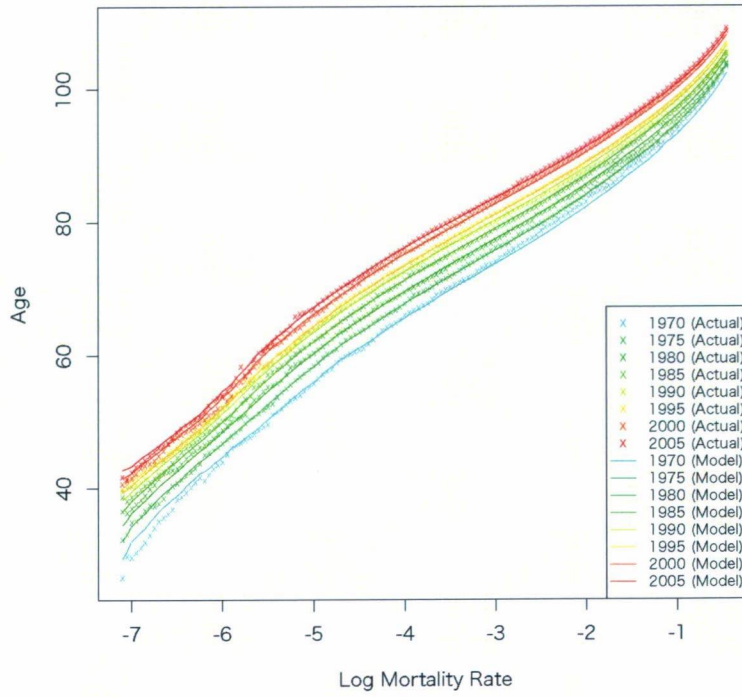
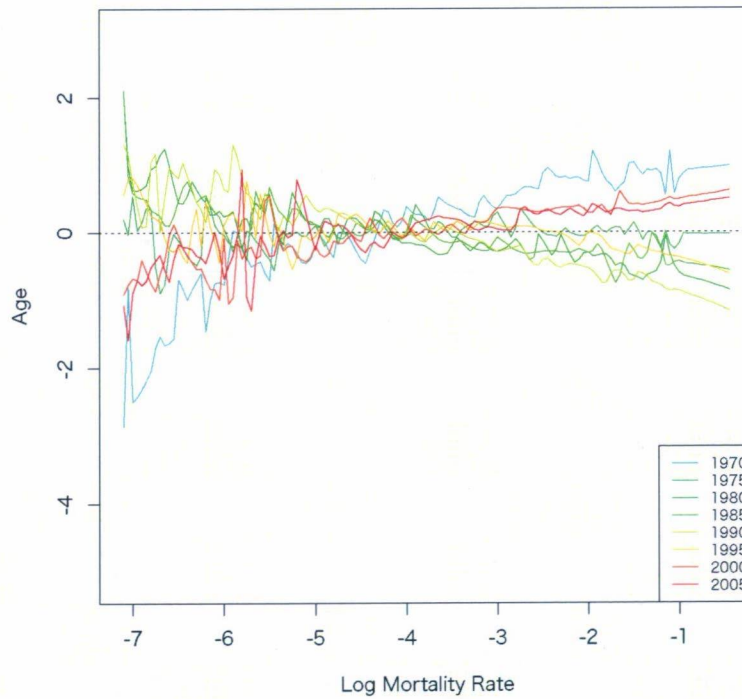


Inverse Mortality Rates (Actual and Model, HL)



☒ 10 Inverse Mortality Rates (Actual and Model, HL)

Difference of Inverse Mortality Rates (Actual - Model, HL)



☒ 11 Difference of Inverse Mortality Rates (Actual and Model, HL)

3.5 年齢増加率の比較

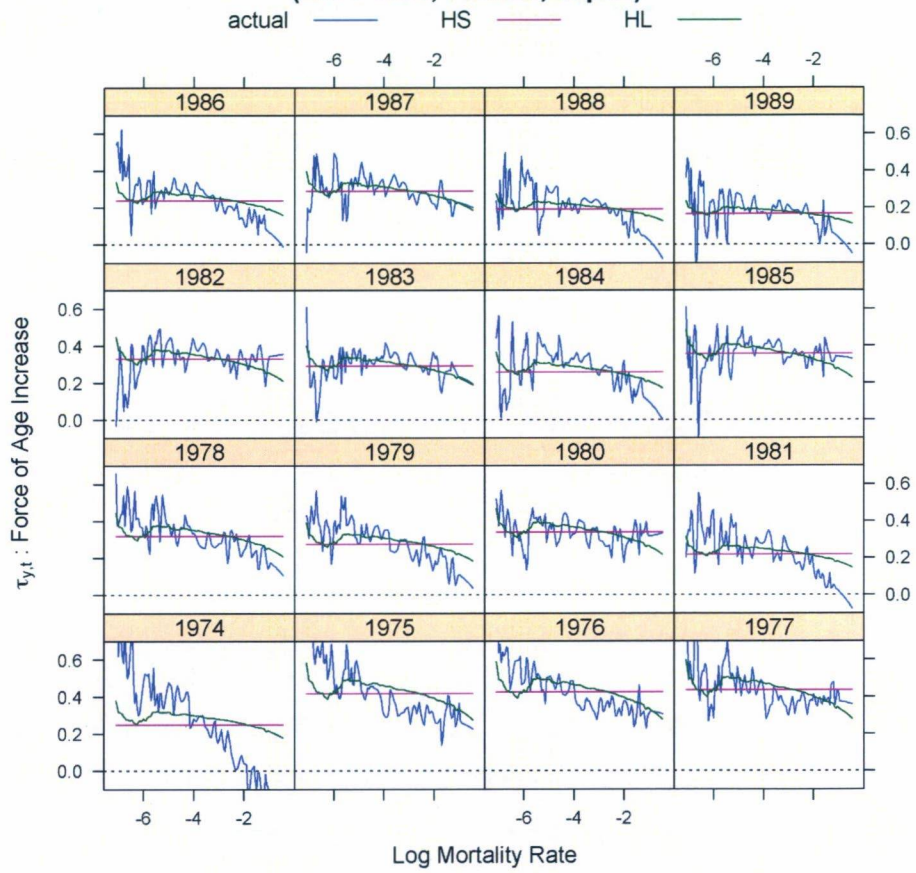
図 12、13 は、実績値と 2 つの「シフト」型モデルによる推定値に基づく τ_{y,t_c} : 年齢増加率を示したものである。1974 年から 1989 年までの年齢増加率を図 12 に、1990 年から 2005 年までを図 13 に示した。

図 12 における 1974 年の年齢増加率の実績値（青線）を見ると、傾きの大きい右肩下がりの傾向を示しており、ピンク色の線で表された HS モデルの水平な直線とは大きく乖離している。このことは、先に HS モデルによる 1970 年の推定値にかなりのずれが出ていたことに対応していると考えられる。一方で、図 13 における 1990 年以降の傾向を見ると、多くの年次において実績値が水平な直線で近似される傾向が高まっている様子が観察され、これが PH モデルに比べて HS モデルのパフォーマンスが高いことに繋がったものと考えられる。

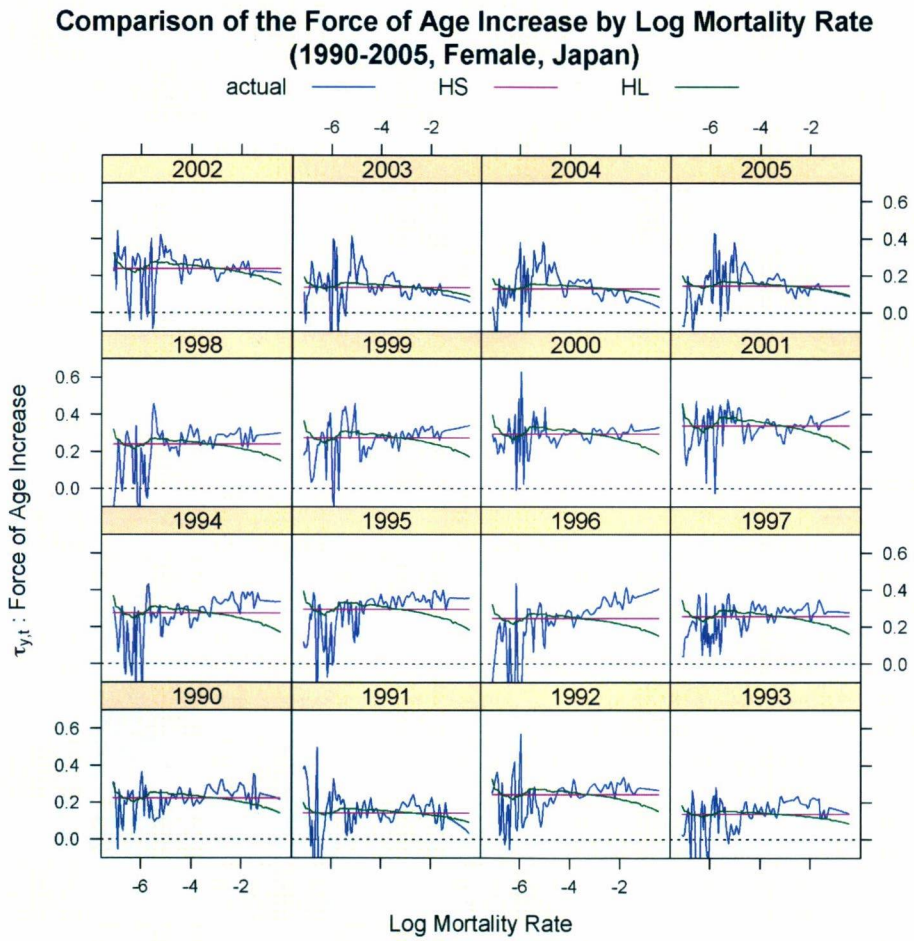
一方、HL モデルによる τ_{y,t_c} は緑色の線で示したものであるが、これは全体的にやや右下がりの傾向を持つてはいるものの、ピンク色の線で表された HS モデルの水平な直線に比較的近い形状をしていることがわかる。すなわち、「低下」型のモデルの死力改善率の実績値が山形の形状を持ち、直線での近似が大きな誤差を生んでいたのに対し、「シフト」型の年齢増加率の実績値は直線との乖離が「低下」型ほど大きくないことから、HS モデルでも一定のパフォーマンスが得られる一方、HL モデルを用いて制約条件を緩めても目覚ましいパフォーマンス向上には繋がらないのである。したがって、これが、「低下」型のペアのあてはまりの違いほど、「シフト」型モデルのあてはまりの違いが大きくないことの原因になっていると考えられる。

ところで、この図から、各年の τ_{y,t_c} の実績値を表す青い線は、 y の線形関数として見た場合、よりよくモデル化できるのではないかとということが観察できる。本研究では、この観察に基づいて、「線形差分モデル」という新たな「シフト」型モデルを提案する。次節においては、この新モデルを改めて定義するとともに、そのモデルの内容について検討を行う。

**Comparison of the Force of Age Increase by Log Mortality Rate
(1974-1989, Female, Japan)**



☒ 12 Comparison of the Force of Age Increase by Log Mortality Rate (1974-1989)



☒ 13 Comparison of the Force of Age Increase by Log Mortality Rate (1990-2005)

4 線形差分モデル (LD)

最初に、線形差分モデル (以下、LD) を他のモデルで行ったのと同様、連続型で定義する。LD モデルは、各 t において $\tau_{y,t}$ が y の線形関数であることを仮定するモデルである。すなわち、

$$\tau_{y,t} = k'_t + c'_t y$$

という微分型表示に基づいてモデルを定義する。このように、LD モデルの定義においては、微分型表示が本質的な役割を果たしている。

この両辺を t で積分することにより、

$$v_{y,t} = k_t + c_t y + a_y$$

という通常の表示を得ることができる。ここで、 a_y は死力逆関数の標準的なパターンを表す関数である。

数値評価においては、 a_y を、

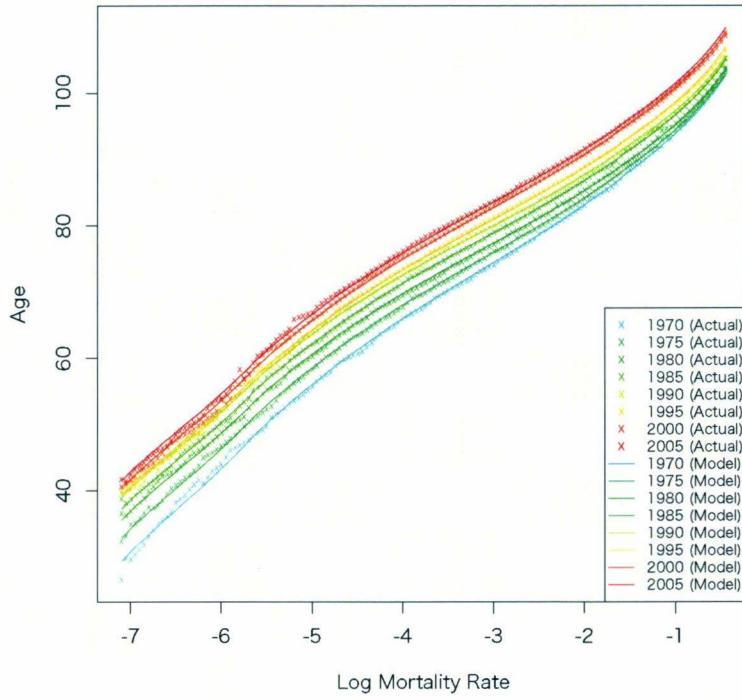
$$a_y = \frac{1}{t_e - t_s + 1} \sum_{t_c=t_s}^{t_e} v_{y,t_c}$$

とし、 k_{t_c} と c_{t_c} は最小二乗法によりパラメータ推定を行うことができる。

図 14、15 は死力逆関数の実績値と LD モデルによる推定値、及び、両者の乖離を表したものである。これらの図からは、LD モデルによる推定値の実績値へのあてはまりが極めて良いことが観察される。

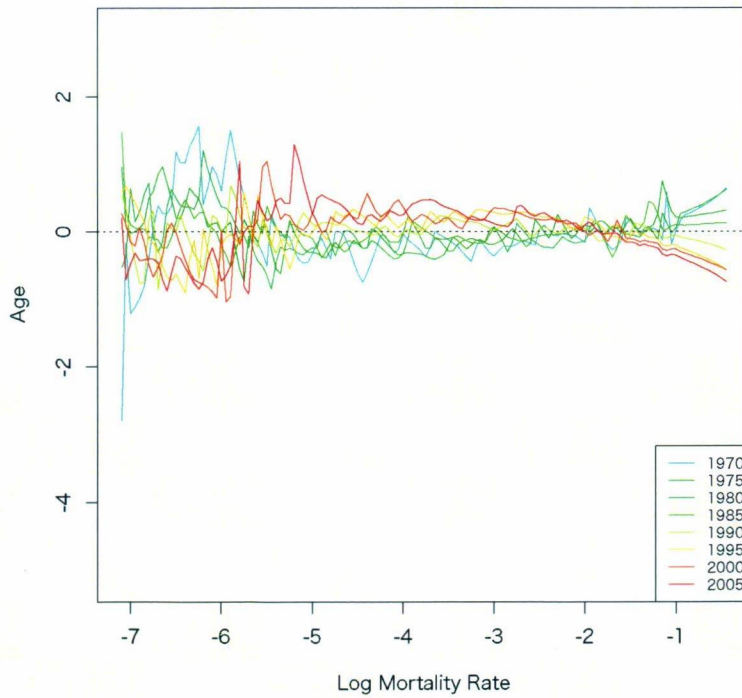
これは年齢増加率 τ_{y,t_c} の観察からも確認できる。図 16、17 は図 12、13 に LD モデル (赤線) による τ_{y,t_c} の推定値を加えたものである。この図から、 τ_{y,t_c} への線形仮定は他の 2 モデルよりも実績値の表現性に優れていることがわかる。

Inverse Mortality Rates (Actual and Model, LD)



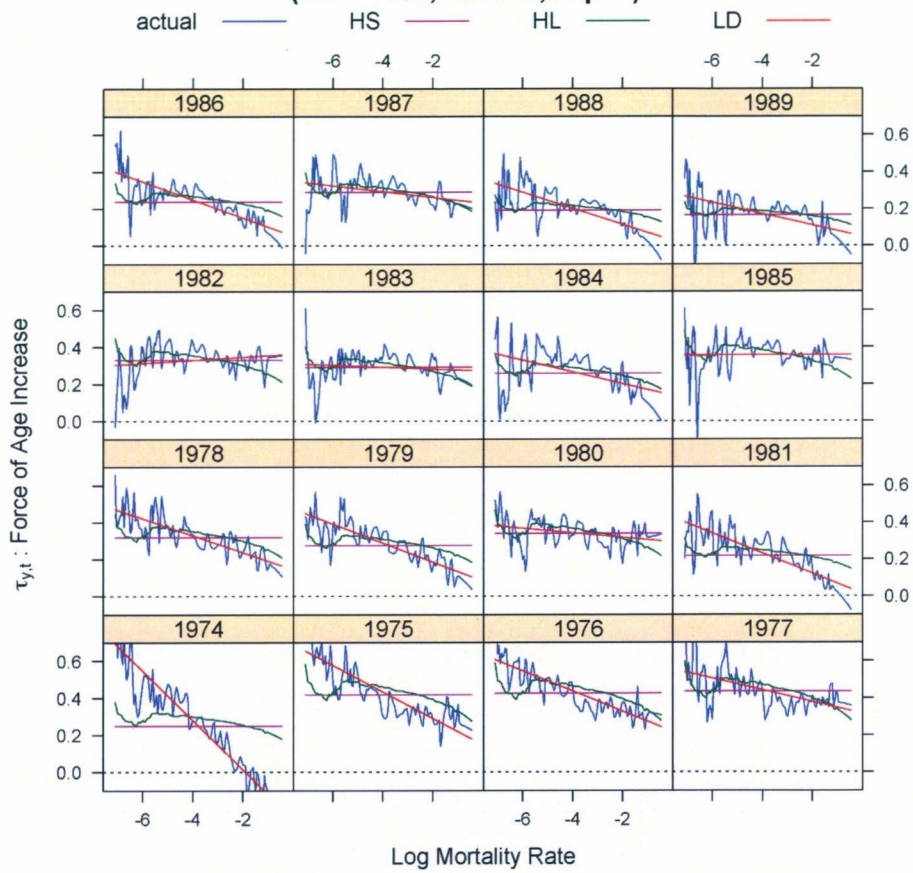
☒ 14 Inverse Mortality Rates (Actual and Model, LD)

Difference of Inverse Mortality Rates (Actual - Model, LD)



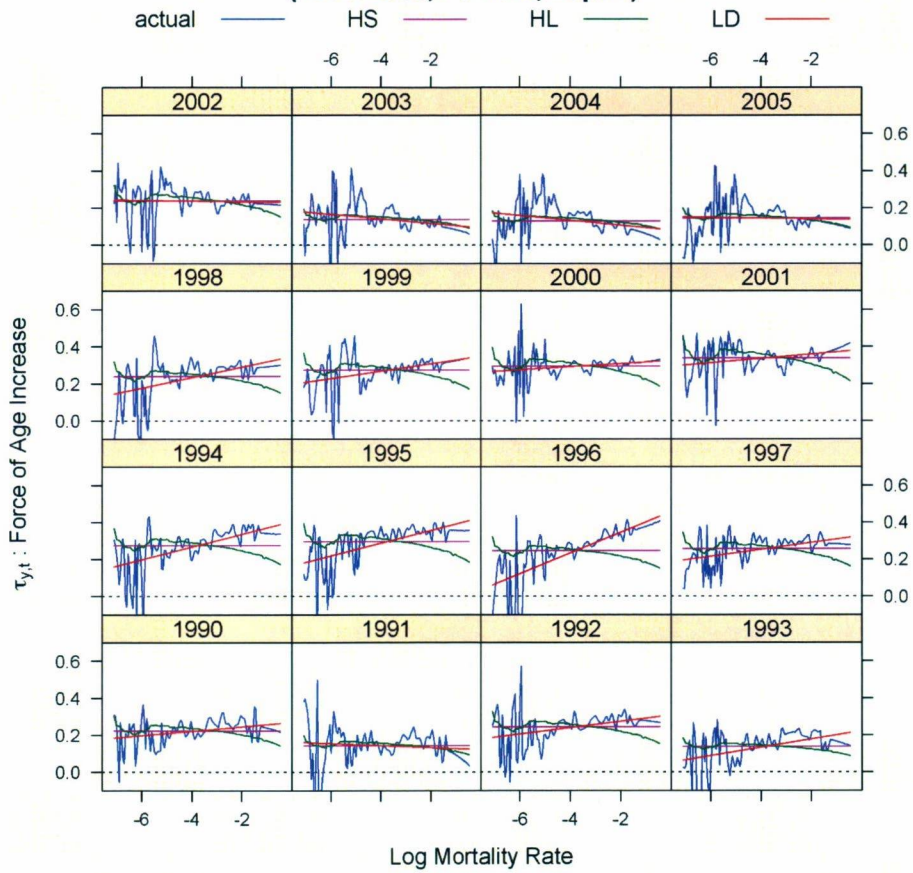
☒ 15 Difference of Inverse Mortality Rates (Actual and Model, LD)

**Comparison of the Force of Age Increase by Log Mortality Rate
(1974-1989, Female, Japan)**



☒ 16 Comparison of the Force of Age Increase by Log Mortality Rate (1974-1989)

**Comparison of the Force of Age Increase by Log Mortality Rate
(1990-2005, Female, Japan)**



☒ 17 Comparison of the Force of Age Increase by Log Mortality Rate (1990-2005)

5 統計学的観点からのモデル比較

ここまで、「低下」型、「シフト」型それぞれの死亡モデルに関する定義や数値評価に関する議論を行ってきた。本節においてはこれらを踏まえ、高齢死亡率改善を死亡率の「低下」として捉えるべきなのか、「シフト」として捉えるべきなのかという問いに定量的な回答を与えることを目的として、「低下」型モデルと「シフト」型モデルの両者のパフォーマンスを統計学的観点から比較することとする。「低下」型モデルで最もあてはまりがよかったのは LC モデル、「シフト」型モデルでは LD モデルであったことから、この 2 モデルを用いて比較・検討を行うこととする。ここでは、以下のようなアプローチによりこの比較を行う。

1. 真の死亡率がモデルによって推定された率であると仮定する。
2. 死亡数は二項分布 $B(N_{x,t_c}, p_{x,t_c})$ に従うものとする。ただし、 N_{x,t_c} 、 p_{x,t_c} は、 x 歳、暦年 t_c における人口及び死亡率を表す。
3. N_{x,t_c} は、死亡リスクに曝される生存述べ年数 $E_{x,t}$ に最も近い整数により近似する。

ここで、我々のフレームワークにおいては、日本女性人口の N_{x,t_c} が非常に大きい値であり、通常信頼区間の算定で用いられるような危険率では多くの実績値が信頼区間の外に出て、有効な比較とならない可能性があることに注意が必要である。このような理由から、ここでは、信頼区間の算定にあたって、0.01% という極めて低い危険率を設定することとした。

図 18、19 は対数死亡率の実績値 ("actual"で示されたもの) 及びその (100 - 0.01)% 信頼区間 ("upper"と"lower"で示されたもの) と、LC モデルによる対数死亡率との差を見たものである。一方、図 20、21 は同じ図を LD モデルについて観察したものである。まず、これらの図からわかることは、50 歳以下の若年層と 90 歳以上の高齢層では、信頼区間の幅が極めて広いことである。これは、若年層では死亡率が低いこと、高齢層では人口規模が小さいことによっている。したがって、これらの間にある 50~90 歳の近辺の年齢層について観察することに意味が大きいといえるだろう。

このような観点から両者を比較してみると、LC モデルについては、80 歳近辺において、多くの実績値が信頼区間の外に出てしまっている。一方、LD モデルについては実績値が外に出ている数はより少ない。したがって、この結果からは LD モデルの方がパフォーマンスが優れているのではないかということが示唆される。

これをより明確に見るため、図 22 に、各年齢について対数死亡率の実績値が信頼区間の外側に出る割合を示した。これによれば、高い年齢で LD モデルの方が割合が高い部分は若干あるものの、総じて LD モデルのパフォーマンスが LC モデルをかなり上回っていると見ることができよう。この両モデルの比較の結果は、わが国の近年の高齢死亡率

改善について、「低下」よりは「シフト」と捉える見方がより強く支持されることを示唆しているものと見ることができる。

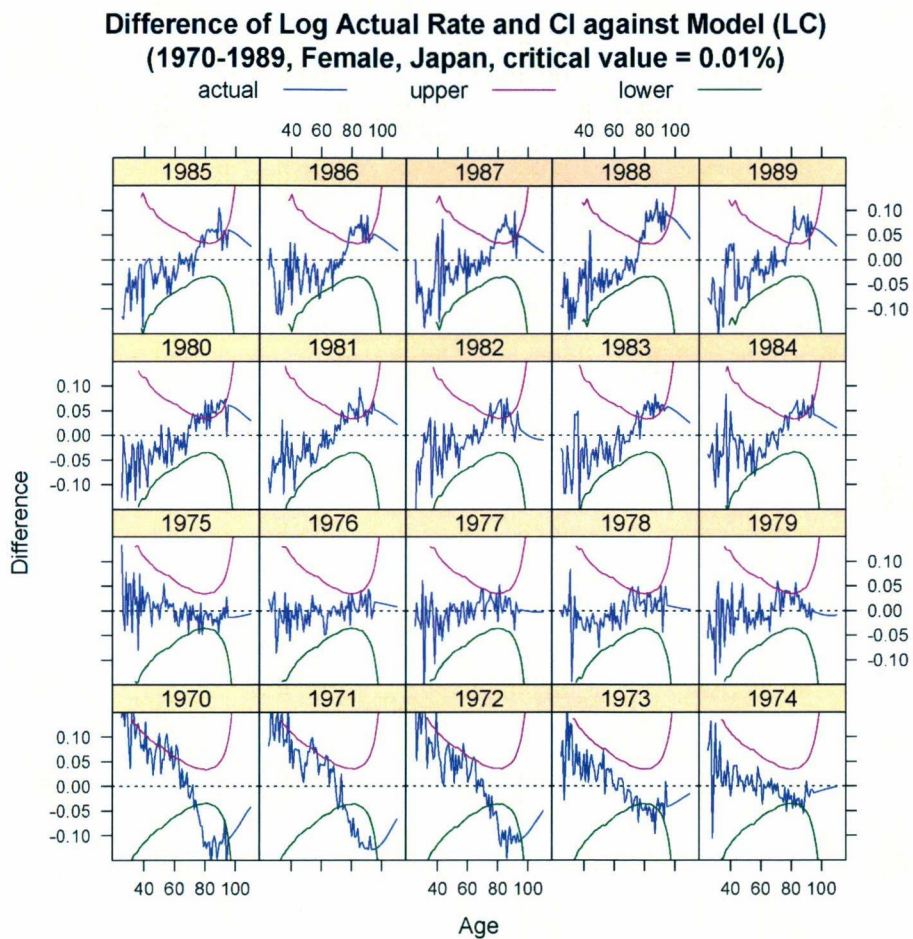


図 18 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LC) (1970-1989, Female, Japan, critical value = 0.01%)

**Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LC)
(1990-, Female, Japan, critical value = 0.01%)**

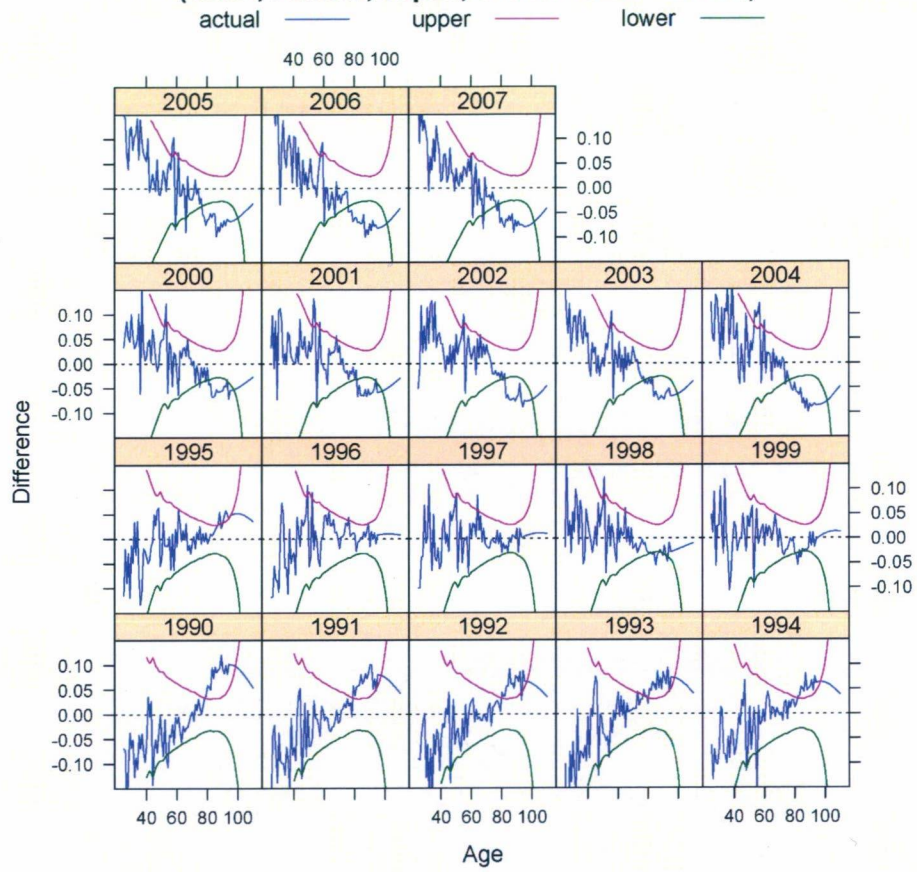
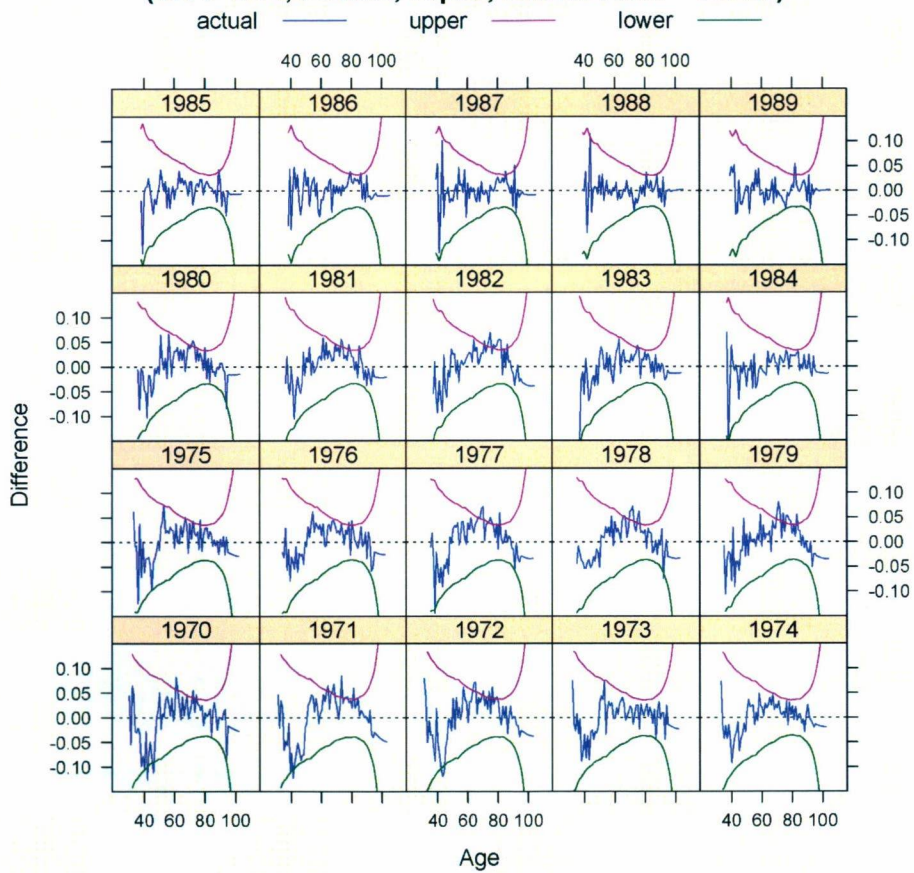


図 19 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LC) (1990-, Female, Japan, critical value = 0.01%)

**Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LD)
(1970-1989, Female, Japan, critical value = 0.01%)**



☒ 20 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LD) (1970-1989, Female, Japan, critical value = 0.01%)

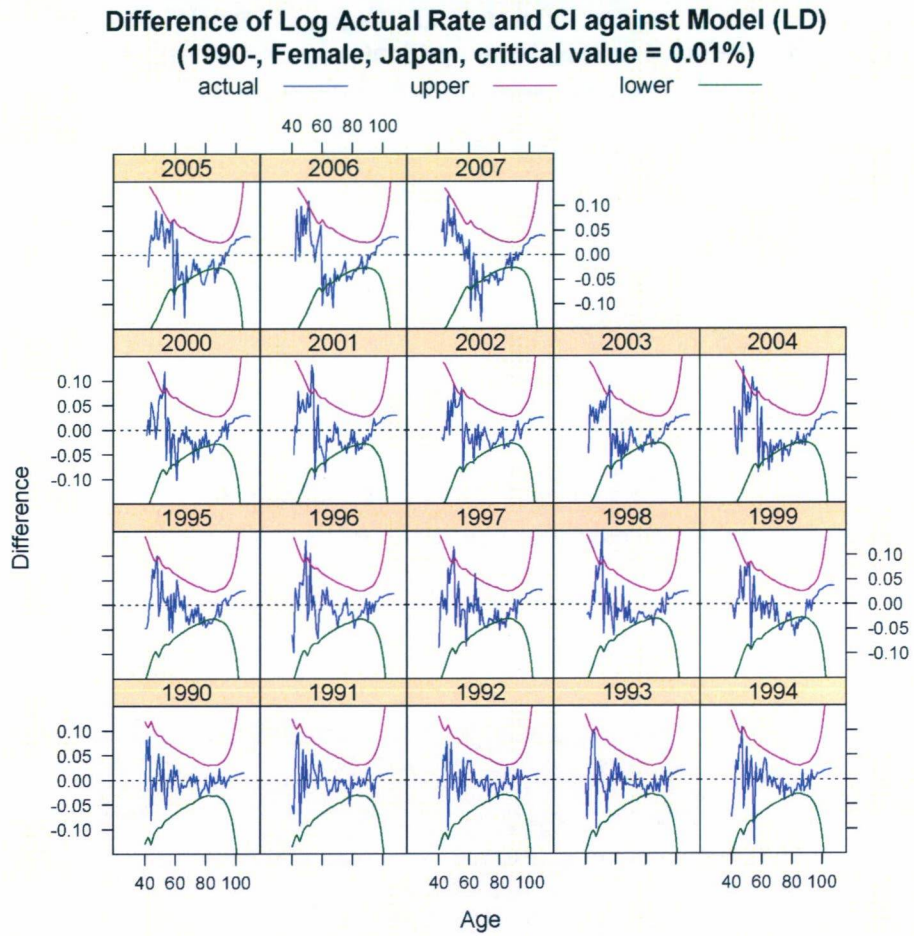
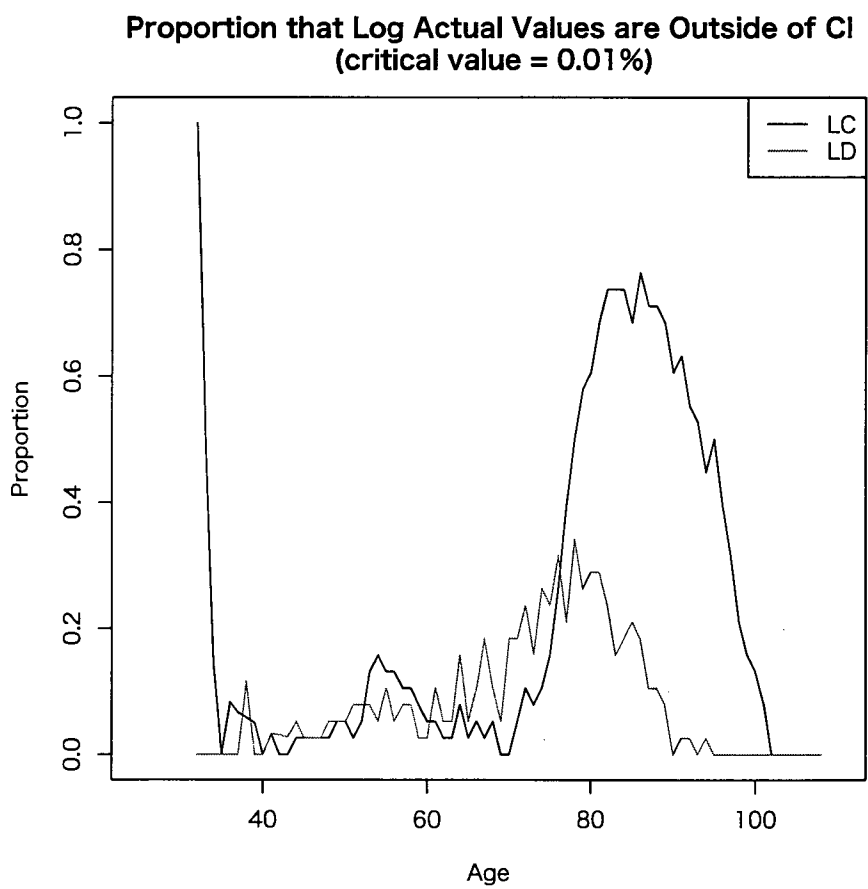


図 21 Difference of Log Actual Rate and CI against Model (LD) (1990-, Female, Japan, critical value = 0.01%)



☒ 22 Proportion that Log Actual Values are Outside of CI (critical value = 0.01%)

6 微分型表示と年齢変換の関係

第1節において、対数死亡率曲面上 S で関数 $\rho_{x,t}$ と $\tau_{y,t}$ を定義し、死亡モデルの微分型表示に用いた。ところで、これらの関数 $\rho_{x,t}$ 、 $\tau_{y,t}$ を用いたベクトル

$$\rho(x_0, t_0, y_0) = (0, 1, -\rho_{x_0, t_0})$$

$$\tau(x_0, t_0, y_0) = (\tau_{y_0, t_0}, 1, 0)$$

は、 S の接ベクトルになる。そして、 S の各点にこの接ベクトルを対応させることにより、 S 上に2種類の滑らかな接ベクトル場を定義することができる。

昨年度の研究において、年齢変換を定義する一つの方法として、等変換年齢図 (iso-transformed age map) を用いた。一般に、接ベクトル場の積分曲線を X - T 平面に射影することにより、等変換年齢図を誘導することができ、したがって、これに対応する年齢変換を定義することができる。 ρ によって誘導される年齢変換は恒等変換であり、 τ によって誘導される年齢変換は、対数死力関数の値が同じ年齢を同一視する年齢変換である。 S 上に別の接ベクトル場を定義すれば、これに対応する等年齢変換図が誘導され、対応する年齢変換が定義されることになる。このように、 S 上に接ベクトル場を定義することは、年齢変換を定義する一方法として捉えることができる。

次に、石井 (2008) における年齢シフトモデルにおいて用いられた年齢変換と、LD モデルを表す接ベクトル場から誘導された年齢変換との関係について考察する。両者は、ともに年齢シフト量と勾配に対応するパラメータを持つという共通点があるものの、そのパラメータの表すものは同じではない。

LD モデルは、 τ_{y,t_c} の実績値の観察を通して経験的に見いだされた、「 τ_{y,t_c} が各 t において y の線形関数として表される」という仮定に基づいていた。この仮定は、Gompertz モデルでは成立するが、ロジスティックモデルでは一般に成立しない。2パラメータロジスティックモデルにおいては、この代わりとして以下の命題が成立する。

命題 1. 2パラメータロジスティックモデル

$$y = \lambda_{x,t} = \log \frac{\alpha_t \exp(\beta_t x)}{1 + \alpha_t \exp(\beta_t x)} = \log \alpha_t + \beta_t x - \log(1 + \alpha_t \exp(\beta_t x))$$

において、 $\tau_{y,t}$ は各 t において x の線形関数である。すなわち、

$$\tau_{y,t} = k'_t + c'_t x$$

が成立する。

Proof.

$$e^y = \frac{\alpha_t \exp(\beta_t x)}{1 + \alpha_t \exp(\beta_t x)}$$
$$\Leftrightarrow \alpha_t \exp(\beta_t x) = \frac{e^y}{1 - e^y}$$

y を固定したまま両辺を t で微分することにより、

$$\alpha'_t \exp(\beta_t x) + \alpha_t \exp(\beta_t x) \left(\beta'_t x + \beta_t \frac{\partial x}{\partial t} \right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{\alpha'_t}{\alpha_t \beta_t} - \frac{\beta'_t}{\beta_t} x$$

□

このように、LD モデルの前提は 2 パラメータロジスティックモデルでは x と y に線形関係がある範囲のみでしか成立しない。したがって、LD モデルによって誘導される年齢変換は、年齢シフトモデルにおいて用いられているものとは必ずしも一致しないことになる。しかしながら一方で、LD モデルによる年齢変換は、年齢シフトモデルで用いた年齢変換にはない以下のような長所がある。

年齢シフトモデルで用いられている年齢変換を行うためには、まず最初に死力曲線にロジスティックモデルをあてはめ、パラメータ推定をする必要がある。これは、年齢変換後に行うリー・カーター・モデルによるモデリングがノンパラメトリックな手続きによっているのに対し、年齢変換の中ではパラメトリックな手続きが必要であることを意味しており、一つのモデルの中に両者の手続きが混在することとなっていた。しかしながら、LD モデルによる年齢変換はノンパラメトリックな手続きであることから、モデル全体を完全にノンパラメトリックな手続きのみで構築することが可能となる。したがって、LD モデルを導入することにより、モデル内部の整合性をより高いレベルで達成することができるようになるのである。

おわりに

本稿は、これまでとは異なる角度から、わが国の死亡率モデルに対する有効な年齢変換を定義するための基礎的な検討を行うことを目的として研究を行った。

まず、わが国の高齢死亡率改善を、死亡率の「低下」として捉えるべきなのか、「シフト」として捉えるべきなのか、改めて検証することを通じ、わが国の死亡データ特性に関する再検討を行った。このため、「低下」型で死亡率改善を表すモデルとして、プロポーションハザードモデル (PH)、リー・カーター・モデル (LC) の 2 モデルを、これら 2 つのモデルに対応する「シフト」型モデルである、水平シフトモデル (HS) と水平リー・

カーター・モデル (HL) の 2 モデルを導入し、全部で 4 つの死亡モデルを検討するとともに、これらの死亡モデルを、時間微分した関数により表示する微分型表示を導入した。

これらの死亡モデルについて、日本女性の死亡データにより数値評価を行ったところ、「低下」型モデルでは PH モデルに比べて LC モデルの、「シフト」型モデルでは HS モデルに比べて HL モデルのあてはまりがよいことが観察されたが、「低下」型のペアのあてはまりの違いほど、「シフト」型モデルのあてはまりの違いは大きくない。この差は、微分型表示の死力改善率 ρ_{x,t_c} 及び年齢増加率 τ_{y,t_c} を見ることにより明らかとなった。すなわち、「低下」型モデルにおける ρ_{x,t_c} の実績値はピークを持つ山形の形状をもつものに対し、HS モデルは水平な直線であり、ピークを持つことが可能な LC モデルに比べてあてはまりは悪くなる。一方、「シフト」型モデルの τ_{y,t_c} を見ると、HS が水平な直線であるのに対し、HL モデルでもこれに比較的近い形状をしており、これが両者のフィッティングのパフォーマンスが大きく違わないことに結びついていたのである。

一方、各年の τ_{y,t_c} の実績値の観察から、これを y の線形関数として見た場合、よりよくモデル化できるのではないかという点が示唆されたことから、これに基づいて、微分型表示を活用した線形差分モデル (LD) を提案した。日本女性データによる数値評価により、LD モデルは実績値へのあてはまりが極めてよいことが確認された。

また、「低下」型モデルと「シフト」型モデルのパフォーマンスを統計学的観点から比較するため、LC モデルと LD モデルについて、モデルを真とした場合の信頼区間から実績値がどの程度外れるのかという点について評価を行った。これによれば、高い年齢で LD モデルの方が実績値が外に出る割合が若干高い部分はあるものの、総じて LD モデルのパフォーマンスが LC モデルをかなり上回っていた。これは、わが国の近年の高齢死亡率改善について、「低下」よりは「シフト」と捉える見方がより強く支持されることを示唆しているものと見ることができる。

最後に、対数死亡率曲面 S 上の接ベクトル場として年齢変換が定義される点を論じた。死亡モデルの微分型表示等に用いられた関数 $\rho_{x,t}$ と $\tau_{y,t}$ は、対数死亡率曲面 S 上の接ベクトル場を定義する。一般に、 S 上の接ベクトル場は等変換年齢図を誘導し、年齢変換を導くことから、対数死亡率曲面 S 上の接ベクトル場を定義することは、年齢変換を定義する一方法と考えることができる。LD モデルの仮定である、 $\tau_{y,t}$ の y に関する線形性は、2 パラメータロジスティックモデルでは x と y に線形関係がある範囲のみでしか成立せず、したがって、LD モデルによって誘導される年齢変換は、年齢シフトモデルにおいて用いられているものとは必ずしも一致しない。しかしながら一方で、LD モデルによる年齢変換はノンパラメトリックな手続きであることから、モデル全体を完全にノンパラメトリックに構築することが可能となる。このことから、LD モデルを導入することにより、モデル内部の整合性をより高いレベルで達成できるようになることがわかった。

本研究でその有効性が明らかとなった LD モデルであるが、実用化に向けてはまだ検討点を残すものである。まず、今回検討を行ったのは成人死亡に限定したモデルであること

から、全年齢を対象としたモデルの開発が必要である。また、今回は実績値のモデリングを中心とした検討を行ったが、将来推計を行うためにはパラメータの将来推計法についても検討が必要となる。このような点について、さらなる研究を行っていくことが今後の課題である。

参考文献

Human Mortality Database. University of California, Berkeley (USA) and Max Planck Institute for Demographic Research (Germany). Available at www.mortality.org or www.humanmortality.de.

石井太 (2008) 「近年のわが国の死亡動向に適合した 将来生命表推計モデルの研究-年齢シフトモデルの開発-」, 『人口問題研究』, 第 64 巻, 第 3 号, pp.28-44.

国立社会保障・人口問題研究所 (2007) 『日本の将来推計人口ー平成 18 年 12 月推計ー』, (財) 厚生統計協会.

Lee, R. and L. Carter (1992) "Modeling and Forecasting U.S. Mortality", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 87, No. 419, pp. 659-675.

3 わが国の出生動向の分析と見通し

— 期間効果の検出による近年の反転上昇に関する分析 —

金子 隆一
三田 房美

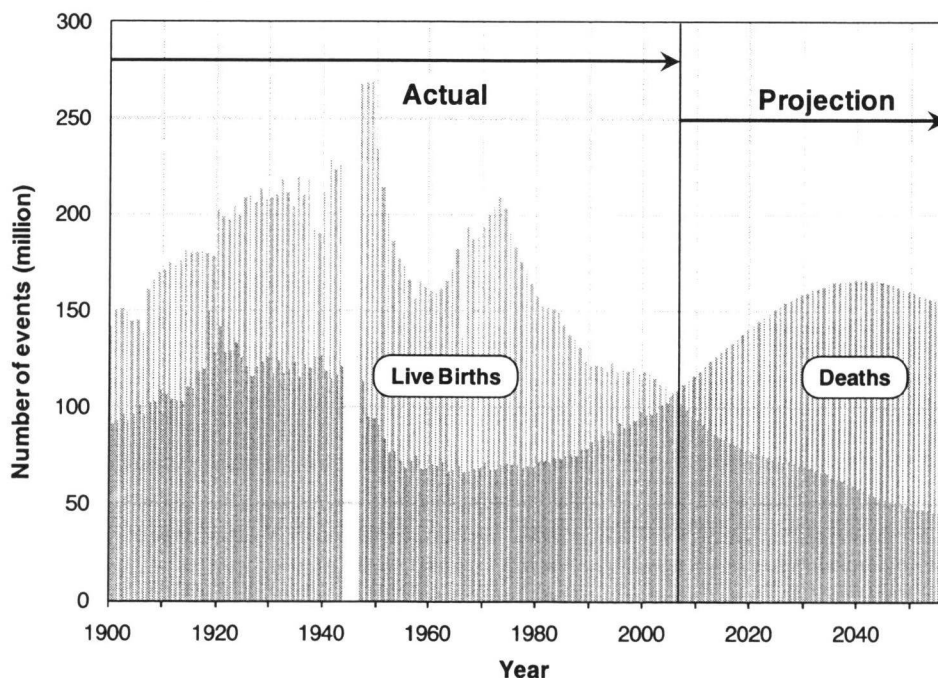
1. はじめに—人口減少の開始と世界一の高齢社会の誕生

日本の人口は、2004～2007年にピーク期を迎え、2008年からは減少を開始した。2009年10月現在での減少分はわずか0.2パーセントにも満たないが、国連推計（UN projection）によれば、日本は2050年までに20パーセントの人口を失う見込みである（日本の最新の公的将来推計人口 the latest official population projection（IPPS projection）によれば、同期間に失う人口は26パーセントである。この違いは主に出生率仮定の違いによる）。この人口減少は今後、年々ペースを上げる形で進行し、2017年以降は毎年50万人以上が、そして2039年以降は100万人以上が減少して行く（IPPS projection）。

これは国際的に見ても際立った減少幅であり、2005年から2050年までに失う人口の割合は、2005年の人口1000万人以上の国に限ればウクライナについで2位となっている（UN projectionによる。IPPS projectionを用いれば1位である）。この結果、世界人口に占める日本人のシェアは、2005年の2.0パーセントから2050年には1.1パーセントへと半減する。この際立った減少を導く主要な原因は、日本において低出生率が持続するという見通しである。

この減少には負の人口モーメントが深く関与する。人口モーメントとは、年齢構成に内在する出生と死亡を発生させる傾向の強さのことである。日本では一方では、1974年に人口置換水準を下回って以来、延々として続いた低出生率によって、今後親となる世代の規模が著しく縮小しており、他方ではめざましい寿命の伸長によって死亡が先延ばしされ、高齢層の人口が増大している。これらは今後において出生を減らし、死亡を増やす傾向の強い年齢構成を作り上げており、実際、日本の人口動態 the vital statistics of Japan は、出生数の減少と死亡数の増加によるみごとな"Japan cross"を形成しようとしている（Figure 1）。

Figure 1 Japanese Cross of Births and Deaths: Actual and Projection



Source: MHLW, The Vital Statistics Reports, NIPSSR(2006).

現在の日本はこの交差点付近に位置している。ここに見られる今後の出生数の著しい減少は、低い出生率の持続による縮小再生産のスパイラルの結果である。一方で、死亡数の増加は、逆説的だが、世界一の平均寿命を維持しながら生ずることになる。人口の自然増加が、出生数から死亡数を差し引いたものであることを考えれば、なぜ今後日本の人口が加速的に減少するのかがこの図からわかるだろう。

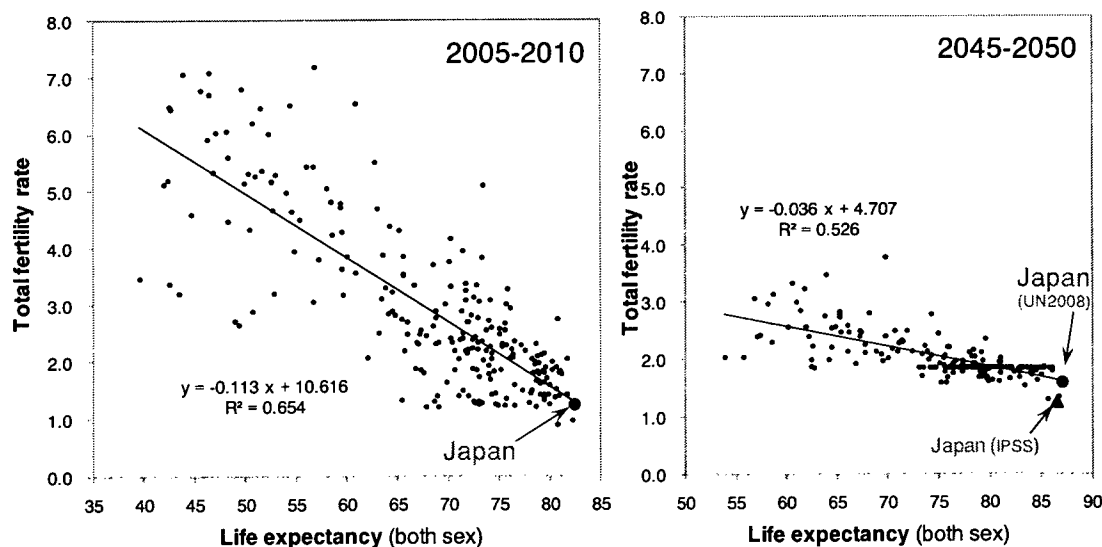
また、日本人口に関する最近の特筆すべきニュースの一つは、日本人口が2005年前後から高齢化率（65歳以上人口割合）において世界一になったことである。国連の推計によれば、1990年代のはじめ頃の日本の高齢化率は世界で23位と、先進国の中では並の水準だった。しかし、わずか15年後の2005年にはトップに躍り出たことになる（年齢別人口割合がトップになった年は若干前後し、60歳以上は2003年、75歳以上は2006年、そして90歳以上は2007年である）。しかも、同推計によれば高齢化率において日本は今後も世界のトップを走り、2050年には37.8 percent (high variant 33.7 percent, low variant 42.6 percent, IPSS projection 39.6 percent) に達するとされている。

この人口高齢化の進行は、上述の人口減少の観点から見ることができる in terms of population decline。すなわち、日本の人口では、2050年までの間に65歳未満の人口において44.5 million（年少人口9.4 million, 生産年齢人口35.1 million）が減少すると見込まれるのに対して、65歳以上の人口は逆に11.9 million増加することが見込まれている。日本はすでに人口高齢化において世界一となったが、本格的な高齢化が進むのは今後のことである。

日本が高齢化においてこのように特異な地位を占めるのは、自然動態 dynamics of vital events の特性によっている。すなわち、人口高齢化の主要なドライブである低出生率について、日本は最低水準のグループに属している。一方、日本の平均寿命は両性を合わせて比較すると1980年代前半から世界一の地位にあり、この状況はしばらく続くと見られている。そして、人口高齢化はこの二つの極端な動態率 the vital rates の組み合わせとして、他のどの国よりも急速にそして高水準の高齢者割合を生み出している。

このことは国連の推計による全世界の国々の平均寿命と合計特殊出生率を同時に描いた散布図によって明瞭に示される (Figure 2)。さらにそれは将来にわたって変わらない可能性があることを2045-2050年の将来推計人口における仮定値において見る事ができる。同図は、国連推計、IPSS projection のいずれにおいても特異な地位は変わりそうにないを示している (国連(2009)の平均寿命の仮定値 87.08 は、日本の公的推計 86.54 に比べるとやや高く、合計特殊出生率の仮定値 1.60 は後者 1.26 に比べるとかなり高い。この結果、日本の推計の高齢化率は国連推計に比べると1.8ポイント高くなっている)。

Figure 2 世界の人口動態における日本の特異な位置：現在と将来推計



Source: United Nations (2009), NIPSSR (2006).