

最適配水管網システムに関する基礎的研究

— 最適配水管網構築モデルの提案 —

東京都立大学大学院

教授 小泉 明

1. はじめに

本研究では、水資源の有効利用に資する水道システムの構築を目的とし、このための重要な課題の一つである最適配水管網システムについて基礎的研究を行なっている。これまでに、平成 14 年度においては第一段階として、管網解析ソフト (EPANET) の内容を中心にモデル演算等を行なうと共に、関連する文献についても調査した。また、平成 15 年度は第二段階として、ケーススタディ地域におけるシミュレーションならびに配水管網システムの代替案の比較検討を行い、配水管網システムを評価するための管内流速に着目した評価指標を提案した。今年度は第三段階として、水道サービスの高水準化を図る管網更新計画を作成するために、既存の配水管網システムを改良し、再構築する方法として「遺伝的アルゴリズムを用いた最適配水管網構築モデル」を提案する。

本稿では、最適配水管網を見出す一つの視点として、その経済性に着目した。すなわち、将来発生する施設更新の費用を如何にして低く抑えるかという問題である。今後、我が国の人口は 2006 年をピークに減少することが予測されている。それに伴い水道の需要量は減少し、同時に料金収入の減少をもたらすものと考えられる。一方で、1970 年代に急速に普及し、建設された水道施設は今世紀に入り相次いで更新時期を迎えようとしている¹⁾。そこで、限りある資金を有効に活用するため、より経済的な管網を再構築して行く必要がある。将来想定されている需要水量の減少を考慮し、配水管網を構成する各管路に対して効率的なダウンサイジングを行なうことで、経済的な管網を構築することを考える。ここでは、配水管網の経済性を、更新により再構築される管網の再構築費用で評価する。つまり、将来の水需要を満たすために必要な配水施設としての管網システムを、如何に低コストで再構築するかという課題について検討する。

管網更新時における再構築計画の経済性の追求は、同時に配水施設としての効率性を高めることにつながる。経済性を追求すると布設管路の管容量を小さくしようとするため、できるだけ細い管径を選択する。このとき、各管路の流速は大きくなり、結果として地域全体での平均滞留時間が短くなる。これにより、「新鮮な水」を効率的に配水することが可能になるため、配水施設としての効率性が向上する。

一方、以上で述べた目的のもとで各管路の管径を小さくすると、管内流速は大きくなり、摩擦損失が大きくなるに伴って、各節点における有効水圧の低下による給水障害が発生す

る恐れがある。そこで、最適化アルゴリズムの中に管網解析ルーチンを内在化させることで、各管路の管内流速や各節点での有効水圧を計算し、これらに関して制約条件を設け、管網が配水施設として十分に機能していることを保証する必要がある。このため、遺伝的アルゴリズム²⁾に管網解析を内在化した「最適配水管網構築モデル」を作成し、流速や有効水圧に関する制約条件を満たした上で、できるだけ経済的で効率的な配水管網を構築³⁾することが可能な新たな方法を提案する。

本年度の報告内容は以下の通りである。2.では、経済的で効率的な配水管網を構築するための方法を最適化問題として定式化する。3.では、本研究で採用した最適化手法である遺伝的アルゴリズムについて説明するとともに、2.で定式化した最適化問題に対して、どのように遺伝的アルゴリズムを適用したかを述べる。4.では、提案した最適配水管網構築モデルを田型配水管網に適用し、その有用性および汎用性を示す。そして、5.では、ケーススタディとして具体的な地域を選定し、提案したモデルによる管網改良代替案の作成を行なう。

2. 最適配水管網構築モデルの定式化

本稿で提案する最適配水管網構築モデルは、長期的な管網更新の必要性を考慮し、将来的には全ての管路が更新対象となることを前提としている。つまり、老朽化にしたがって、現状の管網を順次更新して行くことを基本とし、各管路に対して更新計画時に管径の変更を行なうことで管網の改良を試みるものである。本モデルは、任意の配水管網を対象とし、配水管網施設の再整備費用を如何にして低く抑えるかを目的とした問題の定式化を行なう。定式化の枠組みとして、問題の規模に関する表現についてまとめる。本モデルは任意の配水管網に対して適用が可能である。ここでは、配水管網を節点および配水池（ノード：node）と管路（リンク：link）で構成されるネットワークであると捉え、以下の説明では、対象とする配水管網の節点数を m とし、管路数を n として記述する。

(1) 決定変数

本モデルで操作する決定変数は、対象とする配水管網を構成する各管路の管径 x_i [m] ($i = 1, \dots, n$) である。水道管路の管径は規格により定められているため、本モデルの決定変数は連続な値をとることはできない。したがって、管路ごとに有限な候補の中から管径を選択する形となる。つまり、本モデルは、離散的な変数の組合せ最適化問題として定式化される。管径候補は、現状の管径を基本とし、各管路で現状よりも小さい管径を選択対象の候補とする。これは、人口の減少等により、今後の水需要量が減少すると考えられるためである。また、本モデルで適用した遺伝的アルゴリズムの性質上、各管路で管径の候補は 2 の累乗とする必要がある。

(2) 目的関数

本モデルでは、全管路の更新を前提としているため、更新後に現状と同じ管径が選択された場合にも、更新費用が生じることになる。その上で、更新後の管網の建設費用を最小化することを目的とする。

1) 個別管路の建設費用の算出

各管路の建設費用は管径に応じた管路布設単価と管路長の積により求められる。管路布設単価 C [千円/m] は表 1 に示す Y 市の実績データを参考に回帰式を作成した。表 2-1 で断面積 A [m²] は各管径に対応し、(1)式が成り立つ。

$$A = \frac{\pi}{4} x^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

また、断面積と布設単価の関係を図 2-1 に示す。図 2-1 から分かるように、布設単価は断面積に対し

表 2-1 管路布設単価実績

管径 D [mm]	断面積 A ($\times 10^{-3}$ [m ²])	布設単価 C [千円/m]
75	4.42	77
100	7.85	85
150	17.66	91
200	31.40	103
250	49.06	113
300	70.65	127
350	96.16	137
400	125.60	169
450	158.96	185
500	196.25	203

て線形的な関係が読み取れる。そこで、布設単価を断面積の関数として、(2)式のような回帰式を作成した。このとき布設単価のデータと得られた回帰式の相関係数は 0.996 と高い相関を示した。

$$C = \alpha A + \beta, \quad \alpha = 653.68, \quad \beta = 79.45 \quad \dots\dots\dots (2)$$

以上の(1)式および(2)式より、管径に対する管路布設単価関数を(3)式のように定義する。

$$C(x) = \alpha \cdot \frac{\pi}{4} \cdot x^2 + \beta \quad \dots\dots\dots (3)$$

さらに、各管路の個別建設費用は、(3)式の管路布設単価関数と管路長 L_i [m]の積で表されるため、(4)式のように表すことができる。

$$C(x_i) \cdot L_i = \left(\alpha \cdot \frac{\pi}{4} \cdot x_i^2 + \beta \right) \cdot L_i \quad \dots\dots\dots (4)$$

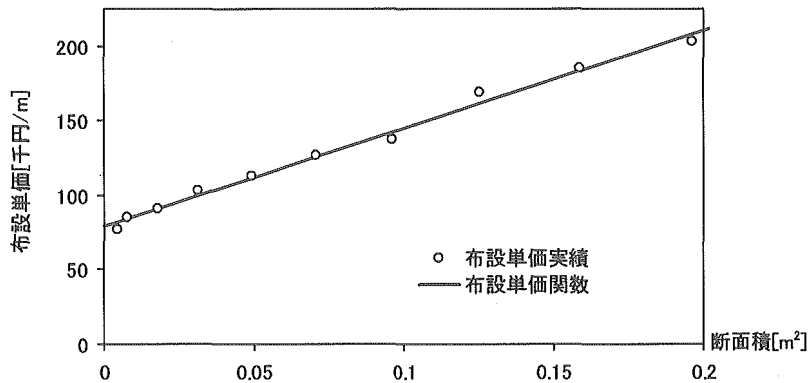


図 2-1 管路布設単価関数

2) 管網システムの建設費用の算出

目的関数である配水管網の建設費用 TC [千円]は、個別管路の建設費用の合計で表されるため、(5)式のように定式化される。

$$TC = \sum_{i \in \text{pipes}} C(x_i) \cdot L_i \quad \dots\dots\dots (5)$$

(5)式に(4)式を代入し、決定変数（各管路の管径）に対する目的関数（管網システムの建設費用）として(6)式を得る。ここで、管路長 L_i は対象とする管網において一定であるため、変数ベクトル x_i ($i = 1, \dots, n$)に対して、目的関数が非線形な関数として定式化される。また、(6)式において、各決定変数の係数はいずれも正であるため、目的関数の最小化のためには、決定変数を小さくする方向に向かう。言い換えると、できるだけ各管路の管径を小さくする方向で最適化が進む。

$$TC = \sum_{i \in \text{pipes}} \left(\alpha \frac{\pi}{4} x_i^2 + \beta \right) \cdot L_i = \alpha \frac{\pi}{4} \sum_{i \in \text{pipes}} L_i x_i^2 + \beta \sum_{i \in \text{pipes}} L_i \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\alpha = 653.68, \beta = 79.45$

ここでは、配水施設の効率性として各節点における滞留時間を考える。滞留時間が短い

ほど、「新鮮な水」を効率的に配水できる管網であると言える。各節点における滞留時間は、配水池からその節点に至る各管路の流下時間の累積と考えることができる。各管路の流下時間は、管路長を管内流速で割ることにより求められ、流速が大きいほど流下時間が短くなる。また、管径が小さいほど、流速が早くなるため、結果的に滞留時間が短くなる。つまり、管径を小さくする方向に最適化が行われる本モデルの目的関数は、同時に滞留時間の最小化という目的も含んでいる。

(3) 制約条件

本モデルでは、配水管網の形状を検討の対象としているため、最適解として得られた管網形状が、配水施設としての条件を満たしている必要がある。これを保証するためには、最適解またはその候補となる管網形状に対して管網解析を行い、各管路および各節点の水利的な状況を把握する必要がある。ここでは、配水管網が満たすべき条件として、各管路の管内流速および各節点の有効水頭の 2 点を挙げる。

1) 各管路の管内流速

管内流速が著しく上昇すると、摩擦損失水頭が増大し、また、キャピテーションの発生を招く恐れがある。キャピテーションの発生は、騒音や振動を発生させるなど問題があるため、配水施設として、このような状況は避けなければならない。そこで、管内流速に関する制約条件として(7)式のように、各管路に対する最大流速を規定する。

$$V_i \leq 3.0, i = 1, \dots, n \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 V_i : 管路 i の流速[m/s]

2) 各節点の有効水頭

配水地域全域の各節点において、有効水頭が 15m 以上確保されていることが必要である。

$$H_j \geq 15, j = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 H_j : 節点 j の有効水頭[m]

(4) 最適化問題としての定式化

以上の各項を踏まえ、本章で扱う最適配水管網構築モデルを以下の(9)式のように定式化する。この問題の規模としては、決定変数の数が管路数と同じ n 個、目的関数の数が 1 本、制約条件の数が $n + m$ 本となる。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{minimize} & TC \\ \text{subject to} & V_i \leq 3.0 \quad i = 1, \dots, n \\ & H_j \geq 15 \quad j = 1, \dots, m \end{array} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

3. 最適配水管網構築モデルへの GA の適用

最適配水管網構築モデルは、2.において定式化した最適化問題に遺伝的アルゴリズム (Genetic algorithms; GA) ⁴⁾⁵⁾を適用し、その最適解を導き出すモデルである。

(1) では、モデルの基本となる GA について、その原理および概要を説明する。(2) では、GA の各プロセスにおける設定を中心に、GA をどのように取り入れたのかをまとめ、モデル内部の基本設定について説明する。

(1) 遺伝的アルゴリズム

1) GA の原理

GA をはじめとする進化型計算 (Evolutionary Computation) は、生物の遺伝と進化の過程にヒントを得て発明された計算手法である。

そこで、まず、進化型計算のもととなる進化の概念について触れる。自然界の種 (個体) は、厳しい生存競争の中で、少しでも優れている個体が長く生き残り、後世に多くの子孫を残す可能性が高いと考える。逆に、劣っている個体は少ない子孫しか残すことができない可能性が高い。すなわち、それぞれの個体が適者生存に基づく厳しい自然選択にさらされており、自然の摂理が各個体の優劣の選択を行っていると言える。このような生存競争の中で、各個体は何らかの要因で変異し、偶然に他より優れた個体が現れた場合には、その個体は多くの子孫を残し、今まで優勢だった個体群に取って代わる可能性がある。このような個体の変異と自然選択、そして親の特徴を子が受け継ぐという遺伝に基づいて進化が起こるとしたのがダーウィン進化論である。

進化型計算では、基本的にこのダーウィンの進化論に基礎を置いている。すなわち、生物の進化はこのような「遺伝」「突然変異」「自然選択」に基づくメカニズムであるとし、進化型計算はこれを計算機上で模し、最適化等の応用数学に適用したものである。ここで扱う遺伝的アルゴリズムは、この進化型計算の中の一つで、問題の解を記号列として表現した個体を用い、進化のメカニズムを比較的忠実に模擬して、離散的な探索空間での適応や最適化を扱う手法である。

GA では複数の候補解を個体として扱い、世代とともに集合全体を更新させる。その結果、多峰性のある最適化問題に対しても、大域的に分布した複数の探索点で構成することにより局所解への収束を避けることが可能となり、世代を十分経た後では個体集合に最適解を含むようにできると考えられている。また、個体間で遺伝情報を交換する、交叉演算を用いて新しい探索点を生成するという特徴を有しており、同一世代の解候補間の相互作用によって、双方の良い部分が抽出され、さらに良い新しい解を生成することが期待される。

2) GA の概要

①GA の流れ

1) でも述べたように、GA では、解候補である個体が複数存在する人工的な自然界を計算機上に作り出し、その個体集合を更新することで、最適解を導き出そうとするものである。具体的に、進化が適用される個体集合 (population) の大きさ (個体数) を M とするとき、GA の手順は以下のように示される。

Step1 初期化： M 個の個体をランダムに生成する。

Step2 適応度の評価： M 個の個体すべてについて適応度を計算する。

Step3 終了判定：決められた世代数に達していれば終了。

Step4 遺伝的操作：適応度に基づいて次世代を生成する。

Step4-1 選択：次世代へ残すために、適応度に基づいて M 個の個体の中からいくつもの個体を選択する。

Step4-2 交叉：選択された個体をもとに、交叉を行い新たな個体を作る。

Step4-3 突然変異：さらにそれらの個体に対して突然変異を行い、新たな個体を作る。

Step5 世代更新：新しく作られた M 個の個体集合を次世代の個体集合とし Step2 へ戻る。

以上の計算手順を GA の基本フローとして図 3-1 に示す。このようなフローが GA を実装するにあたっての基本となる骨組みというべき部分である。実際に GA を適用するためには、以上のフローの中の各プロセスについて、適用する問題や計算機の性能に応じてアルゴリズムを設計していかなければならない。具体的には、「個体の表現」「適応度の評価」「選択」「交叉」「突然変異」などについて設計する必要がある。

ここでは、本研究で採用した単純遺伝的アルゴリズム (Simple GA; SGA) の枠組みに沿って、各項目について説明する。なお、選択、交叉、突然変異の 3 つを遺伝的操作 (遺伝演算子; genetic operation) と言う。

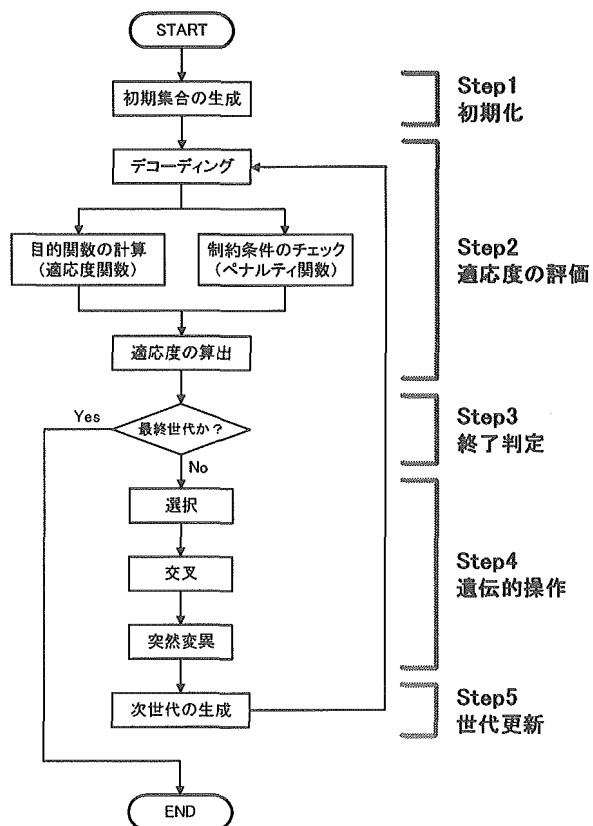


図 3-1 GA の基本フロー

②個体の表現

一般的な最適化手法における決定変数ベクトルを、GA では計算の過程で遺伝子として記号列で表現することがある。このとき、決定変数の値による表現を表現型 (phenotype) といい、遺伝子による表現を遺伝子型 (genotype) と言う。つまり、GA においては、各個体の状態の表現方法として、表現型と遺伝子型の 2 つを持ち、計算の過程で双方を使用し、演算を進めて行く。その際、表現型から遺伝子型に変換することをコーディング (coding) といい、遺伝子型から表現型に変換することをデコーディング (decoding) と言う。

ある個体 k の遺伝子型の表現を(10)式のように書くこととする。

$$A^k = (a_1^k, a_2^k, a_3^k, \dots, a_j^k, \dots, a_N^k) \quad \dots\dots\dots (10)$$

N は、遺伝子型に含まれる遺伝子数であり、遺伝子の次元を規定している。GA の中には、探索に応じて遺伝子数が増えるものもあるが、SGA では一般に N で固定とする。この遺伝子型には 1 番目から N 番目までの遺伝子が存在することになるが、各番号に対応した遺伝子が存在する場所を遺伝子座 (locus) と呼ぶ。各遺伝子座の遺伝子 a_j^k がとる値は、実数値や整数値、または記号列等が考えられるが、SGA では、 $a_j^k \in \{0,1\}$ として、0 または 1 の 2 値によるビットストリング (bit string) 表現を採用する。ここで、現在割り当てられている遺伝子に対するほかの遺伝子を対立遺伝子と呼ぶ。

表現型の決定変数ベクトルを X^k とし、以上の関係を図 3-2 に示す。

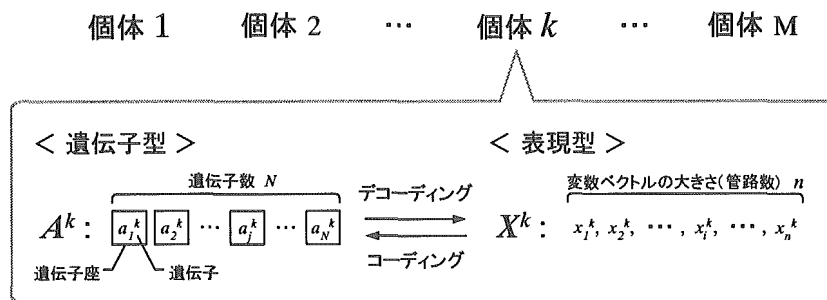


図 3-2 個体の表現 (遺伝子型と表現型)

③適応度の評価

GA では、集合内の各個体は適応度により評価され、この適応度をもとに各遺伝演算子が実行される。適応度による評価には大きく分けて、「デコーディング」と「適応度関数の計算」の 2 つの段階がある。

「デコーディング」は、上記のとおり、遺伝子型から表現型に変換することである。GA の各プロセスのうち、適応度の評価以外のプロセスでは遺伝子型で表現された個体を扱うため、適応度の評価の段階で型の変換が必要となる。この変換のための変換則はそれぞれの問題に対して、個別に設定する必要がある。

「適応度関数の計算」では、表現型に変換された各個体の決定変数ベクトルを用いて、その個体の適応度 (fitness) F^k を(11)式のような写像として表現する。

$$F^k = f(X^k) \quad \dots\dots\dots (11)$$

このとき、適応度が高いほど最適解に近づくように適応度関数 f を設定する。これは、選択の段階において、ルーレット選択を採用するためであり、同様の理由で適応度関数は非負である必要がある。この適応度関数 f は、一般的な最適化手法における目的関数に相当するものである。

<制約条件の取り扱い>

GA では最適化問題における制約条件についても、適応度関数の計算の段階で考慮する。具体的には、制約条件を満たさない個体に対して、ペナルティコストを課し、その個体の適応度を下げる。ペナルティコストは、制約条件を侵した度合に応じたペナルティ関数 p による写像として表現する。ペナルティ関数 p をどのような関数とするかは、問題に応じて設定する必要がある。

$$\bar{F}^k = p(X^k, F^k) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 \bar{F}^k : ペナルティを課された後の適応度

④選択

GA において選択 (selection) とは、適応度に応じて次世代の個体集合の親となる個体を選び出す操作である。選択方法には、ルーレット選択 (roulette selection)、ランク選択、トーナメント選択など様々な方法が提案されているが、本研究では、比較的汎用性が高いルーレット選択を採用する。

ルーレット選択は、各個体の適応度に比例した選択確率を計算し、次世代の個体を選択する方法である。具体的には、 M 個の個体からなる集団内の個体 k (適応度 F^k) が親として選択される確率 P^k を(13)式のように表す。そして、この確率に従った個体選択を M 回繰返し、次世代への親となる M 個の個体を選択する。つまり、適応度が高い個体ほど選択確率が高くなり、結果として次世代に多くの子孫を残すことができる。

$$P^k = F^k / \sum_{j=1}^M F^j \quad \dots\dots\dots (13)$$

実際に適用する場合は、さらに(14)式により累積確率 q^k を求める。

$$q^k = \sum_{j=1}^k P^j \quad \dots\dots\dots (14)$$

そして、0.0 以上 1.0 以下で定義される乱数 r を用いて、(15)式が満足されたとき k 番目の個体を選択することとする。

$$q^{k-1} \leq r < q^k \quad (k = 1, 2, \dots, M, q^0 = 0) \quad \dots\dots\dots (15)$$

以上のルーレット選択の概念図を図 3-3 に示す。

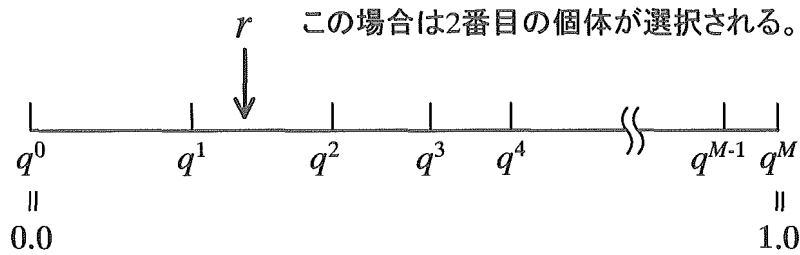


図 3-3 ルーレット選択の概念図

⑤交叉

交叉 (crossover) は、選択された個体から、親個体の特徴を受け継いだ新たな個体を生成する操作である。選択された M 個の親個体により $M/2$ 個の個体のペアができるので、それぞれのペアに対して 2 個の子個体を生成する。このようにしてできたペアに対して、交叉確率 p_c で交叉の操作を実行する。つまり、 $1-p_c$ の確率で交叉の操作は行われず、親個体そのまま子個体として残ることになる。交叉の方法には、一点交叉、多点交叉、一様交叉等の方法があるが、本研究では SGA で用いられる最も一般的な方法である一点交叉を採用した。そこで、以下に一点交叉について説明する。

一点交叉では、遺伝子型の遺伝子座を一つランダムに選択し、その遺伝子座と次の遺伝子座を境目に、二つの個体間で遺伝子を交換する。ここで交換の境目の基準となる遺伝子座を交叉点 (crossover point) と呼ぶ。この一点交叉の概念図を図 3-4 に示す。

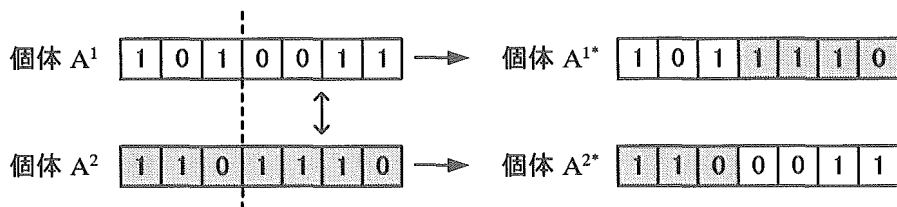


図 3-4 一点交叉の概念図

⑥突然変異

突然変異は対象となる個体の各遺伝子座において、その遺伝子座をある確率で対立遺伝子に置き換える操作である。各遺伝子座で突然変異が起こる確率を突然変異確率 p_m といい、 0.0 以上 1.0 以下の乱数と比較することで、突然変異するか否かを定める。この突然変異の概念図を図 3-5 に示す。



(4番目の遺伝子座において突然変異が起こった場合)

図 3-5 突然変異の概念図

⑦エリート戦略

以上で説明した遺伝的操作はいずれも確率的な操作であるため、結果として一番適応度の高い個体が必ず残るという保証はない。つまり、世代交代のたびに一番よい個体が淘汰

されてしまう危険性がある。そこで、エリート戦略は一番よい個体（または上位数個体）について、交叉・突然変異の対象とせず強制的に集団内に保持し、その個体のまわりを集中的に探索することで効率的に進化を図ろうとするものである。

⑧パラメータの設定

SGA には個体数 M 、世代数（繰り返し回数） T 、交叉率 pc 、突然変異率 pm の 4 つのパラメータが含まれている。これらのパラメータは、適用する問題や使用する遺伝的操作の種類によって好ましい値が異なるため、試行錯誤的に決定せざるを得ないが、通常は以下のような目安で設定される。

- ・ 個体数 M ：使用する計算機の性能により制約を受けるが、交叉による探索が有効に働くには、ある程度の個体数が必要で、通常は数 10 から数 100 の値が用いられる。
- ・ 世代数 T ：世代の更新に伴う適応度の収束状況を見ながら決定する。
- ・ 交叉率 pc ：経験的に 0.5~1.0 といった値がよい結果を与えるとされる。
- ・ 突然変異率 pm ：0.1 以下の比較的小さな値が望ましいとされる。

(2) モデルの基本設定

(1) でも述べたように、GA では個々の問題に対して個別に設定しなければならない点がある。ここでは、本モデルで採用した「個体の表現」、「適応度の評価」、「遺伝的操作」の仕組みについて説明する。

1) 個体の表現

2. で述べたように、本モデルで対象とする決定変数は、各管路の管径である。つまり、1 個体を表現型で表す場合、管路数分の大きさを持つベクトルで表される。そこで、個体 k の表現型の決定変数ベクトルを $X^k = \{x_i^k; i = 1, \dots, n\}$ (n ; 管路数) と表現する。一方、遺伝子型については、 $A^k = \{a_j^k; j = 1, \dots, N\}$ (N ; 遺伝子数) と表現し、各遺伝子は $a_j^k \in \{0, 1\}$ とする。遺伝子数については、各問題で異なるため、問題ごとに設定する。

2) 適応度の評価

適応度の評価については、前節でも述べたようにデコーディングと適応度関数の計算という 2 つのプロセスを含んでいる。さらに適応度関数の計算においては、制約条件についても加味する必要がある。これらの関係を図 3-6 にフロー図としてまとめる。

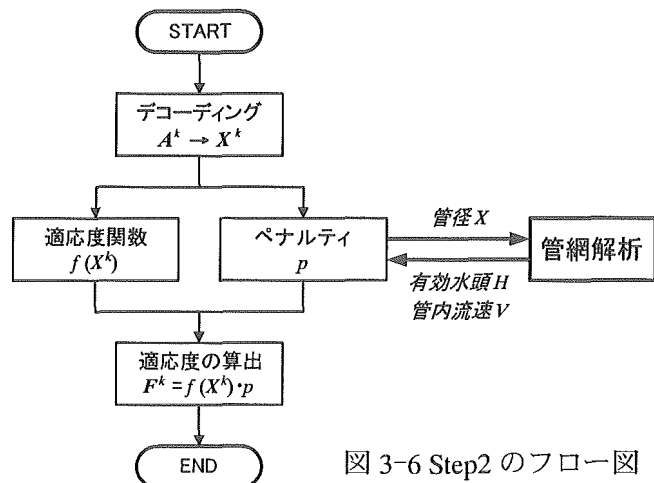


図 3-6 Step2 のフロー図

①デコーディング

遺伝子型で表現された各個体に対して適応度を算出するには、まず、表現型の決定変数ベクトルに変換する必要がある。そのための変換則（コーディングルール）については、対象とする配水管網の大きさや、各管路の管径の選択範囲によるため、4. の例題の中で説明する。

②適応度の計算

デコーディングが行なわれた段階で、各個体は表現型の決定変数ベクトル X^k で表現されている。これをもとに X^k を変数とする適応度関数 $f(X^k)$ を求める。

本モデルの目的関数は、2. で述べたように更新後の管網システムの建設費用である。目的関数 TC^k は、(6)式を個体 k に適用する形で、(16)式のように表される。

$$TC^k = \alpha \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^n L_i (x_i^k)^2 + \beta \sum_{i=1}^n L_i \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 $\alpha = 653.68$, $\beta = 79.45$

(16)式に対して、本モデルではその最小化を目的とする。しかし、前節でも述べたように、SGA では、選択方法として「ルーレット選択」を用いるため、適応度が高いほど優れた個体（解）であるように適応度関数を設定しなければならない。そのため、最小化を目的とした式(16)のままでは適応度関数として組み込むことはできない。そこで、 TC^k の逆数をとることで目的が最大化となるようにする。

$$\text{minimize } TC^k \quad \Leftrightarrow \quad \text{maximize } \frac{1}{TC^k}$$

一方、ルーレット選択では、任意の個体 k が次世代の親として選択される確率は全個体の適応度の総和に対する個体 k の適応度の割合となるため、個体間にある程度の適応度の差がないと優れた個体の選択が効率的に行なわれなない。そこで、(16)式の中の定数項を排除した形で適応度関数の定式化を行なう。具体的には、(16)式の第 2 項が管網における管路の総延長であり、対象管網において一定であるため、 TC^k からこの部分を引いて、適応度関数に変換する。

以上の 2 点を踏まえて、適応度関数 $f(X^k)$ は、(17)式のように定式化する。

$$f(X^k) = \frac{\alpha}{TC^k - \beta \sum_{i=1}^n L_i} = \frac{1}{\frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^n L_i (x_i^k)^2} \quad \dots\dots\dots (17)$$

(17)式では、定数 α を掛けることで、目的関数の係数を消去した。SGA では、個体間の適応度の違いにより最適化が行われるため、適応度関数に対して定数倍しても最適化問題として同様な解を導くことができる。また、この式により、各個体の適応度 $f(X^k)$ は、その決定変数ベクトル $X^k = \{x_i^k; i = 1, \dots, n\}$ に対して、従属に決定することができると言える。

③制約条件の導入

本モデルにおける制約条件は、以下の 2 点である。

$$V_i \leq 3.0, i = 1, \dots, n \quad \dots\dots\dots (7) \text{ (再掲)}$$

$$H_j \geq 15, j = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots (8) \text{ (再掲)}$$

ここで、 V_i : 管路 i の流速[m/s]
 H_j : 節点 j の有効水頭[m]

これらの制約条件を導入するためには、

- ・ V_i および H_j を導出する。
- ・ 制約条件を満たさない個体についてペナルティコストを課す。

という、2つのプロセスを経る必要がある。

まず、1点目の V_i および H_j の計算については、管網解析法の導入が必要となる。本モデルでは、対象とする配水管網（地域）の各節点における需要水量は既知であるとして最適化を行っている。また、更新計画時の管径の変更を対象としているため、各管路の管路長も既知である。つまり、任意の個体（管径）に対して、 V_i および H_j は一意的に決定することができる。しかし、その導出には、収束計算を含む管網解析法が必要となる。そのため、SGA の計算プロセスの中に管網解析ルーチンを内在化させ、各個体について V_i および H_j を求め、制約条件を満たしているかどうかをチェックする。なお、ここで使用した管網解析プログラム⁹⁾による解析結果は、EPANET による解析結果と完全に一致した。

次に、制約条件を満たしていない個体に対するペナルティコストについて説明する。ペナルティコストは、ペナルティ関数 p により表現する。ある個体 k に対して、管網解析を行った結果、制約条件を侵した節点数と管路数の和を w^k とし、ペナルティ関数を(18)式のように定義する。

$$p = 1/10^{w^k} \quad \dots\dots\dots (18)$$

これにより、制約条件を侵した個体は、大きく適応度が下がるため、次世代に保存される確率は著しく低下する。例えば、3本の管路と2つの節点で制約条件を侵した場合には、その個体の適応度は元の適応度の $1/10^5$ となる。逆に、全ての制約条件を満たしている場合には、適応度は変化しない。ここでは、制約条件を1回侵すごとに適応度が $1/10$ となるように定義しているが、ペナルティ関数としては別の定義の仕方も考えられる。例えば、制約条件を1回侵しただけで、適応度が0となるようにし、次世代に残さないという方法も考えられる。しかし、ここでは、制約条件を1ヶ所侵した個体の近傍に制約条件を全て満たし、かつ適応度の高い個体がある可能性を考慮して、(18)式のような弱めのペナルティ関数を定義した。

④適応度の算出

以上の制約条件を考慮した上で、適応度を再度、定義しなおすと、(17)式および(18)式より、適応度 F^k は、適応度関数 $f(X^k)$ とペナルティ p の積として、(19)式により求められる。

$$F^k = f(X^k) \cdot p = \frac{1}{\frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^n L_i (x_i^k)^2} \cdot \frac{1}{10^{w^k}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 F^k : 個体 k の適応度

x_i^k : 個体 k の管路 i の管径[m]

L_i : 管路 i の管路長[m]

w^k : 個体 k において制約条件を侵した管路数と節点数の和

n : 対象管網の管路数

3) 遺伝的操作の設定

遺伝的操作に関する設定としては、基本的に SGA の標準的な設定を採用する。すなわち、選択方法はルーレット選択とし、交叉方法は一点交叉とした。さらに、突然変異の操作を行なう。

また、上位 2 個体に対してエリート戦略を導入し、強制的に次世代に保存させる。そのため、遺伝的操作の対象となる個体数は $M-2$ 個となる。

4. 田型管網の例題

ここでは、田型管網を対象として、本章で提案する最適配水管網構築モデルを適用し、その有用性および汎用性を明らかにする。

(1) 例題管網について

対象とする管網は、9 節点 1 配水池 13 管路の田型管網である。管網の緒元を図 4-1 に示す。この管網全体の需要水量は 65.5[L/s] である。また、このときの管網解析結果を図 4-2 に示す。図 4-2 より、対象とする管網は、現状においては、制約条件を十分に満たしており、管内流速、有効水頭ともに余裕があることが分かる。なお、管路 1 については、管網と配水池をつなぐ管路であるため、検討の対象外とする。

対象管網について現状管径のまま全管路の更新を行った場合の建設費用 TC は 545,912[千円]である。以下の検討において、この値が各ケースの最適解の建設費用を評価する基準となる。

図 4-1 に示した値以外の管網データは、以下のように設定した。

- ・ 各管路の流速係数 すべて 110
- ・ 各節点の地盤高 すべて 0[m]
- ・ 配水池の水位 50[m]

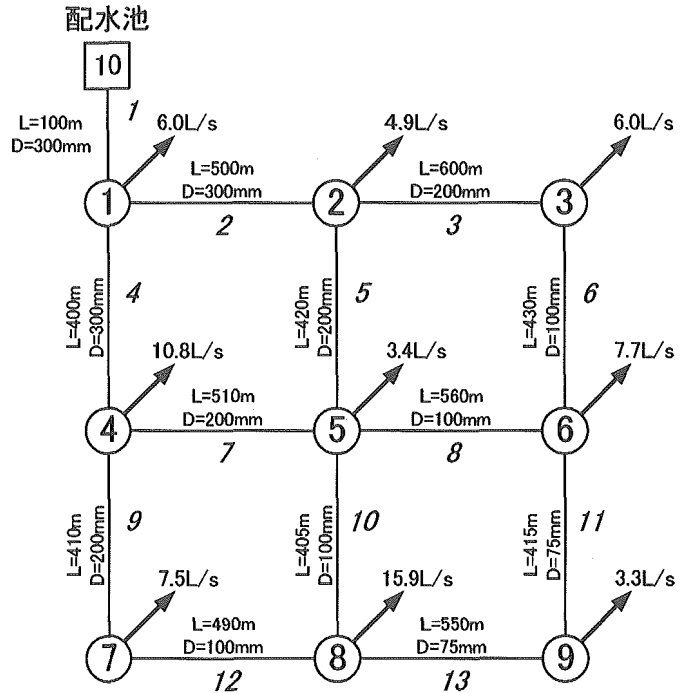


図 4-1 対象管網の管網図

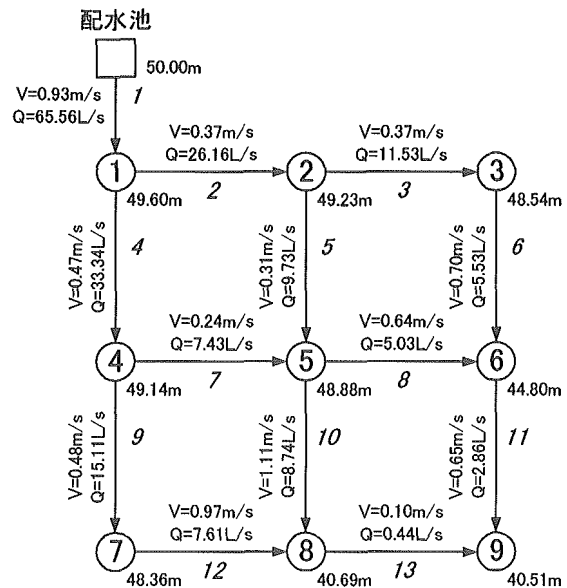


図 4-2 対象管網の管網解析結果

(2) 検討ケース

本節では、提案したモデルの有用性および汎用性の検討を目的としているため、以下の 5 つのケースについて、提案モデルを適用し、結果の検討を行った。CASE1~CASE3 は、(1) で示した配水管網を対象に、管径選択の候補を変える。CASE4 および CASE5 は、問題の条件を変えたケースである。

- ・ CASE1：各管路に対して 2 つの管径候補を与える場合
- ・ CASE2：各管路で管径候補の数が異なる場合
- ・ CASE3：各管路に対して 8 つの管径候補を与える場合
- ・ CASE4：各節点での有効水頭の制約条件を 30m 以上とした場合
- ・ CASE5：各節点での需要水量を 1.5 倍とした場合

(3) CASE1：各管路 2 候補の場合

CASE1 では、各管路に対して「管径を現状のまま更新するか、更新の際に 1 ランク小さい管径に下げるか」という 2 つの選択肢を与える。その上で、本章で提案する最適配水管網構築モデルを適用し、経済的に最適な管径の組合せを探索する。

1) 全管路で管径を小さくした場合の管網解析結果

CASE1 では、すべての管路に対して、現状維持か 1 ランク下げという選択肢を与えているため、全管路で管径を 1 ランク下げることが可能となる。本モデルの目的関数である管網建設費用 TC は、できるだけ管径を小さくする方向で作用するため、管内流速や有効水頭に関する制約条件を考慮しなければ、全管路で管径を 1 ランク下げた管網を最適解として導き出すと考えられる。そこで、この代替案の管網図および、その管網解析結果を図 4-3 に示す。図 4-3 より、全管路で管径を 1 ランク下げた場合には、節点 8 と節点 9 において

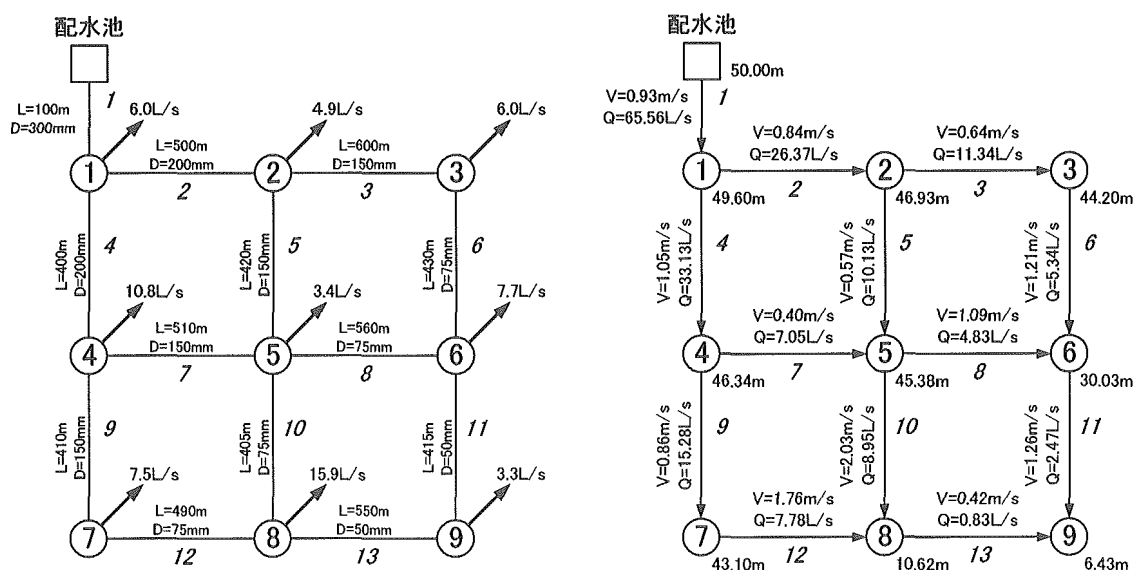


図 4-3 全管路で 1 ランク下げた代替案の管網図 (左) および管網解析結果 (右)

有効水頭が 15m を下回っており、この代替案では有効水頭 15m 以上という制約条件を満たせないことが分かる。つまり、現状管網更新とすべて 1 ランク下げる代替案の間に、制約条件をすべて満たした上で、建設費用が最小となる管網が存在することになる。

2) コーディングルール

表 4-1 CASE1 のコーディングルール

CASE1 では、各個体において 1 つの決定変数 (1 本の管路の管径) に対して、1 つの遺伝子を割り当てる。つまり、このケースでは、検討対象の管路数が 12 本であるため、1 個体の遺伝子数は 12 となる。各遺伝子での変換則は、対応する管路の現状の管径に応じて、表 4-1 に示す

現状管径	0	1
300mm	300mm	200mm
200mm	200mm	150mm
100mm	100mm	75mm
75mm	75mm	50mm

コーディングルールに従って行なうものとする。基本的に、ある遺伝子が 0 の場合、それに対応する管径 (決定変数) は現状のままとし、1 の場合は 1 ランク下げとした。図 4-4 に CASE1 のデコーディングの概念図を示す。例として、現状の管径が 300mm の管路 2 では、これに対応する遺伝子が 0 の場合は 300mm、1 の場合は 200mm となる。

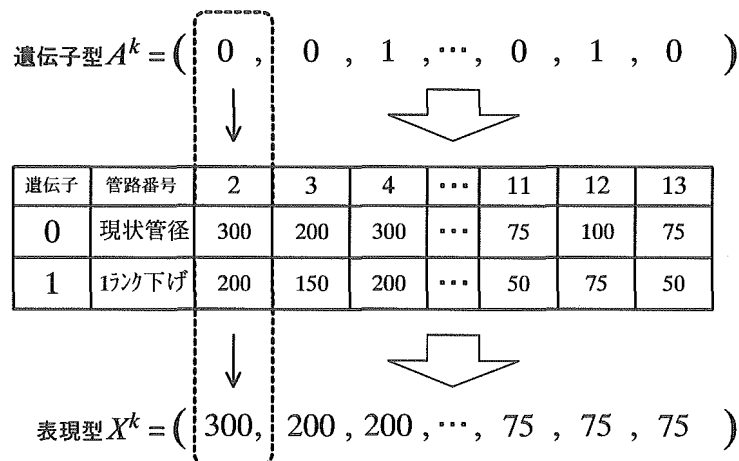


図 4-4 CASE1 のデコーディング

3) GA パラメータの設定

CASE1 での GA パラメータについては、以下のように設定した。

- ・ 個体数 M : 100
- ・ 世代数 T : 100
- ・ 交叉率 pc : 0.8
- ・ 突然変異率 pm : 0.07

また、1 個体の遺伝子数が 12 であるため、CASE1 の解空間の大きさ (解の組合せの数) は、4096 ($= 2^{12}$) 通りである。

4) 解析結果

以上のパラメータ設定で CASE1 に提案モデルを適用した結果、最適解として表 4-2 に示す個体が得られた。表 4-2 から分かるように、管路 11 を除くすべての管路で現状よりも 1 ランク管径を小さくすることが可能であることが分かった。また、このときの管網解析結果を図 4-5 に示す。図 4-5 から、管内流速、有効水頭ともに制約条件を満たしていることが確認できる。また、管路 13 については、流向が現状管網と逆転している。このときの建設費用 TC は 500,286[千円]となり、現状管径のまま更新する場合より、45,626[千円]の費用の削減が見込める結果となった。

さらに、各世代の最大適応度および平均適応度の推移を図 4-6 に示す。このケースでは、18 世代目で最適解 ($F^k = 0.013557$) に達した。

表 4-2 CASE1：最適解の個体

管路番号	現状管径[mm]	CASE1結果	遺伝子
1	300	連絡管のため検討外	
2	300	200	1
3	200	150	1
4	300	200	1
5	200	150	1
6	100	75	1
7	200	150	1
8	100	75	1
9	200	150	1
10	100	75	1
11	75	75	0
12	100	75	1
13	75	50	1

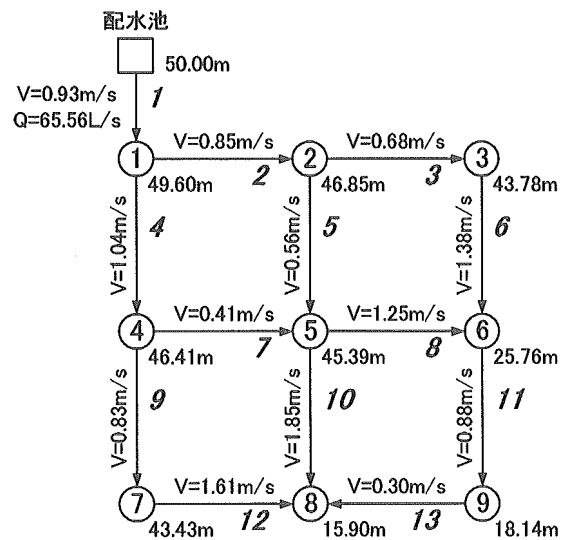


図 4-5 CASE1：最適解の管網解析結果

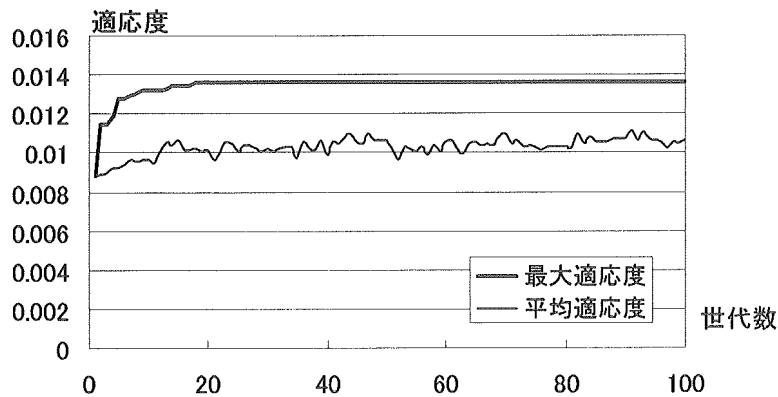


図 4-6 CASE1：適応度の推移

5) 最適性の検討

遺伝的アルゴリズムは、組合せ最適化問題に対する発見的探索手法であり、線形計画法や整数計画法等の厳密解法と違い、一般に、得られた解が必ず最適解であるという保証はない。そのため、何らかの方法で、解の最適性を確認する必要がある。

本章で提案するモデルについても、最適化手法としての骨格は GA であるため、その最適性の検討が必要である。そこで、以下の 2 段階の検討を行い、本モデルが制約条件のもとで最適解を導き出していることを確認する。

①全解候補の適応度

②乱数元による感度分析

①全解候補の適応度

4) で述べたように、CASE1 では解候補数が 4096 である。ここでは、4096 個すべての解候補について適応度を計算した。その結果を図 4-7 に示す。図 4-7 は、すべての解候補の適応度を適応度の低い順に左から並べ替えたものである。この中で、最も適応度の高かった個体は、提案したモデルが導き出した解と完全に一致した。これにより、提案したモデルは最適解を得られるものであることが確認できた。

また、図 4-7 から、適応度に 3 つのグループがあることが分かる。これは、ペナルティ関数によるものと考えられる。左側から 436 番目までの解は 2 ヶ所で、437 番目から 496 番目までの解は 1 ヶ所で、それぞれ制約条件を侵しているものと考えられる。つまり、4096 の個体（管径の組合せ）の中で、3600 の個体が制約条件を満たし、本モデルによる解は、その中で、最も適応度が高い個体であった。

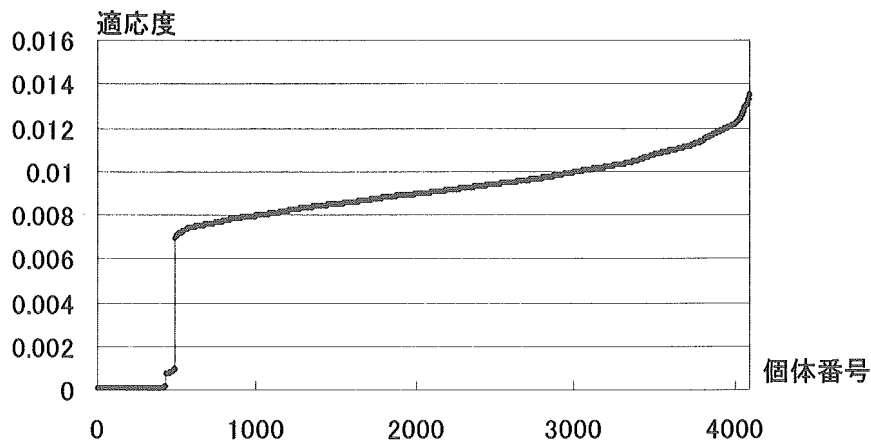


図 4-7 CASE1：全解候補の適応度

②乱数元による感度分析

GA では、「初期世代の生成」と「遺伝的操作」において乱数を使用している。それぞれの操作で、どのような乱数を与えるかが、解に影響を与える可能性がある。そこで、本モデルで使用する乱数を変えたときに、安定して最適解を得られることを確認する。ここで

使用している Fortran90 言語では、任意の整数（乱数元）を用いて乱数配列を生成する。つまり、この乱数元を変えることで、プログラム上で使用するすべての乱数を変更できる。ここでは、乱数元を 10,20,30,40,50 とした場合について、同様に本モデルの計算を行った。その結果について、各ケースで最適解に到達するまでの世代数を表 4-3 に示すとともに、図 4-8 に 25 世代目までの最大適応度の推移を示す。最適解に達するまでの世代数にはバラツキがあるもののいずれのケースでも最適解に到達している。

表 4-3 最適解に到達した世代

乱数元	世代数
10	18
20	18
30	24
40	14
50	4

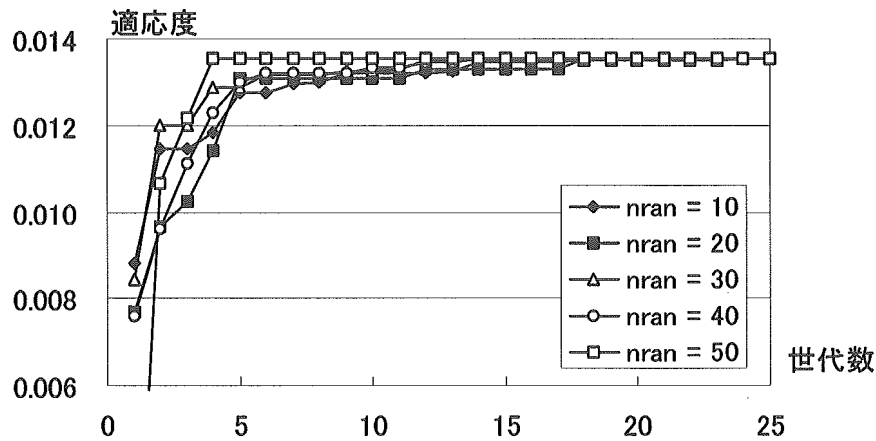


図 4-8 CASE1：乱数元による最大適応度の推移の違い

(4) CASE2：各管路で管径候補の数が異なる場合

1) コーディングルール

CASE2 では、現状の管径が 200mm または 300mm の管路に対しては、4 段階の管径候補を与え、より幅広く検討できるようにした。そのため、4 段階の管径候補を与える管路に対しては、2 ビットの遺伝子を割り当てる。現状で 100mm、75mm の管路については、CASE1 と同様に 1 管路に対して 1 つの遺伝子を割り当てる。各遺伝子の遺伝子型と表現型の対応を表 4-4 に示す。CASE2 では、現状 300mm の管路が 2 本、200mm の管路が 4 本、100mm の管路が 4 本、75mm の管路が 2 本で構成されているため、1 個体の遺伝子数 N は 18 (= 2×2 + 2×4 + 1×4 + 1×2) となる。

表 4-4 CASE2：コーディングルール

現状管径	00	01	10	11
300mm	300mm	200mm	150mm	100mm
200mm	200mm	150mm	100mm	75mm

現状管径	0	1
100mm	100mm	75mm
75mm	75mm	50mm