3.9 mTとなる。つまり、各電線径において白破線上が最高出力となることが判明した。ここで、白破線上における設計を「最高出力設計」と呼ぶ。先述した通り、これは2台のコイルから成るコイルを意味しており、コイル1、2及びコイル3、4が結合するような設計パラ

メータの場合が最大の磁界強度を得られることになる。またこの図17より、出力磁界強度から逆算して電線径 ϕ と1辺長 a を導き出すことができる。

続いて、Merritt 4コイルの均一磁界領域について検討する。図19に、Coil A とCoil B の内部磁界分布を示す。図19は、各コイルにコイル定格電流値21.1 A (4 A/mm^2) 流した際のコイル中心の磁界強度に対し偏差 $\pm 5\%$ の均一磁界領域を示している。Coil A の中心磁界強度は5.0 mT、Coil B の中心磁界強度は3.9 mTである。ここで、先述したようにばく露実験の際、被検体はコイル中心軸 (z軸) 上に設置されることから、均一磁界領域を比較検討するために図中の Z_U を比較基準とした。図20に電線径4

mmにおける1辺長と Z_U の関係を示す。横軸はコイルの1辺長 a 、縦軸は Z_U を示している。最高出力設計であるCoil Aの Z_U は122 mmであり、Coil Bの187 mmと比較し50%の差があることが確認できる。例えば、直径9 cm、高さ1.5 cmのシャーレを中心軸 (z軸) 上に設置できる枚数は、Coil Aが8枚設置できるのに対してCoil Bは12枚である。図18、20より、Coil Bの方が均一磁界領域が広く得られているが磁界強度はCoil Aが上回っていることが確認できる。磁界強度と均一磁界領域はトレードオフの関係にあり、図18、20より、その関係は明確になることがわかった。

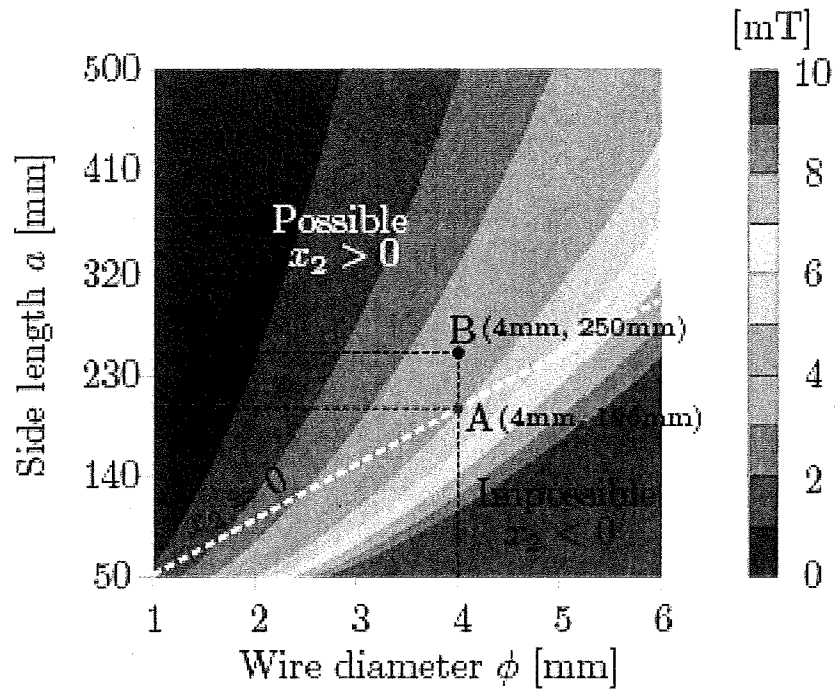


図 1 7 電流密度を最大 (4 A/m^2) にした時のMerritt4コイルより出力される磁束密度、コイルの1辺長 a と線径 ϕ をパラメータとしている

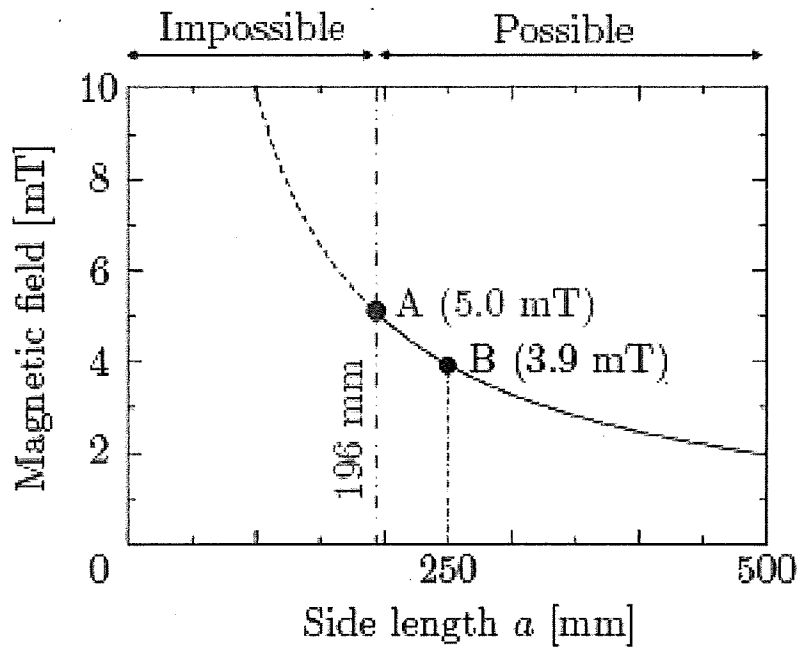


図18 コイルの1辺長aと出力磁束密度の関係

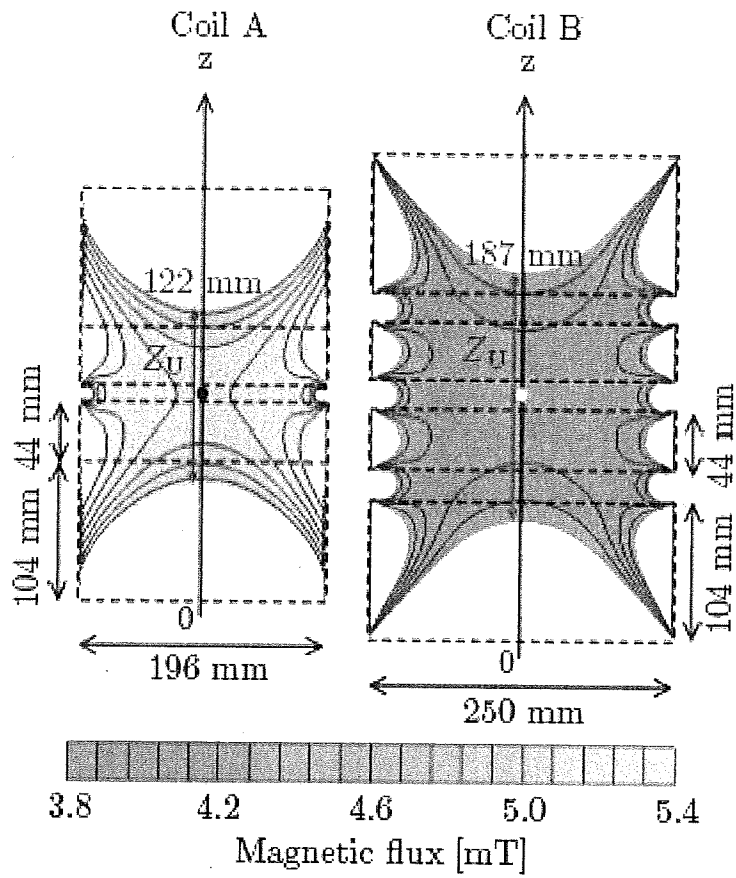


図19 コイル中心の磁束密度からの偏差が±5%以内になる領域

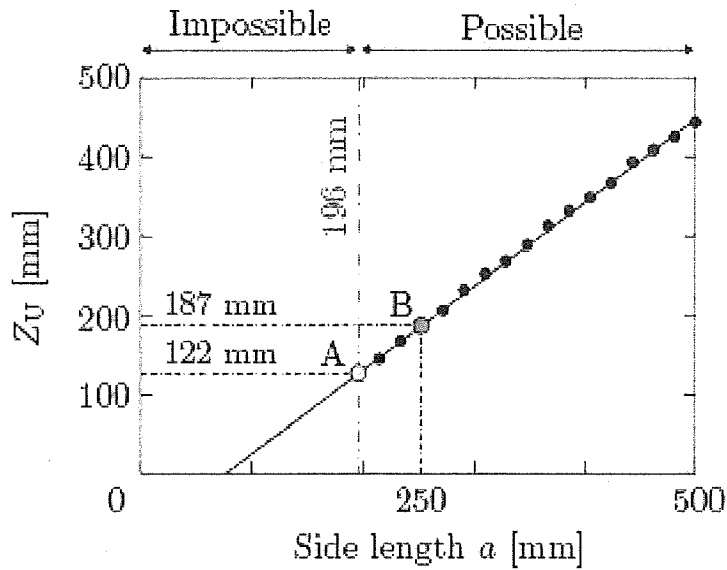


図 20 コイルの1辺長 a とコイル中心軸上におけるばく露可能な領域 Z_u との関係，ばく露可能な領域はコイル中心の磁束密度と比較して偏差が $\pm 5\%$ 以内の範囲に設定している

2.4 インダクタンス設計

先述したようにMerritt4コイルは，既定巻数で構成されるため，1辺の長さ a と電線径 ϕ によってコイルインダクタンスが決定する。本研究で対象としている磁界発生装置はLC直列共振回路を用いているため，コイルのインダクタンスは重要な値である。また，装置の実現可能性を検討する上でも欠かせないパラメータの一つである。以下にその1例を示す。

図21は，最高出力設計 (a

$[mm]=49.02\phi[mm]$) 時の各電線径における出力磁界強度である。コイル電流密度を $4 A/mm^2$ として計算している。電線径 $10 mm$ とすれば， $10 mT$ 以上の磁界を出力できる。しかし，その際にコイル及び共振用コンデンサ両端間には，高電圧が印加されると考えられる。図22は，電線径に対するインダクタンスとコイル両端間電圧を示したグラフである。インダクタンスを実線，破線で示すのはコイル両端間電圧である。 $10 mT$ 出力時，コイル両端には約 $80 kV_{p-p}$ の電圧

が印加され達成不可能であると推察できる。
 また、本装置はLC直列共振回路を用いているため、共振用コンデンサにも同等の電圧が印加される。そのため、実際の製作においては、絶縁・耐圧を十分考慮した設計が求められる。

以上、Merritt 4コイルの実用的設計法を述べた。設計制限を明らかにし、出力磁界強度から逆算してコイルサイズを決定できることを示した。また、コイルインダクタンスの計算を行い、実現可能性を含めた設計が可能であることを示した。

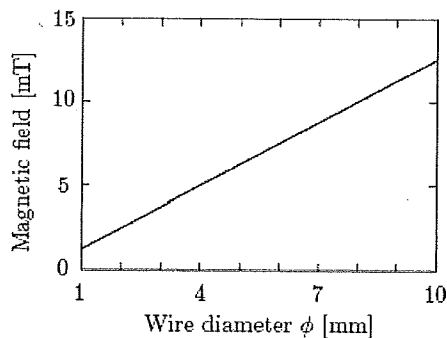


図 2 1 電流密度を4 A/mm²にした時の電線径と磁束密度の関係

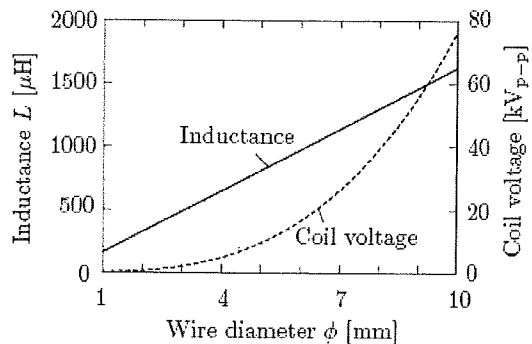


図 2 2 電流密度を4 A/mm²にした時の電線径とインダクタンス・電線径とコイル両端の電圧の関係

3. Merritt 4 コイル

図23に試作したMerritt 4コイルを示す。
 また、仕様詳細を表7に示す。2.3節におけるCoil Bのパラメータで設計したコイルである。均一磁界出力に優れ、かつ長時間連続駆動を考慮し、前コイルの電線径よりも太いリッツ線で構成される。また、内枠は木製であり磁性体は一切用いていない。内部の均一磁界領域は図19に示す通りである。

4. まとめ

本章では、磁界発生用コイルの実用的設計法について述べた。ソレノイド型コイル及び四角型コイルの磁界計算・インダクタンス計算法を示した。また、均一磁界分布

に優れたMerritt 4コイルについては、構造的設計制限を明確にし実現可能性を含めた設計法を示した。コイルの設計制限を明らかにし、出力磁界強度と磁界分布の関係を明確にすることで、装置使用者が要求する磁界強度、均一磁界領域から逆算した最適コイル・電源設計が可能であることを示した。

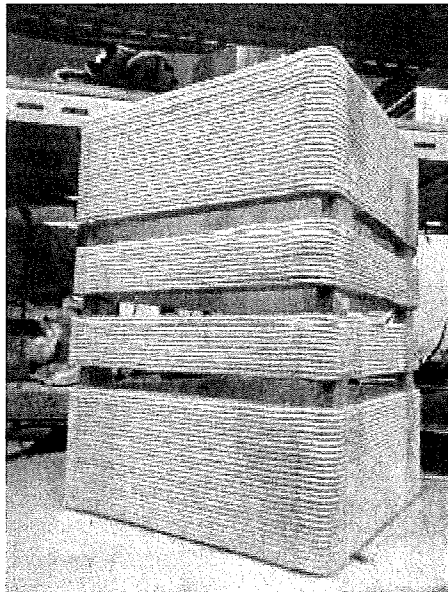


図 2 1 ばく露装置への使用を考慮した試作型Merritt 4コイル

表 7 作成したMerritt 4コイルの電気的な仕様

Side length	250 mm	250 mm	250 mm	250 mm
Length	104 mm	44 mm	44 mm	104 mm
Turn number	26	11	11	26
Inductance	239.4 μ H	62.6 μ H	61.1 μ H	237.3 μ H
Total inductance	896.8 μ H			
Resistance (DC)	88 m Ω	40 m Ω	39 m Ω	89 m Ω

F. 実験による検証

本研究では、出力磁界確認実験と長時間連続駆動させた場合のコイル発熱検討実験を行った。本章では、共振用コンデンサ設計、試作コイルの磁界発生のための駆動実験結果を示す。

1. 共振用コンデンサ

前章より、コイルインダクタンスが明らかになることで共振用コンデンサ設計が可能となる。共振周波数 f_r [Hz]の共振キャパシタンスは下式より求めることができる。

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (34)$$

本装置はLC 直列共振回路を用いており、かつ共振周波数でスイッチングさせているため、共振用コンデンサにも同等の電圧が印加されることになる。さらにコイル電流は、十数~数十Aにも達するため、本装置の開発においてコンデンサの選択は重要な検討項目の一つであると考えられる。選択条件として、20 kHz帯における周波数特性の優れたものであることに加え、誘電正接 ($\tan\theta$) が小さく、温度特性も優れていることが求められる。長時間にわたる実験が

想定されるため、コンデンサ発熱による容量変動に注意しなければならない。本磁界発生装置は直列共振回路から構成されているため、コンデンサ容量が変動してしまうと、共振周波数が変動し、安定した磁界出力を得ることができない。また、安全面においても容量変動は確実に阻止する必要がある。コンデンサ発熱による容量変動を抑制するために、電圧・電流定格を2倍程度余裕をもたせて設計する。

以下に各試作磁界発生用コイルにおける共振用コンデンサを示す。共振コンデンサは、入手しやすい市販されているコンデンサより構成される。

図22にMerritt4コイルの共振用コンデンサを示す。表8に仕様詳細を示す。長時間駆動を考慮し、コイル定格電流 (21.1 A) の2倍をコンデンサ定格電流としている。同様に定格電圧に関しても2倍以上の余裕をもたせている。それにより、長時間連続駆動実験の際も安定した磁界出力を実現させている。

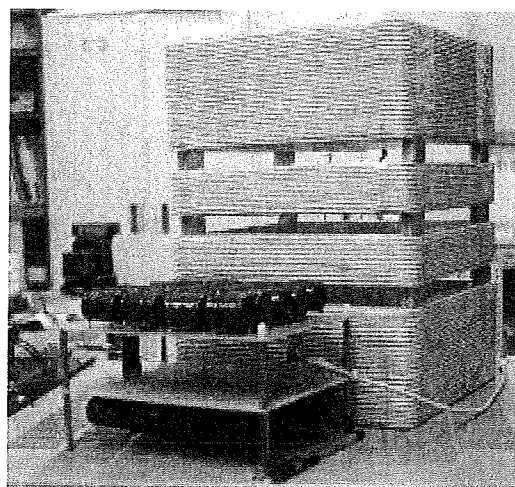


図 2 2 Merritt4コイルと製作した共振用コンデンサ

表 8 Merritt4コイルの為に設計した共振用コンデンサの電氣的仕様

Capacitance	68.0 nF
Rated voltage	16.0 kV _{p-p}
Rated current	42.8 A _{rms}
tan δ (1 kHz)	0.05 % or less
Series number	4
Parallel number	10
Type	Metalized polypropylene film

2. 出力される磁界の確認実験

図23にコイル中心軸 (z 軸) 上の磁界分布を示す。実線は計算結果、黒丸は実験結果を示している。コイル電流は5 Aである。磁界計算値に対して誤差2%以内であり、磁界設計通りに出力していることが確認できる。

図24にコイル電流 i_L とコイル中心の出力

磁界強度の関係を示す。実線は計算結果、黒丸は実験結果を示している。磁界設計通りに出力できていることが確認できる。このことより、2 mT以上出力させた場合でもコイル電流 I_L の値を測定すれば、出力磁界強度を推定できる。

図25は、コイル電流19 A、コイル中心磁界強度3.4 mTを発生させたときの実験波形である。インバータの出力電圧 v_{INV} 、コイルに流れる電流 i_L 、コイル両端電圧 v_L 、z軸方向の発生磁束密度 B_z を示している。なお、磁界測定器の許容範囲を考慮し、コ

イルから20 cm離れた地点での磁界波形である。ひずみのない正弦波の交流磁界が発生できていることがわかる。また、このときの磁界発生装置全体の消費電力は284.1 W、出力皮相電力は2.3 kVA、LC損失が168 Wである。一方、汎用交流電源を用いた場合は、消費電力2 kWに対し出力定格が1 kVAである。同一出力(1 kVA)で比較すると、インバータの消費電力は約16分の1となる。

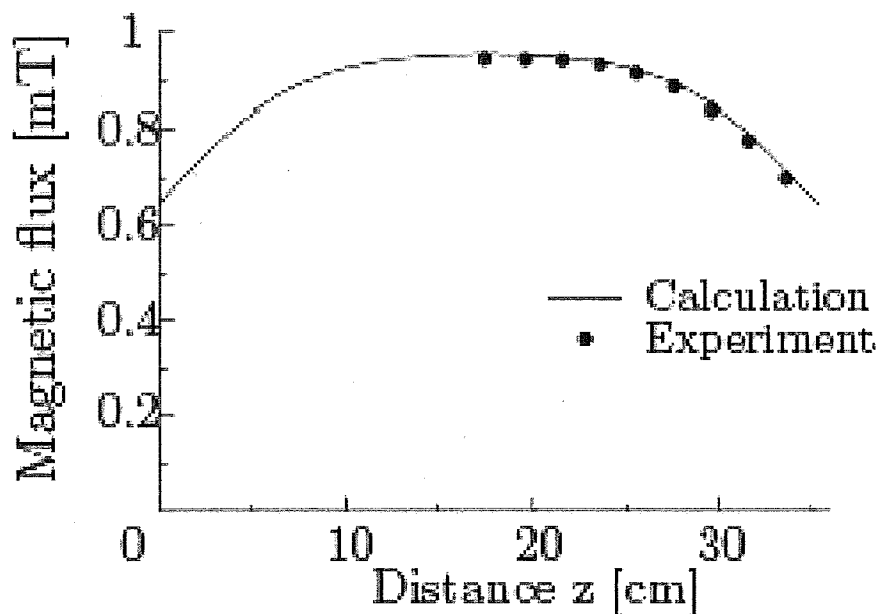


図 2 3 コイル中心軸上の磁界分布の実測値

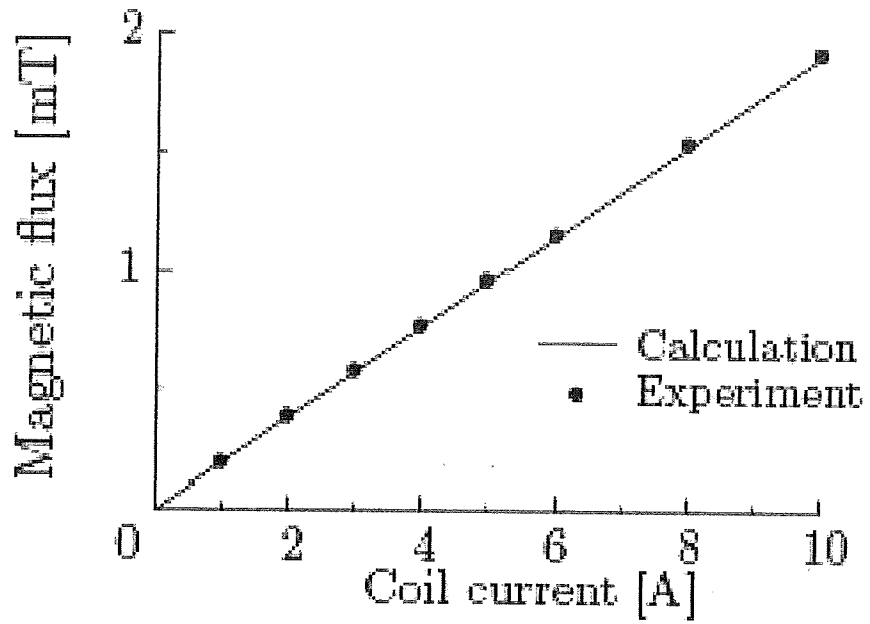


図24 コイルに流れる電流*I*と出力磁束密度の関係。測定位置はコイルの中心軸上でコイルの端面より20cm外側である。

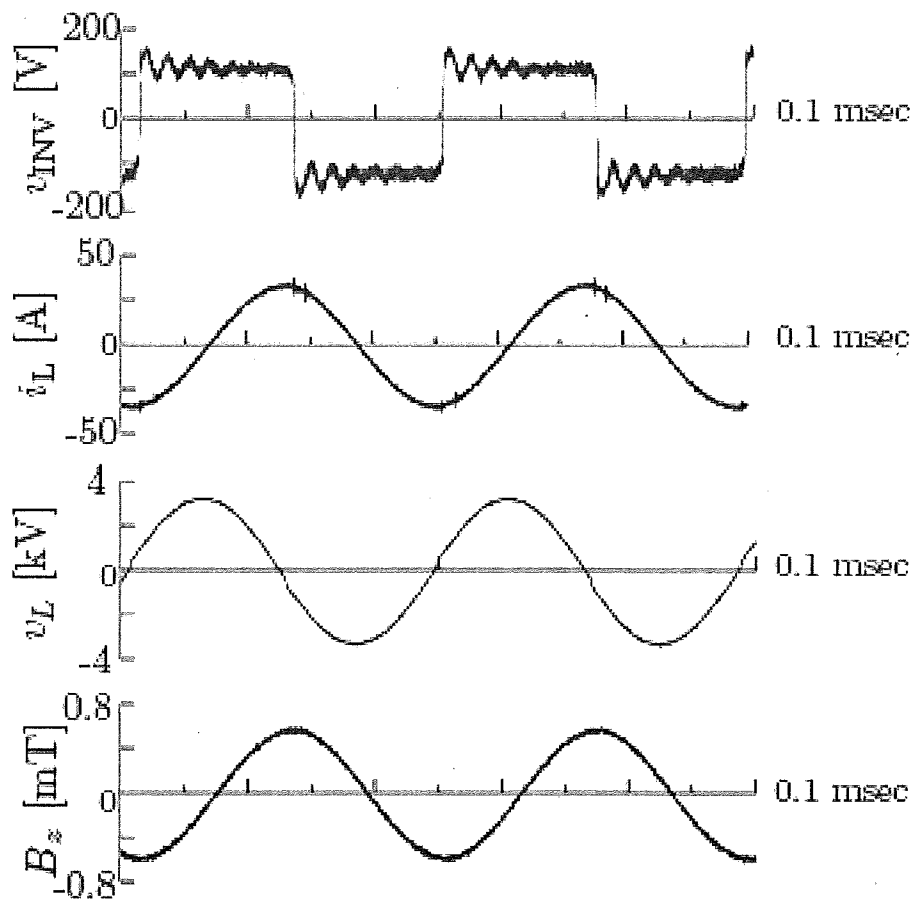


図25 3.4mTでコイルを駆動している時の実験波形。上からインバータの出力電圧 v_{INV} 、コイルに流れる電流 i_L 、コイル両端電圧 v_L 、z軸方向の発生磁束密度 B_z を示している。

3. コイル発熱検討実験

ばく露実験を行うに当たり、温度環境は体温程度（40℃弱）とされている。しかし、先述したようにコイルには十数～数十Aの大電流が流れるため、冷却器なしでコイルの温度を40℃程度に維持することは非常に難しい。一般的に細胞ばく露実験のために

はコイル内にインキュベータを設置され、コイルの温度上昇の影響は受けにくくなるものの、均一磁界領域を広く確保するためにもインキュベータはできる限り簡易的なものが望まれる。従って、熱環境に関しては十分に検討しておく必要がある。ここでは、自然空冷においてコイルの最大電流密