

2.6 Interquartile range

Interquartile range (of age at death) は、死亡数を確率密度関数と見た場合の確率分布の四分位偏差であり、 x_1 と x_2 は、 $l_{x_1} = 0.75, l_{x_2} = 0.25$ を満たす年齢として、

$$IQR = x_2 - x_1$$

で定義される。生存数曲線の矩形化に伴い、この指標は減少することとなる。

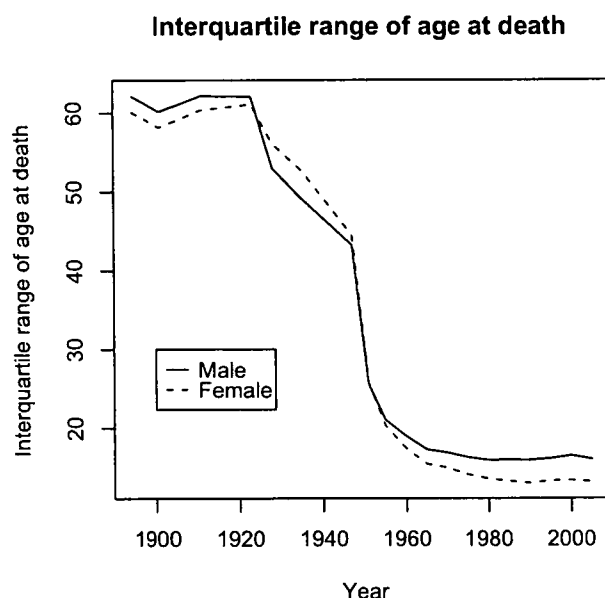


図8 IQR(Interquartile range)の推移

IQRを実績値（完全生命表）を用いて評価したものが、図8である。IQRは他の指標と異なり、矩形化に伴い数値が減少する。他の指標と比較した場合、近年、数値の減少が緩やかになってきている点については同様の傾向を表しているが、FDなどに比べてやや早い時期から指標の動きが少なくなっている。

2.7 各指標間の関係

次に、ここまで述べてきた指標相互の関係を見ることとする。Wilmoth and Horiuchi (1999) は、日本、アメリカ、スウェーデンにおける各指標のデータをプールして相関係数を比較し、指標間の相関が高いことを観察している。また、これらの系列の中で一般的に相関係数が低くなるのは、SCとQPを対象に含む系列になることが述べられている。そ

ここで、わが国の実績データを用いた各指標間の相関係数について、男女をプールした場合の他、男性・女性別にも計算を実行し、結果を表1～表3に示した。

表1 各指標間の相関係数（男女をプールしたもの）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
FR	1.0000	0.9891	0.9425	0.9704	0.9854	-0.9615
FD	0.9891	1.0000	0.9592	0.9824	0.9958	-0.9528
SC	0.9425	0.9592	1.0000	0.9409	0.9488	-0.9186
QP	0.9704	0.9824	0.9409	1.0000	0.9780	-0.8925
PI	0.9854	0.9958	0.9488	0.9780	1.0000	-0.9492
IQR	-0.9615	-0.9528	-0.9186	-0.8925	-0.9492	1.0000

表2 各指標間の相関係数（男性）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
FR	1.0000	0.9910	0.9144	0.9836	0.9915	-0.9611
FD	0.9910	1.0000	0.9203	0.9842	0.9950	-0.9709
SC	0.9144	0.9203	1.0000	0.8737	0.9127	-0.9502
QP	0.9836	0.9842	0.8737	1.0000	0.9868	-0.9246
PI	0.9915	0.9950	0.9127	0.9868	1.0000	-0.9605
IQR	-0.9611	-0.9709	-0.9502	-0.9246	-0.9605	1.0000

表3 各指標間の相関係数（女性）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
FR	1.0000	0.9929	0.9868	0.9788	0.9849	-0.9733
FD	0.9929	1.0000	0.9867	0.9865	0.9967	-0.9678
SC	0.9868	0.9867	1.0000	0.9691	0.9801	-0.9745
QP	0.9788	0.9865	0.9691	1.0000	0.9829	-0.9237
PI	0.9849	0.9967	0.9801	0.9829	1.0000	-0.9621
IQR	-0.9733	-0.9678	-0.9745	-0.9237	-0.9621	1.0000

この結果によれば、わが国の実績データからも指標間の相関係数は高いことが観察される。また、SCとQPを対象に含む系列においては相関係数が低い傾向となる点についても、我々の結果からも観察される。男性・女性別に見た場合においても概ね相関係数は

高いものとなっているが、指標によるが男性の方がやや低い値となっている傾向が見られる。

さらに、この男女別の傾向の違いについてより詳細に観察するため、散布図を図9、図10に示した。

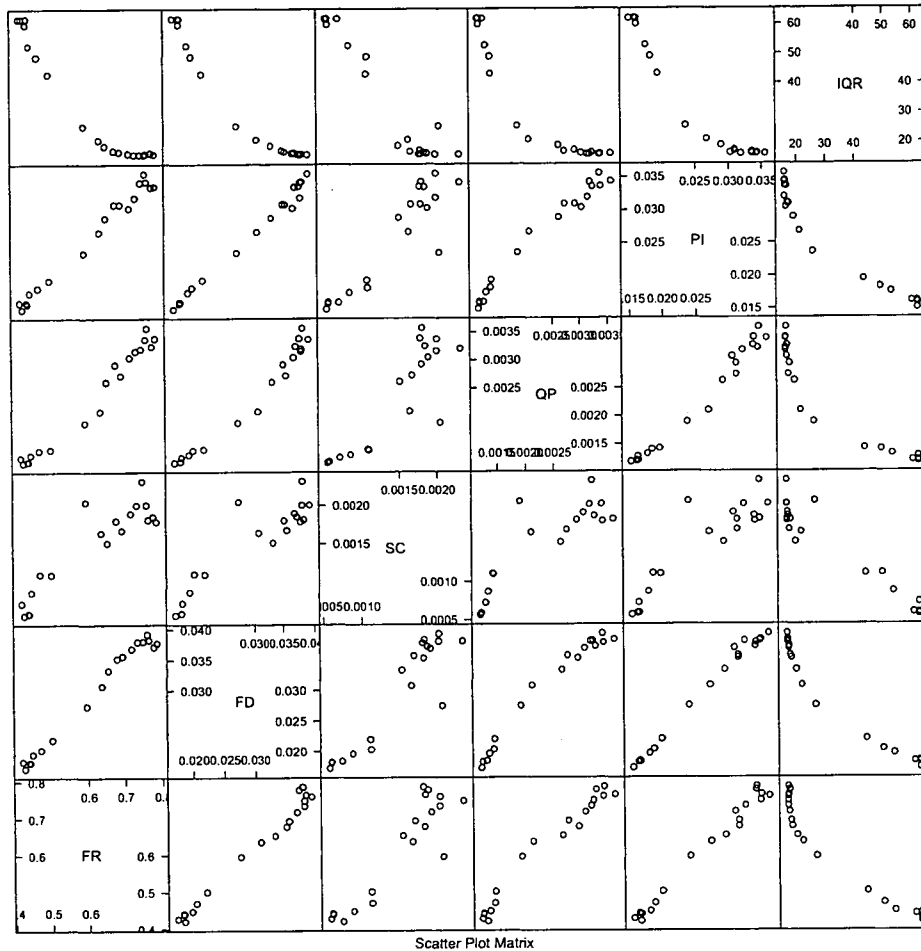
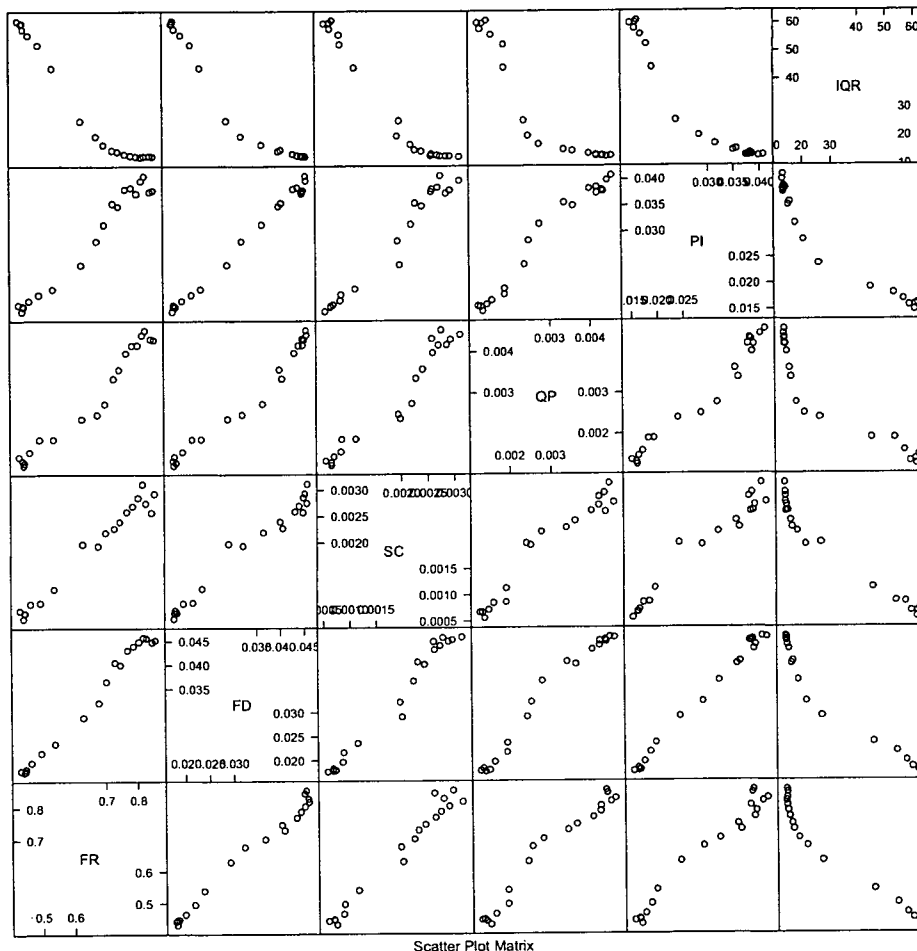


図9 各指標間の散布図 (男性)

これらによれば、各指標間の関係は相関係数において見た通り、概ね直線関係に近いものが多いものの、男女とも SC、QP を含む系列ではやや直線関係から逸脱する点が多くなることが観察される。これには、指標を評価した際に指摘したとおり、第二次導関数を用いることに起因する評価の不安定性が影響を与えていると考えられ、我々の結果においてはこれが SC と QP を対象に含む系列において相関係数が低い傾向を示した原因となっていると考えられる。

もう一点、他の指標に対して、IQR は直線関係とは若干異なる動きを示していることが見て取れる。また、その傾向は男性よりも女性においてより大きい。IQR が他の指標と



Scatter Plot Matrix

図 10 各指標間の散布図 (女性)

異なるのは、それ以外の指標が生存数曲線の形状に直接着目している指標であるのに対して、IQR が Standard deviation, Gini Coefficient (Keyfit's H) などと並んで、死亡分布のばらつきに着目した指標であることが一因として考えられる。

ここまで見てきたように、これらの指標は、指標間の相関係数が一般的に高く、長期的な生存数曲線の形状の推移などを見る場合においては、どの指標からも概ね同様の結論が得られるものと考えられる。したがって、これらの中では、第二次導関数を用いない FD や IQR により測定をする方がより安定的な観察ができるものと考えられる。Wilmoth and Horiuchi (1999) においても、このような検討を踏まえて、より詳細な分析に当たって IQR を用いている。しかしながら、一方で、FD と IQR では特に近年においてやや異なった動きをしており、両指標の動向の違いにも注意をしていく必要もあると考えられる。

3. 将来生命表における各指標の動向

前節での検討を踏まえ、ここではFDとIQRに着目して、将来生命表における指標の見直しをみることとする（なお、これ以外も含めた全ての指標についての見直しは本章の最後に表5～表10として示した）。結果を示したものが、図11、図12である。「日本の将来推計人口（平成18年12月推計）」では死亡について死亡中位・死亡高位・死亡低位の3通りの前提に基づいて生命表の投影が行われていることから、この3通りについてFD、IQRを算出し、グラフに示している。

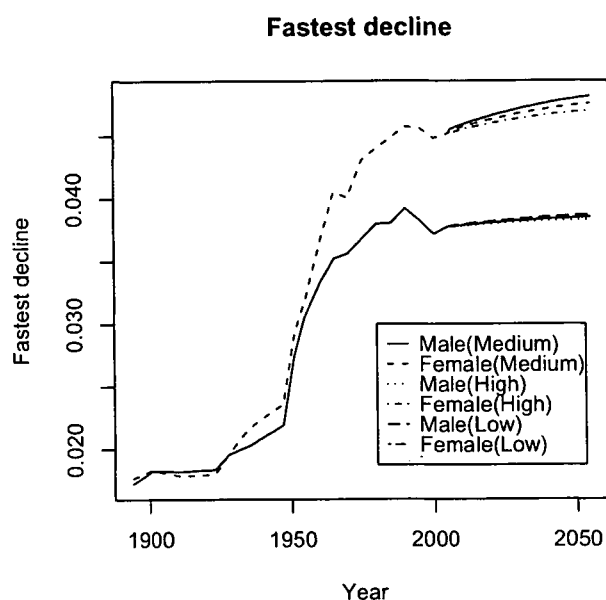


図11 FD(Fastest decline)の推移と見直し

まず、FDについて観察すると、どの前提においても男性については2005年以降概ね横ばいで推移している一方、女性については緩やかな増加傾向にあることがわかる。また、死亡中位・死亡高位・死亡低位による違いを見ると、男性については大きな違いがないのに対し、女性については死亡高位では死亡中位に比べてやや低め、死亡低位死亡中位に比べてやや高めの値で推移していく傾向にあることが観察される。

この指標の動向は概ねIQRにおいても同様である。図12を見ると、IQRはどの前提においても男性については2005年以降概ね横ばいで推移している一方、女性については緩やかな低下傾向にあることがわかる。また、死亡中位・死亡高位・死亡低位による違いを見ると、男性については大きな違いがないのに対し、女性については死亡高位では死亡中位に比べてやや高め、死亡低位死亡中位に比べてやや低めの値で推移していく傾向にあ

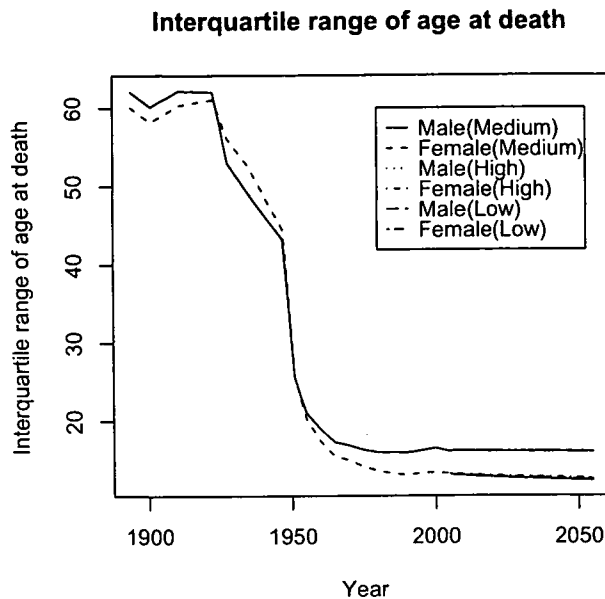


図 12 IQR(Interquartile range) の推移と見通し

ることが観察される。

このように、将来推計人口の生命表においては、男性と女性では将来の生存数曲線の矩形化がやや異なる形で推移し、男性では足下のレベルが概ねそのまま保たれて行くのに対し、女性では死亡率の低下に応じてやや矩形化の度合が高まる傾向にあることがわかる。このような違いが出た原因はこれらの指標だけからは明らかでない部分もある。しかしながら、グラフからは、過去からの指標の推移がそのまま将来に向けて自然に投影されている様子が観察されることから、特に近年における男性と女性の各指標の動向の違いがその一因となっているものと推察される。

4. 年齢シフトモデルとリー・カーター・モデルの比較

昨年の本研究においても、年齢シフトモデルとリー・カーター・モデルの比較を行い、生存数曲線の形状を見ることで矩形化の度合の違いを考察したが、ここでは先に述べた IQR を用いることにより、これをより定量的に観察することとする。

昨年度の比較よりも、両モデルが生命関数に与える影響をより明確にする目的から、両モデルが概ね 90 年の平均寿命を持つ場合に加え、やはり同じ程度の平均寿命を持ちつつ、死亡指数は通常の推計範囲にある値よりもかなり低めの値に設定（平均寿命で概ね 94 年及び 97 年）するという機械的な試算を女性の生命表について 2 通り実行した。まず、この試算に基づき、死亡率曲線、生存数曲線がどのようなパターンの違いを示すかを観察

表4 年齢シフトモデルとリー・カーター・モデルによる IQR (女性)

e_0 Level	90	94	97
年齢シフトモデル	12.5	12.0	11.6
リー・カーター・モデル	12.1	11.4	10.8

する。

図13は死亡率曲線の将来推計値を比較したものである。これを見ると、リー・カーター・モデルによる試算値は、60～70歳代で年齢シフトモデルと比較して死亡率が低く推移した後、急速に増加し、80歳以降の高齢部分では逆に高いレベルとなっており、年齢シフトモデルによる試算値に比べて高齢部分での死亡率曲線の勾配が大きくなっていることが観察される。

図14は生存数曲線の将来推計値を比較したものであるが、死亡率曲線に見られた高齢での勾配の違いの影響により、リー・カーター・モデルによる生存数曲線は、死亡率の低下が生存数曲線の「矩形化」現象として現れる傾向がより強く出ている。一方、年齢シフトモデルにおける死亡率の低下は、生存数曲線の矩形化の動きというよりも、生存数曲線自体が右方向へシフトするという動きとして現れていることが観察できる。

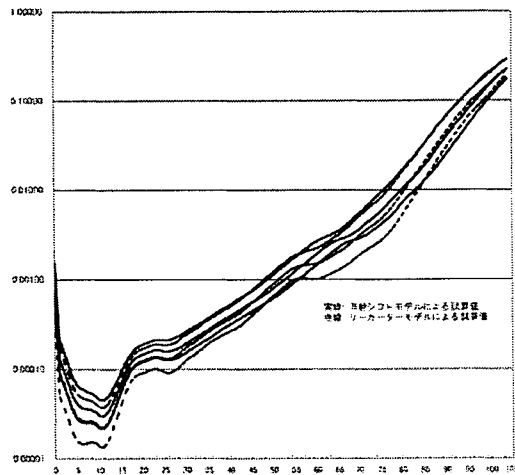


図13 死亡率曲線の比較 (試算値・女性)

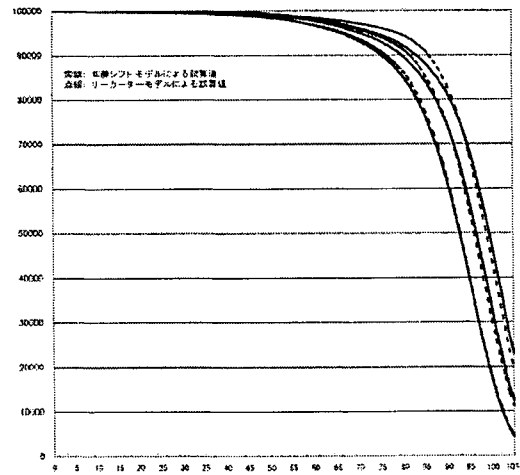


図14 生存数曲線の比較 (試算値・女性)

そこで、これらについて、IQRを算定して示したものが表4である。これによれば、年齢シフトモデルによるIQRはリー・カーター・モデルによるIQRよりも高いレベルに留まっており、先に見た、リー・カーター・モデルでは死亡率の低下が生存数曲線の矩形化現象として現れる傾向がより強く出ている点を定量的にも確認することができる。

以上のような考察から、年齢シフトモデルは、わが国の近年の高齢死亡率改善が、死亡

が遅延している動きとして捉えられる点とも整合的なモデルであることが定量的にも示されたことになる。

おわりに

本研究では、Wilmoth and Horiuchi (1999) において検討された生存数曲線の矩形化に関する定量的な指標をわが国の実績生命表及び将来生命表に適用することにより、年齢シフトモデルによる将来生命関数の特性評価を行った。さらに、昨年度の年齢シフトモデルとリー・カーター・モデルの比較を一步進めて、生存数曲線の矩形化に関する指標に基づき、より定量的に両モデルを比較した。これにより、年齢シフトモデルに基づく将来死亡年齢パターンは、同程度の平均寿命を表現するリー・カーター・モデルによるパターンと比較してその矩形化の度合は低く、従って、死亡の遅延による年齢シフトというメカニズムによって死亡率改善を表現するモデルであるという特性を定量的に評価することができた。

参考文献

- 国立社会保障・人口問題研究所 (2007) 『日本の将来推計人口—平成 18 年 12 月推計—』。
- Wilmoth, J. R. and S. Horiuchi (1999) "Rectangularization Revisited: Variability of Age at Death within Human Populations", *Demography*, Vol. 36, No. 4, pp. 475–495.

表5 各指標の推移と見通し（死亡中位・男性）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
1891-1898	0.428	0.0172	0.00056	0.00119	0.0151	62.1
1899-1903	0.440	0.0183	0.00059	0.00120	0.0162	60.1
1909-1913	0.442	0.0182	0.00059	0.00121	0.0159	62.2
1921-1925	0.421	0.0184	0.00072	0.00128	0.0161	62.0
1926-1930	0.448	0.0196	0.00087	0.00133	0.0176	53.0
1935-1936	0.470	0.0203	0.00111	0.00141	0.0183	49.1
1947	0.501	0.0219	0.00110	0.00142	0.0195	43.2
1950-1952	0.596	0.0274	0.00205	0.00189	0.0236	25.6
1955	0.636	0.0308	0.00164	0.00210	0.0268	21.0
1960	0.653	0.0333	0.00151	0.00263	0.0289	18.9
1965	0.677	0.0352	0.00181	0.00293	0.0309	17.2
1970	0.693	0.0356	0.00168	0.00273	0.0309	16.8
1975	0.717	0.0368	0.00190	0.00305	0.0304	16.3
1980	0.733	0.0380	0.00201	0.00316	0.0319	15.9
1985	0.748	0.0380	0.00232	0.00321	0.0342	15.9
1990	0.759	0.0392	0.00201	0.00338	0.0356	15.9
1995	0.764	0.0383	0.00181	0.00358	0.0344	16.1
2000	0.777	0.0372	0.00185	0.00325	0.0336	16.5
2005	0.785	0.0378	0.00179	0.00339	0.0336	16.0
2010	0.795	0.0379	0.00171	0.00319	0.0331	16.1
2015	0.802	0.0380	0.00171	0.00322	0.0330	16.1
2020	0.808	0.0381	0.00171	0.00323	0.0326	16.1
2025	0.813	0.0382	0.00172	0.00325	0.0331	16.1
2030	0.818	0.0382	0.00172	0.00327	0.0326	16.0
2035	0.822	0.0383	0.00172	0.00328	0.0329	16.0
2040	0.826	0.0384	0.00172	0.00329	0.0325	16.0
2045	0.829	0.0384	0.00172	0.00331	0.0328	16.0
2050	0.833	0.0385	0.00172	0.00331	0.0330	16.0
2055	0.835	0.0385	0.00173	0.00331	0.0326	16.0

表6 各指標の推移と見通し（死亡中位・女性）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
1891-1898	0.443	0.0177	0.00056	0.00136	0.0149	60.1
1899-1903	0.449	0.0183	0.00067	0.00132	0.0158	58.2
1909-1913	0.447	0.0179	0.00067	0.00126	0.0160	60.3
1921-1925	0.432	0.0180	0.00072	0.00147	0.0162	61.1
1926-1930	0.466	0.0197	0.00085	0.00158	0.0170	56.1
1935-1936	0.497	0.0217	0.00087	0.00189	0.0181	52.7
1947	0.540	0.0236	0.00113	0.00189	0.0192	44.5
1950-1952	0.630	0.0291	0.00198	0.00239	0.0238	25.7
1955	0.677	0.0321	0.00195	0.00249	0.0284	20.3
1960	0.702	0.0366	0.00220	0.00276	0.0315	17.4
1965	0.729	0.0405	0.00228	0.00336	0.0356	15.4
1970	0.747	0.0401	0.00241	0.00359	0.0350	14.9
1975	0.769	0.0431	0.00259	0.00398	0.0383	14.1
1980	0.788	0.0440	0.00270	0.00417	0.0386	13.5
1985	0.805	0.0448	0.00286	0.00418	0.0374	13.2
1990	0.819	0.0457	0.00312	0.00443	0.0399	13.0
1995	0.828	0.0456	0.00275	0.00454	0.0408	13.3
2000	0.845	0.0448	0.00258	0.00433	0.0377	13.3
2005	0.854	0.0452	0.00294	0.00431	0.0381	13.2
2010	0.863	0.0457	0.00292	0.00451	0.0403	13.0
2015	0.869	0.0460	0.00296	0.00459	0.0407	12.9
2020	0.875	0.0463	0.00300	0.00469	0.0410	12.8
2025	0.879	0.0465	0.00303	0.00474	0.0412	12.8
2030	0.884	0.0468	0.00306	0.00481	0.0414	12.7
2035	0.887	0.0470	0.00309	0.00487	0.0415	12.6
2040	0.891	0.0471	0.00311	0.00490	0.0416	12.6
2045	0.894	0.0473	0.00314	0.00497	0.0419	12.5
2050	0.896	0.0474	0.00316	0.00500	0.0419	12.5
2055	0.899	0.0476	0.00317	0.00505	0.0420	12.5

表7 各指標の推移と見通し（死亡高位・男性）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
1891-1898	0.428	0.0172	0.00056	0.00119	0.0151	62.1
1899-1903	0.440	0.0183	0.00059	0.00120	0.0162	60.1
1909-1913	0.442	0.0182	0.00059	0.00121	0.0159	62.2
1921-1925	0.421	0.0184	0.00072	0.00128	0.0161	62.0
1926-1930	0.448	0.0196	0.00087	0.00133	0.0176	53.0
1935-1936	0.470	0.0203	0.00111	0.00141	0.0183	49.1
1947	0.501	0.0219	0.00110	0.00142	0.0195	43.2
1950-1952	0.596	0.0274	0.00205	0.00189	0.0236	25.6
1955	0.636	0.0308	0.00164	0.00210	0.0268	21.0
1960	0.653	0.0333	0.00151	0.00263	0.0289	18.9
1965	0.677	0.0352	0.00181	0.00293	0.0309	17.2
1970	0.693	0.0356	0.00168	0.00273	0.0309	16.8
1975	0.717	0.0368	0.00190	0.00305	0.0304	16.3
1980	0.733	0.0380	0.00201	0.00316	0.0319	15.9
1985	0.748	0.0380	0.00232	0.00321	0.0342	15.9
1990	0.759	0.0392	0.00201	0.00338	0.0356	15.9
1995	0.764	0.0383	0.00181	0.00358	0.0344	16.1
2000	0.777	0.0372	0.00185	0.00325	0.0336	16.5
2005	0.785	0.0378	0.00179	0.00339	0.0336	16.0
2010	0.790	0.0378	0.00171	0.00319	0.0330	16.1
2015	0.797	0.0379	0.00171	0.00320	0.0332	16.1
2020	0.802	0.0380	0.00171	0.00322	0.0330	16.1
2025	0.806	0.0381	0.00172	0.00322	0.0333	16.1
2030	0.810	0.0381	0.00171	0.00324	0.0327	16.1
2035	0.813	0.0381	0.00172	0.00325	0.0330	16.1
2040	0.816	0.0382	0.00172	0.00325	0.0325	16.1
2045	0.819	0.0382	0.00172	0.00327	0.0327	16.0
2050	0.821	0.0383	0.00172	0.00328	0.0328	16.0
2055	0.823	0.0383	0.00172	0.00328	0.0330	16.0

表8 各指標の推移と見通し（死亡高位・女性）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
1891-1898	0.443	0.0177	0.00056	0.00136	0.0149	60.1
1899-1903	0.449	0.0183	0.00067	0.00132	0.0158	58.2
1909-1913	0.447	0.0179	0.00067	0.00126	0.0160	60.3
1921-1925	0.432	0.0180	0.00072	0.00147	0.0162	61.1
1926-1930	0.466	0.0197	0.00085	0.00158	0.0170	56.1
1935-1936	0.497	0.0217	0.00087	0.00189	0.0181	52.7
1947	0.540	0.0236	0.00113	0.00189	0.0192	44.5
1950-1952	0.630	0.0291	0.00198	0.00239	0.0238	25.7
1955	0.677	0.0321	0.00195	0.00249	0.0284	20.3
1960	0.702	0.0366	0.00220	0.00276	0.0315	17.4
1965	0.729	0.0405	0.00228	0.00336	0.0356	15.4
1970	0.747	0.0401	0.00241	0.00359	0.0350	14.9
1975	0.769	0.0431	0.00259	0.00398	0.0383	14.1
1980	0.788	0.0440	0.00270	0.00417	0.0386	13.5
1985	0.805	0.0448	0.00286	0.00418	0.0374	13.2
1990	0.819	0.0457	0.00312	0.00443	0.0399	13.0
1995	0.828	0.0456	0.00275	0.00454	0.0408	13.3
2000	0.845	0.0448	0.00258	0.00433	0.0377	13.3
2005	0.854	0.0452	0.00294	0.00431	0.0381	13.2
2010	0.859	0.0455	0.00289	0.00447	0.0403	13.1
2015	0.864	0.0458	0.00293	0.00454	0.0405	13.0
2020	0.869	0.0460	0.00296	0.00459	0.0407	12.9
2025	0.873	0.0462	0.00298	0.00465	0.0408	12.8
2030	0.876	0.0464	0.00301	0.00470	0.0411	12.8
2035	0.879	0.0465	0.00303	0.00476	0.0411	12.8
2040	0.882	0.0467	0.00305	0.00477	0.0412	12.7
2045	0.884	0.0468	0.00307	0.00483	0.0414	12.7
2050	0.886	0.0469	0.00308	0.00485	0.0415	12.7
2055	0.888	0.0470	0.00309	0.00489	0.0415	12.6

表9 各指標の推移と見通し（死亡低位・男性）

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
1891-1898	0.428	0.0172	0.00056	0.00119	0.0151	62.1
1899-1903	0.440	0.0183	0.00059	0.00120	0.0162	60.1
1909-1913	0.442	0.0182	0.00059	0.00121	0.0159	62.2
1921-1925	0.421	0.0184	0.00072	0.00128	0.0161	62.0
1926-1930	0.448	0.0196	0.00087	0.00133	0.0176	53.0
1935-1936	0.470	0.0203	0.00111	0.00141	0.0183	49.1
1947	0.501	0.0219	0.00110	0.00142	0.0195	43.2
1950-1952	0.596	0.0274	0.00205	0.00189	0.0236	25.6
1955	0.636	0.0308	0.00164	0.00210	0.0268	21.0
1960	0.653	0.0333	0.00151	0.00263	0.0289	18.9
1965	0.677	0.0352	0.00181	0.00293	0.0309	17.2
1970	0.693	0.0356	0.00168	0.00273	0.0309	16.8
1975	0.717	0.0368	0.00190	0.00305	0.0304	16.3
1980	0.733	0.0380	0.00201	0.00316	0.0319	15.9
1985	0.748	0.0380	0.00232	0.00321	0.0342	15.9
1990	0.759	0.0392	0.00201	0.00338	0.0356	15.9
1995	0.764	0.0383	0.00181	0.00358	0.0344	16.1
2000	0.777	0.0372	0.00185	0.00325	0.0336	16.5
2005	0.785	0.0378	0.00179	0.00339	0.0336	16.0
2010	0.799	0.0379	0.00171	0.00321	0.0331	16.1
2015	0.807	0.0381	0.00171	0.00323	0.0333	16.1
2020	0.814	0.0382	0.00172	0.00325	0.0332	16.1
2025	0.821	0.0383	0.00172	0.00328	0.0328	16.0
2030	0.826	0.0384	0.00172	0.00329	0.0326	16.0
2035	0.831	0.0384	0.00172	0.00332	0.0329	16.0
2040	0.836	0.0385	0.00173	0.00332	0.0326	16.0
2045	0.840	0.0386	0.00173	0.00335	0.0329	16.0
2050	0.844	0.0387	0.00173	0.00334	0.0331	16.0
2055	0.847	0.0387	0.00173	0.00338	0.0328	16.0

表 10 各指標の推移と見通し (死亡低位・女性)

	FR	FD	SC	QP	PI	IQR
1891-1898	0.443	0.0177	0.00056	0.00136	0.0149	60.1
1899-1903	0.449	0.0183	0.00067	0.00132	0.0158	58.2
1909-1913	0.447	0.0179	0.00067	0.00126	0.0160	60.3
1921-1925	0.432	0.0180	0.00072	0.00147	0.0162	61.1
1926-1930	0.466	0.0197	0.00085	0.00158	0.0170	56.1
1935-1936	0.497	0.0217	0.00087	0.00189	0.0181	52.7
1947	0.540	0.0236	0.00113	0.00189	0.0192	44.5
1950-1952	0.630	0.0291	0.00198	0.00239	0.0238	25.7
1955	0.677	0.0321	0.00195	0.00249	0.0284	20.3
1960	0.702	0.0366	0.00220	0.00276	0.0315	17.4
1965	0.729	0.0405	0.00228	0.00336	0.0356	15.4
1970	0.747	0.0401	0.00241	0.00359	0.0350	14.9
1975	0.769	0.0431	0.00259	0.00398	0.0383	14.1
1980	0.788	0.0440	0.00270	0.00417	0.0386	13.5
1985	0.805	0.0448	0.00286	0.00418	0.0374	13.2
1990	0.819	0.0457	0.00312	0.00443	0.0399	13.0
1995	0.828	0.0456	0.00275	0.00454	0.0408	13.3
2000	0.845	0.0448	0.00258	0.00433	0.0377	13.3
2005	0.854	0.0452	0.00294	0.00431	0.0381	13.2
2010	0.866	0.0459	0.00294	0.00457	0.0406	12.9
2015	0.874	0.0463	0.00299	0.00466	0.0409	12.8
2020	0.880	0.0466	0.00303	0.00476	0.0412	12.7
2025	0.886	0.0469	0.00308	0.00487	0.0414	12.7
2030	0.891	0.0472	0.00311	0.00490	0.0416	12.6
2035	0.895	0.0474	0.00315	0.00500	0.0418	12.5
2040	0.899	0.0476	0.00317	0.00502	0.0420	12.5
2045	0.903	0.0478	0.00321	0.00510	0.0422	12.4
2050	0.906	0.0480	0.00323	0.00520	0.0423	12.4
2055	0.909	0.0482	0.00325	0.00519	0.0424	12.3

(6) Mortality Projection Model for Japan with Age-Shifting Structure

Futoshi Ishii*

Introduction

The official population projection for Japan is prepared by the National Institute of Population and Social Security Research (NIPSSR) based on the results of the Population Census every five years. The most recent projection was released in Dec. 2006 based on the 2005 Census (NIPSSR 2007). The cohort component method was used in the projection. To make an assumption for the survivorship ratio in the projection, use of the mortality projection model to obtain future life tables is necessary.

The mortality projection model should be selected in terms of detailed observations for trends of life expectancy and the available data set. Japanese life expectancy has increased rapidly over time and is still increasing with top class values in the world. This unique trend is one of the factors that makes it difficult to project future mortality situations for Japan.

In the latest projection, a new mortality projection model was studied and developed. The model is basically based on the Lee-Carter model, which is regarded as the standard method internationally, but was modified by adding new features to suit the characteristics of mortality trends in Japan.

In this paper, first we observe recent trends in Japanese mortality. Next, we review the Lee-Carter model and its application to Japan, and explore aspects to improve the mortality projection model for Japan. Then we discuss the new model, the age-shifting model, and compare with the Lee-Carter model.

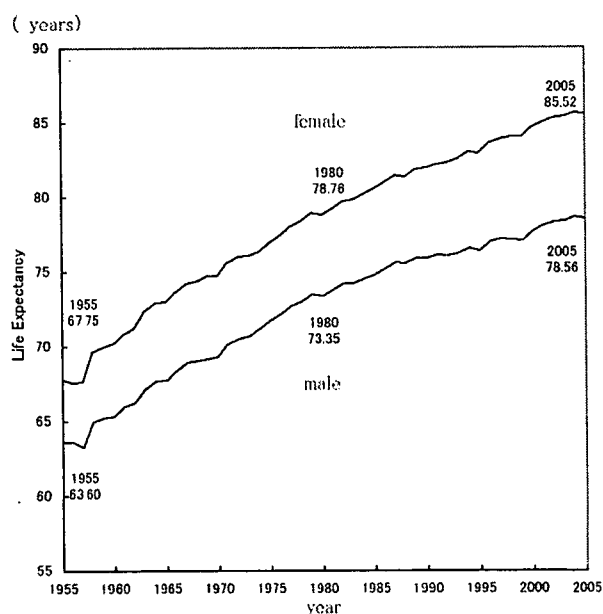
* National Institute of Population and Social Security Research (University of California, Berkeley)

1 Recent Trends in Japanese Mortality

In this section, we observe recent trends in Japanese mortality.

Figure 1 shows the Japanese life expectancy from 1955 to 2005. The life expectancy values in 1955 are 63.60 for male and 67.75 for female, and 78.56 for male 85.52 for female in 2005. During this period, they are prolonged 14.96 for male and 17.77 for female. Figure 1 shows that the prolonging rate has been tapering recently. However, increases since 1980 are 5.21 for male and 6.76 for female which shows life expectancy has still been increasing in recent years. It is characteristic for the Japanese mortality situation that life expectancy is increasing steadily, maintaining top levels in the world.

Figure 1 Life Expectancy for Japan from 1955 to 2005

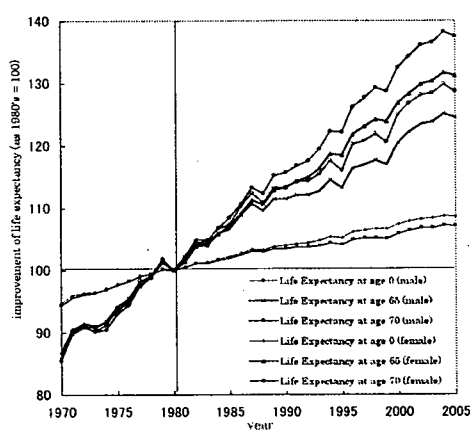


Source: MHLW (Ministry of Health, Labour and Welfare), "Life Tables"

It is also an important feature in the recent Japanese mortality trend that the improvements in older age had a larger impact on the prolonging in life expectancy in both sexes. Figure 2 shows the indices of life expectancy at age 0, 65 and 70 compared with the 1980's. We can observe that the increase in life expectancy at age 65 and 70 are much greater than those at age 0. This shows that improvements are remarkable in older age.

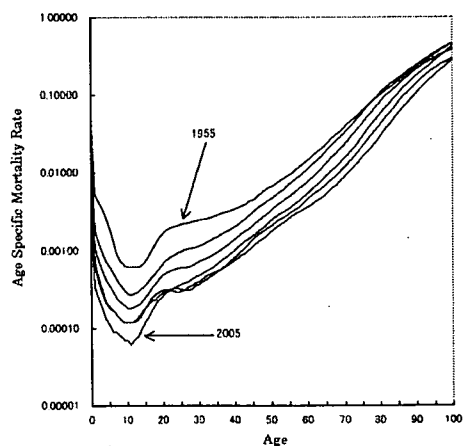
Moreover, we can also observe these facts from the change in the shape of the mortality curves. Figure 3 shows that Japanese mortality improved first in the young age bracket, and then recently in the old age bracket. In addition, we can also recognize these changes as the shifting of curves in the direction of older people, that is, delays in the timing of death. Therefore, the feature where the improvement in the older age bracket is remarkable is related to the age-shifting of mortality curve, which illustrates an important point in construction of mortality projection models for Japan.

Figure 2 Improvement of Life Expectancy at Age 0, 65 and 70 (as 1980's = 100), from 1970 to 2005



Source: MHLW(Ministry of Health, Labor and Welfare), "Life Tables"

Figure 3 Age Specific Mortality Rate for Japanese female, from 1955 to 2005



Source: MHLW(Ministry of Health, Labor and Welfare), "Life Tables"

2 The Lee-Carter Model and its Application to Japan

There are various models for mortality projection. Among them, the Lee-Carter model(Lee and Carter 1992) is now regarded as the standard method internationally. Tuljapurkar et al. (2000) applied this model to the mortality in G7 countries and demonstrated its effectiveness.

We first review this model here. Let $\ln(m_{x,t})$ be the natural logarithm of central death rates. Then, the Lee-Carter model is expressed as follows.

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + k_t b_x + \epsilon_{x,t}$$

where a_x is the average mortality age pattern and $\epsilon_{x,t}$ represents error terms. To estimate the parameters b_x, k_t , applying singular value decomposition(SVD) to the matrix $\ln(m_{x,t}) - a_x$

$$\ln(m_{x,t}) - a_x = \sum_i u_{xi} q_i v_{ti} \quad (q_1 \geq q_2 \geq \dots)$$

Then we observe the term relating q_1 (the first singular value), and set

$$k_t = q_1 v_{t1}$$

$$b_x = u_{x1}$$

The future values of k_t are projected using time series analysis, and then the future mortality rates are projected using the projected k_t values.

There are also many studies that applied the Lee-Carter model to Japanese mortality. Wilmoth (1996) applied this model to Japanese total mortality(Method I), and compared the projection by forcing its future trend to match the projected Swedish trend (Method II) and the projections by cause-specific mortality (Methods III and IV).

Komatsu (2002) studied and developed the projection model applying the Lee-Carter method for the previous Japanese official population projection in 2002 (NIPSSR 2002), which will be described later (we call this "the Komatsu model" in this paper). Moreover, Ogawa et al. (2002), Nanjo and Yoshinaga (2003), Kogure and Hasegawa (2005), Ozeki (2005), Oikawa (2006) also studied the application of the Lee-Carter model to Japanese mortality.

The Komatsu model, which was used in the previous projection in 2002, applied a Lee-Carter model that is slightly modified to suit Japanese mortality projection. The main differences are: (1) a_x is the average of the most recent two years in the Komatsu model, which is the average of the whole term in the original Lee-Carter model, (2) k_t is projected by non-linear curve fitting in the Komatsu model^{*1}, not by time series analysis as in the original Lee-Carter model.

However, from the observation comparing the projected mortality rates in the previous projection to the actual ones, the projected mortality rates for older ages have turned out to be higher than actual ones.

In Lee and Miller (2001), the performance of the Lee-Carter model in mortality projections was evaluated using the data in the U.S., Canada, Sweden, France and Japan. The study showed that the projected life expectancy using the Lee-Carter model tends to be lower, especially if the projected period is getting longer. It also pointed out that this tendency would be related to

*1 The fitted function is the average of the exponential and the logarithm function, which is supposed to fit well with the recent trend in Japanese mortality.

the changing age pattern of decline in some way. Relating to this point, we have seen in the previous section that we can recognize the recent changes in the Japanese mortality age pattern as a shifting of curves in the direction of older people. Therefore, seeking a model that could express an age-shifting structure would improve the mortality projection.

As such a mortality model that has an age-shifting structure, Bongaarts (2005) proposed "the shifting logistic model," noticing that the slope parameter in the three parameter logistic curve, which is fitted to the mortality data in each country, is almost constant over time.

Ishii (2006) studied the Lee-Carter model with an age-shifting structure, and discussed that the model has an advantage in fitting with Japanese old-age mortality. In this study, we moved further and developed a new mortality projection model with an age-shifting structure used in the 2006 official projection, which is a Lee-Carter model applied with the shift amount in the shifting logistic model.

3 Mortality Projection Model with Age-shifting Structure

In this section, we describe the mortality projection model with age-shifting structure (we call this "the age-shifting model" in this paper). The age-shifting model is constructed as follows.

Figure 4 Estimated S_t and β_t , from 1970 to 2005

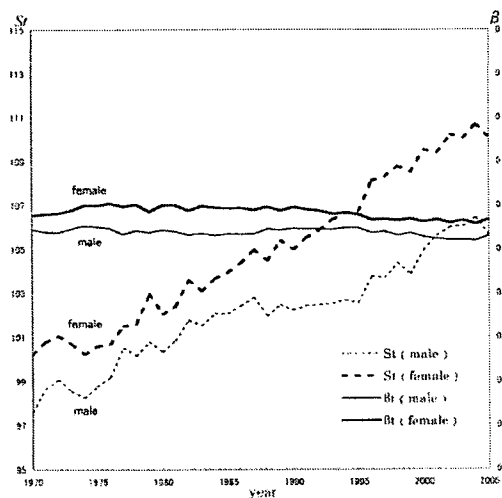
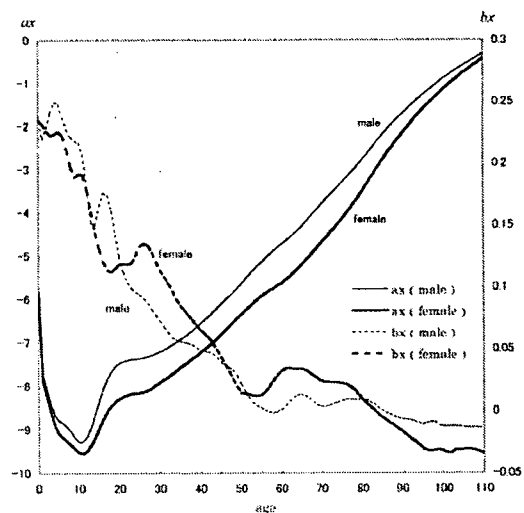


Figure 5 Estimated a_x and b_x



First, we fit the three parameter logistic curve

$$\mu_{x,t} = \frac{\alpha_t \exp(\beta_t x)}{1 + \alpha_t \exp(\beta_t x)} + \gamma_t$$

to the actual Japanese life tables^{*2}. Then we obtain a parameter $S_t = -\frac{\ln(\alpha_t)}{\beta_t}$, which is used to express the shift amount in the shifting logistic model (Bongaarts 2005), and another parameter β_t , which express the slope of the curve (Figure 4) .

We now consider the linear transformation setting the intercept (amount of age-shifting) as the difference $S_{t_0} - S_t$, where $t = t_0 (= 2005)$ is the base point year, and the slope as the ratio of β_t to the base point. We apply this transformation to the central death rate $m_{x,t}$ to basically obtain the age-shifted mortality set. However, in detail we didn't apply this transformation to the age bracket less than age $x = 25 (= B_1)$ at the base point year or completely apply more than $x = 50 (= B_2)$. We used linear interpolation for the other age bracket.

The transformation is precisely accomplished by the following formula. Let x be the original age and y be the transformed one, and define the relation $x = f(y)$ as follows.

$$f(y) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} y & (y \leq B_1) \\ \left\{ \frac{\beta_{t_0}}{\beta_t} (B_2 - S_{t_0}) + S_t - B_1 \right\} \frac{y - B_1}{B_2 - B_1} + B_1 & (B_1 \leq y \leq B_2) \\ \frac{\beta_{t_0}}{\beta_t} (y - S_{t_0}) + S_t & (B_2 \leq y \leq S_{t_0}) \\ y - S_{t_0} + S_t & (S_{t_0} \leq y) \end{cases}$$

Then set

$$\hat{m}_{y,t} \stackrel{\text{def}}{=} m_{f(y),t}$$

and apply the Lee-Carter method to the natural logarithm of $\hat{m}_{y,t}$, which represents the age-shifted mortality rates. We used a_x in the Lee-Carter method as the average in the most recent five years and estimated the parameters b_x and k_t applying the SVD to the matrix $\ln(\hat{m}_{y,t}) - a_x$ (Figure 5) .

Projecting the parameter k_t , we applied nonlinear curve fitting (Figure 6), using the same function as the Komatsu model. We projected the parameter S_t using linear regression with k_t and fixed the parameter β_t with the averages in recent figures (Figure 7).

^{*2} We recalculated the actual Japanese life tables from population census, population estimates (Bureau of Statistics) and vital statistics (MHLW). However, the life expectancies by the recalculated tables are almost the same values as the official life tables for Japan (MHLW)