

図 17: 実験 3 における証券 A と証券 B の価格の関係 (試行 1): 2 つの証券の価格が $5P_A + 2P_B = 70$ を満たしていれば, 市場に裁定の機会がなかったと言える. 試行 1 では上記の関係を満たしている取引は少なく, 裁定の機会が多かったと言える.

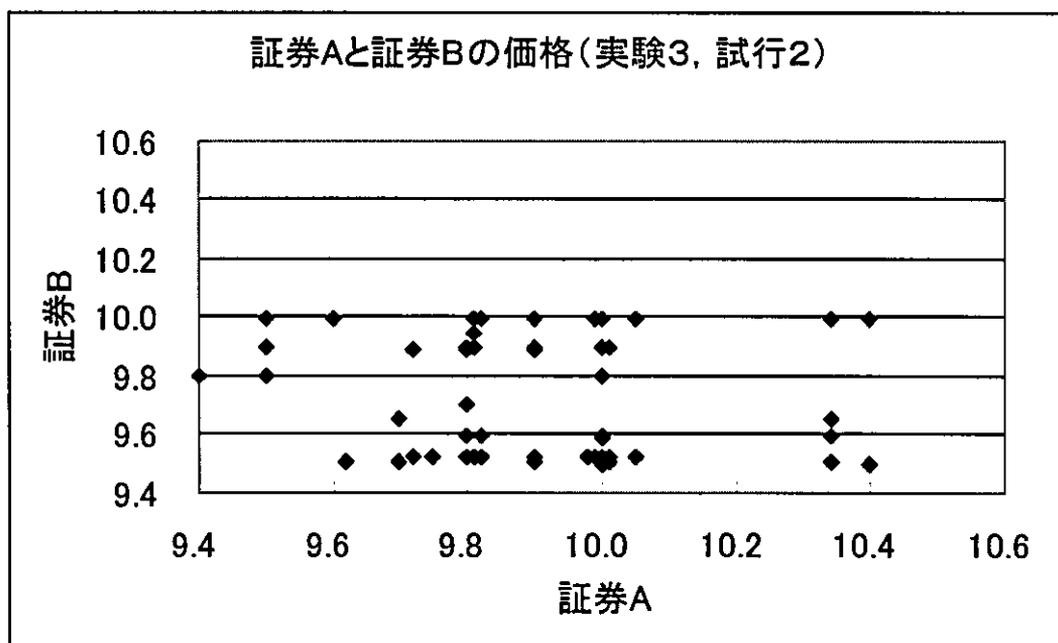


図 18: 実験 3 における証券 A と証券 B の価格の関係 (試行 2):

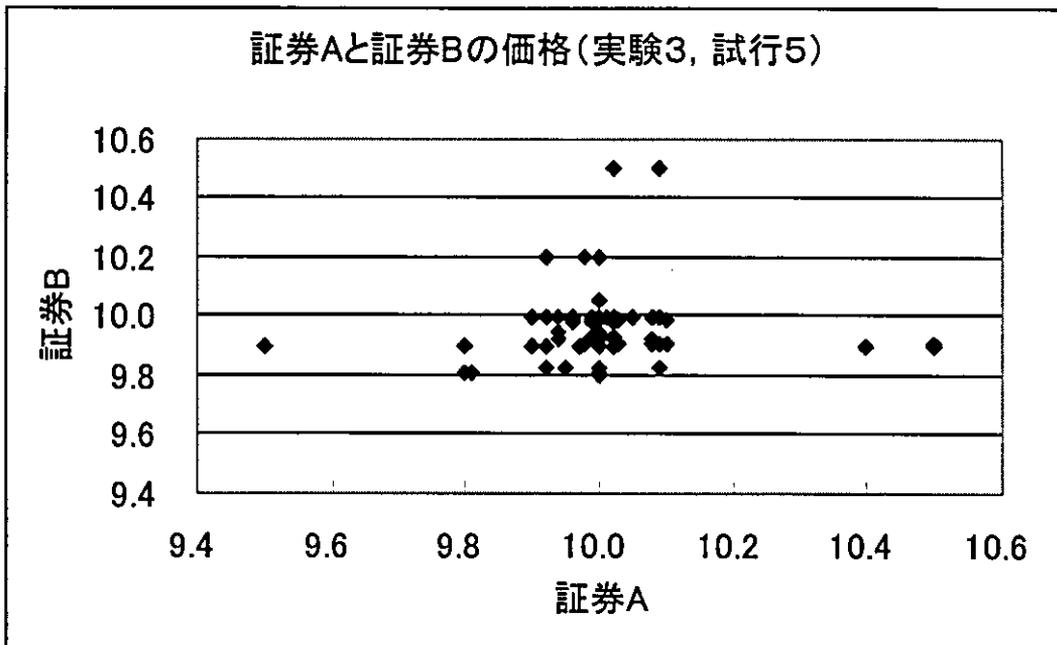


図 21: 実験 3 における証券 A と証券 B の価格の関係 (試行 5):

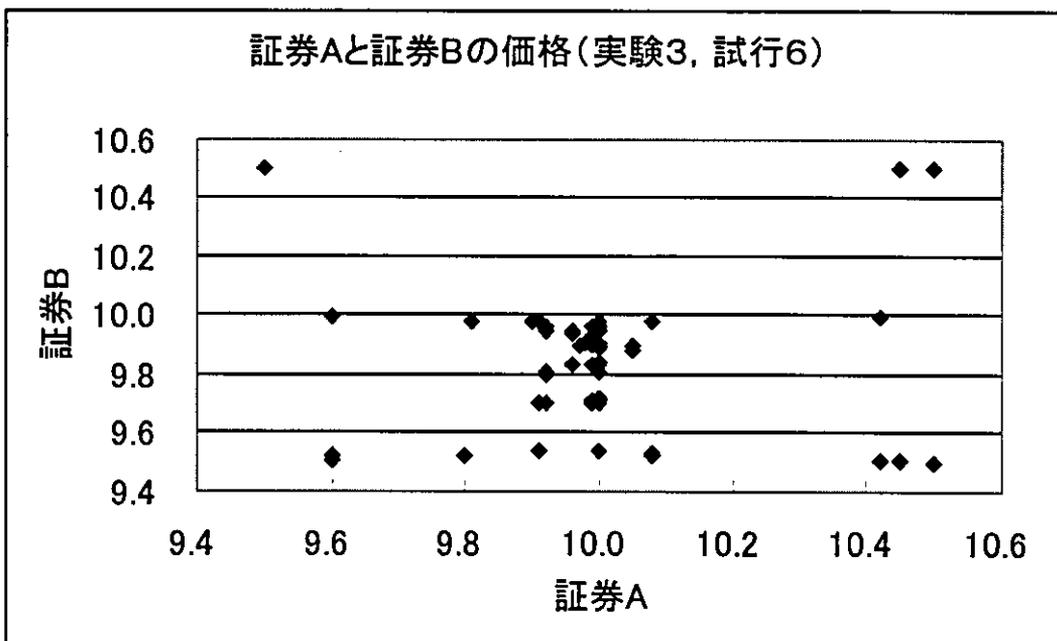


図 22: 実験 3 における証券 A と証券 B の価格の関係 (試行 6):

3.3 実験市場は効率的であったか

3.3.1 実験市場と CAPM

実験市場が無裁定であるか確認するのと同様に、市場が平均分散効率的（CAPMが成立）か確認することも重要であると思われる。実験市場においては、CAPMの成立は検証可能であり、仮にCAPMが成立するはずの市場で実験を行い、CAPMが成立していない場合の実験結果を用いて、何らかの主張を行うことは、説得力に欠けると思われる。まず、実験3及び4のフレームワークでCAPMを導出する。

状態 s での、第 i 証券のリターン $(1+r_i(s))$ を $R_i(s)$ とすると、この証券のリターンは、式 25 より、

$$E[m(s)R_i(s)] = 1, \quad (42)$$

を満たす。ここで、

$$m(s) \equiv \pi U'(y(s)). \quad (43)$$

(これまでは割引率を β で表したが、CAPMの β と記号が同じになるため、割引率には π を用いる)

$E[ab] = E[a]E[b] + cov(a,b)$ であることを利用すると、上式は、

$$\begin{aligned} 1 &= E[m(s)R_i(s)] \\ &= E[m(s)]E[R_i(s)] + cov(m, R_i). \end{aligned} \quad (44)$$

さらに、 $R_f = 1/E[m(s)]$ であることを利用して、

$$R_f = E[R_i(s)] + cov\left(\frac{m}{E[m(s)]}, R_i\right). \quad (45)$$

整理すると、

$$\begin{aligned} E[R_i(s) - R_f] &= -cov\left(\frac{m}{E[m(s)]}, R_i\right) \\ &= -cov\left(\frac{\pi U'(y)}{R_f}, R_i\right). \end{aligned} \quad (46)$$

超過リターン $E[R(s) - R_f]$ は、総消費に対する限界効用 $U'(x)$ と、第 i 証券のリターン R_i の共分散に依存し、この二つの共分散が低いほど、期待リターンが高まり、また、リスクフリーレートが R_f が高まると、超過リターンは高まることがわかる。

y を総消費とする。実験では、被験者の効用関数を 2 次効用 (quadratic) 関数

$$U(y) \equiv y - \frac{\gamma}{2}y^2, \quad (47)$$

と仮定する。ただし、 $\gamma \geq 0$ とする。限界効用は、

$$U'(y) = 1 - \gamma y. \quad (48)$$

これを、超過リターンを表す式 46 へ代入すると、

$$\begin{aligned} E[R_i(s) - R_f] &= -\text{cov}\left(\frac{\pi U'(y)}{R_f}, R_i\right) \\ &= -\text{cov}\left(\frac{\pi(1 - \gamma y)}{R_f}, R_i\right) \\ &= \frac{\pi\gamma}{R_f} \text{cov}(y, R_i). \end{aligned} \quad (49)$$

実験ではマーケット・ポートフォリオは既知である。 P_M をマーケット・ポートフォリオの価格とする。実験は 1 期間モデル考えているので、証券市場全体のペイオフは全て消費されることになるから、マーケット・ポートフォリオのペイオフは総消費 y に一致する。マーケット・ポートフォリオのリターンを R_M とすると、 $R_M = \frac{y}{P_M}$ となる。

式 49 をマーケット・ポートフォリオ R_M に適用し、さらに、 $y = P_M R_M$ を利用すると、

$$\begin{aligned} E[R_M(s) - R_f] &= \frac{\pi\gamma}{R_f} \text{cov}(y, R_M) \\ &= \frac{\pi\gamma}{R_f} \text{cov}(R_M P_M, R_M) \\ &= \frac{\pi\gamma P_M}{R_f} \text{var}(R_M). \end{aligned} \quad (50)$$

この式を $\pi\gamma/R_f$ について解くと、

$$\frac{\pi\gamma}{R_f} = \frac{E[R_M(s) - R_f]}{P_M \text{var}(R_M)}. \quad (51)$$

これを、さらに、式 49 へ代入すると、

$$\begin{aligned} E[R_i(s) - R_f] &= \frac{E[R_M(s) - R_f]}{P_M \text{var}(R_M)} \text{cov}(y, R_i) \\ &= \frac{E[R_M(s) - R_f]}{\text{var}(R_M)} \text{cov}(R_M, R_i) \\ &= \beta_{iM} E[R_M(s) - R_f], \end{aligned} \quad (52)$$

ただし、

$$\beta_{iM} \equiv \frac{\text{cov}(R_M, R_i)}{\text{var}(R_M)}. \quad (53)$$

これは、マーケット・ポートフォリオのリターンを利用した伝統的な CAPM である。実験でのマーケット・ポートフォリオのリターンは、証券 A の発行済み株式数（実験市場での総流通量）を $\hat{\theta}_A$ 、証券 B の総流通量を $\hat{\theta}_B$ とすると、マーケット・ポートフォリオのペイオフは $x_A(s)\hat{\theta}_A + x_B(s)\hat{\theta}_B$ 、価格が $P_A\hat{\theta}_A + P_B\hat{\theta}_B$ であることから、

$$R_M(s) \equiv \frac{x_A(s)\hat{\theta}_A + x_B(s)\hat{\theta}_B}{P_A\hat{\theta}_A + P_B\hat{\theta}_B}. \quad (54)$$

で表される。ただし、フロンティア上の任意のポートフォリオ $R_p(s)$ を利用しても、

$$E[R_i(s) - R_f] = \beta_{ip} E[R_p(s) - R_f]. \quad (55)$$

が成立している。TOPIX などの代表的な指数のリターンを用いて、式 52 が成立しているか確認しても、CAPM が成立していることを示すのではなく、TOPIX が効率的フロンティアにのっているか（平均分散的に効率的か）について検証しているに過ぎない。一般にマーケット・ポートフォリオは特定されることは不可能である。しかし、実験市場においては、マーケットポートフォリオが既知であるために、実験で CAPM が成立するか検証可能である。

3.3.2 実験市場で CAPM が成立したか

実験市場で CAPM が成立するか検証する方法として、Bossaerts, Plott, Zame(2003)[2] は、マーケット・ポートフォリオのシャープレシオ

$$SR_M \equiv \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}. \quad (56)$$

を利用した。ここで、 μ_M はマーケット・ポートフォリオの期待リターンで、 σ_M はそのリスク、 r_f はリスクフリー・レートである。同様にここでは、CAPMの検証として、以下の検証方法を利用する。

「CAPMが成立しているならば、マーケット・ポートフォリオのシャープレシオが最大となっている」

マーケット・ポートフォリオのシャープレシオと、各被験者のポートフォリオのシャープレシオのうち最大のものとの差を比較して、この差がゼロに近ければ、実験市場でCAPMが成立している（平均分散効率的）と考えられる。

実験市場におけるマーケット・ポートフォリオの期待リターンは、

$$\begin{aligned}\mu_M &\equiv E[R_M - 1] = E\left[\frac{x_A\hat{\theta}_A + x_B\hat{\theta}_B}{P_A\hat{\theta}_A + P_B\hat{\theta}_B} - 1\right] \\ &= \frac{E[x_A]\hat{\theta}_A + E[x_B]\hat{\theta}_B}{P_A\hat{\theta}_A + P_B\hat{\theta}_B} - 1.\end{aligned}\quad (57)$$

同様に、分散は、

$$\begin{aligned}\sigma_M^2 &\equiv \text{var}[R_M] = \text{var}\left[\frac{x_A\hat{\theta}_A + x_B\hat{\theta}_B}{P_A\hat{\theta}_A + P_B\hat{\theta}_B}\right] \\ &= \frac{[\hat{\theta}_A^2 \text{var}(x_A) + \hat{\theta}_B^2 \text{var}(x_B) + 2\text{cov}(x_A, x_B)\hat{\theta}_A\hat{\theta}_B]}{[P_A\hat{\theta}_A + P_B\hat{\theta}_B]^2}.\end{aligned}\quad (58)$$

式 57, 式 58 を式 56 へ代入して、マーケット・ポートフォリオのシャープレシオを算出する。各被験者のシャープレシオも、 $\hat{\theta}_A$ や $\hat{\theta}_B$ を、各被験者のポートフォリオ $\theta_A^{(n)}$ や $\theta_B^{(n)}$ に入れ替えて、シャープレシオ $SR_{(n)}$ を算出する。各被験者のシャープレシオのうち最大のものと、マーケット・ポートフォリオのシャープレシオとの差、

$$D \equiv \max_n (SR_{(n)} - SR_M) \quad (59)$$

がゼロへ収束すれば、実験市場は平均分散効率的であったと言える。

実験 4 について、式 59 をグラフ化したものが、図表 26～図 34 である（実験 1, 2, 3 においても同様な傾向が見られる）。

グラフを観察することにより、以下のことが分析できる。

1. 実験市場は、実験開始直後では平均分散効率的でなかったが、試行が進むにつれ効率的となった。

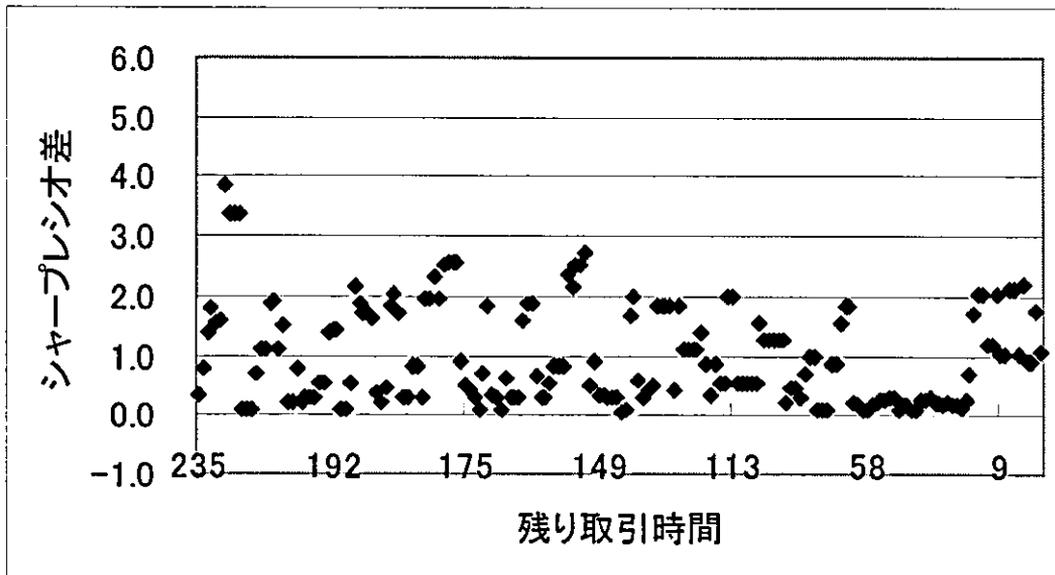


図 26: 実験 4, 試行 1, シャープレシオ差: 試行 1 及び 2 では, シャープ・レシオは 0 より離れているが, 試行が進むにつれ, 0 に近づくようになる.

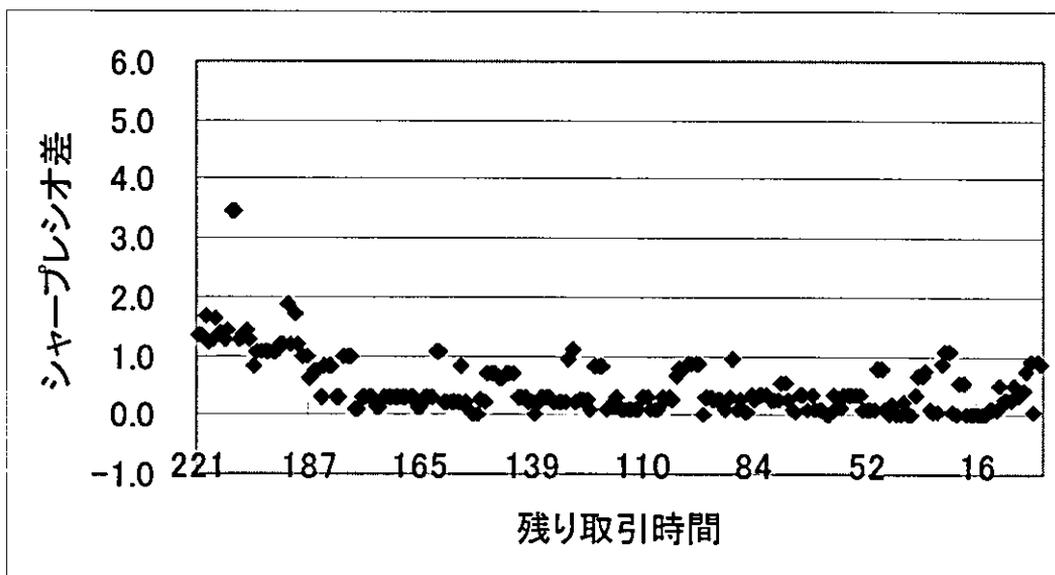


図 27: 実験 4, 試行 2, シャープレシオ差:

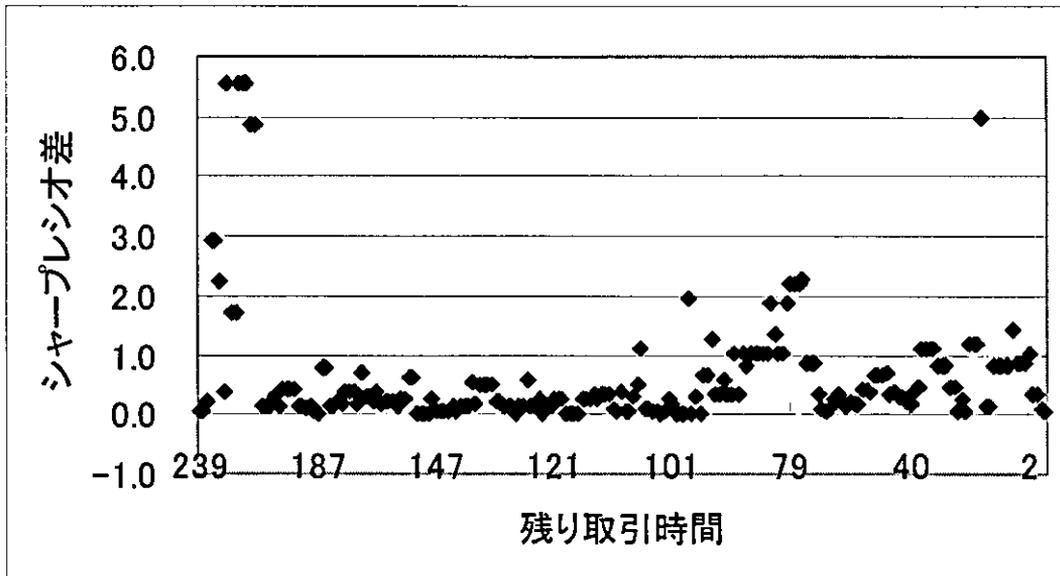


図 28: 実験 4, 試行 3, シャープレシオ差 :

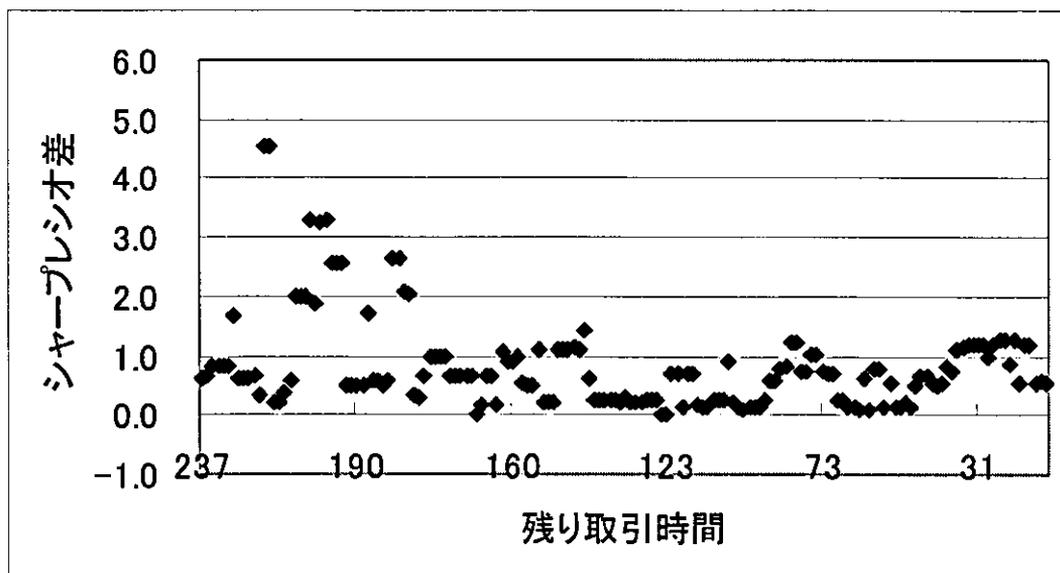


図 29: 実験 4, 試行 4, シャープレシオ差 :

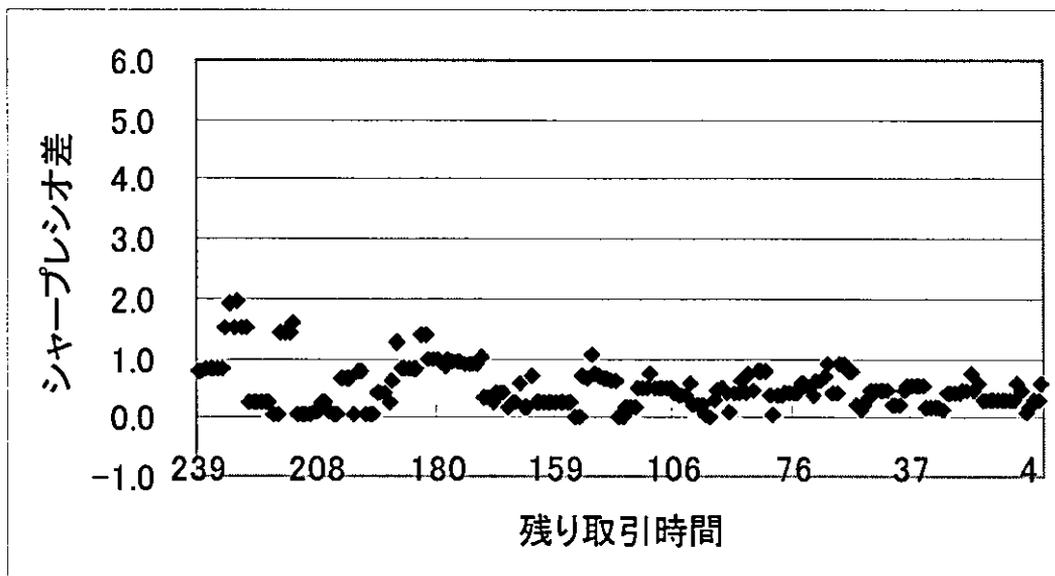


図 30: 実験 4, 試行 5, シャープレシオ差:

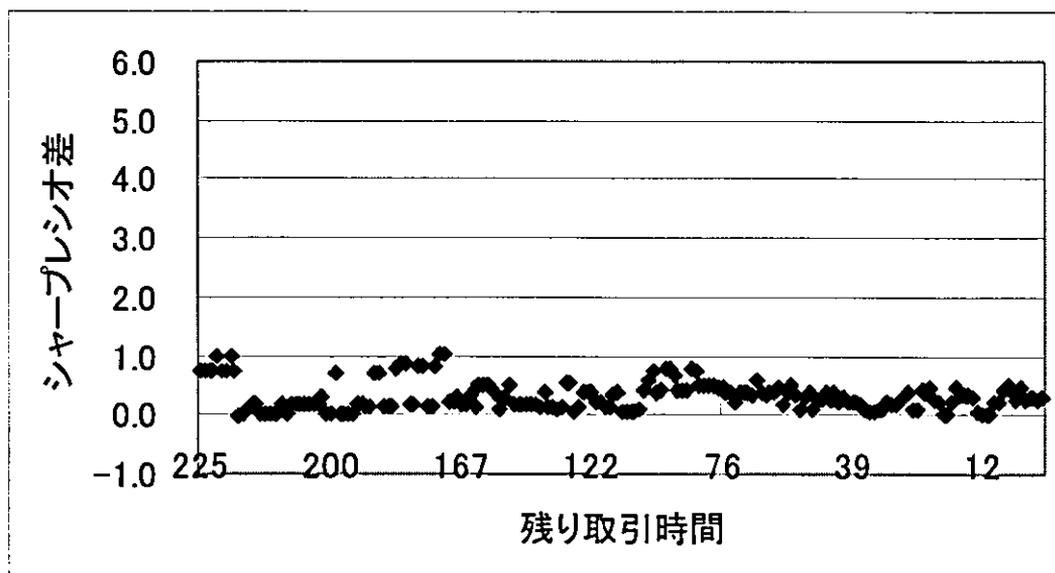


図 31: 実験 4, 試行 6, シャープレシオ差:

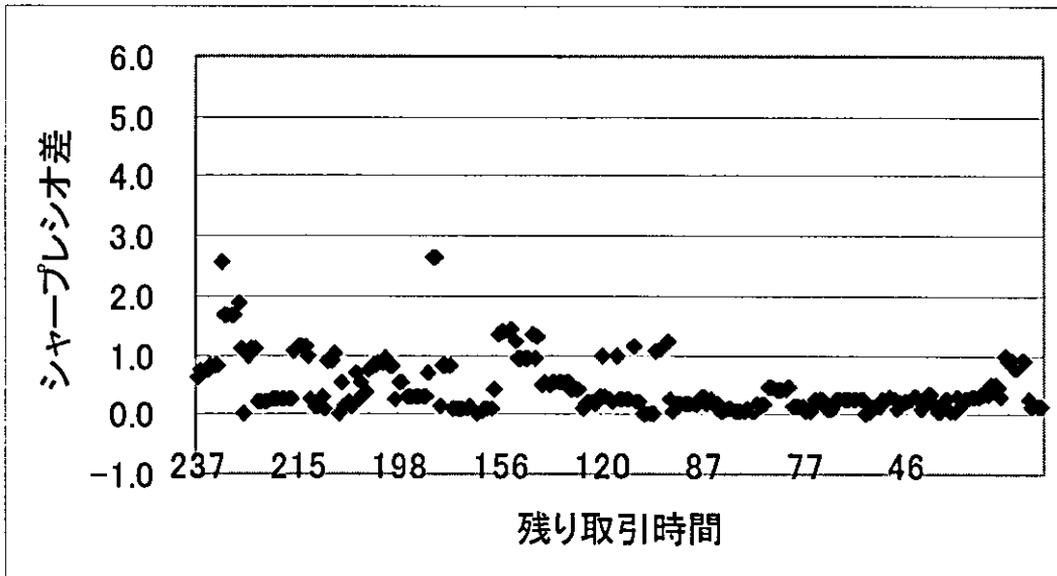


図 32: 実験 4, 試行 7, シャープレシオ差 :

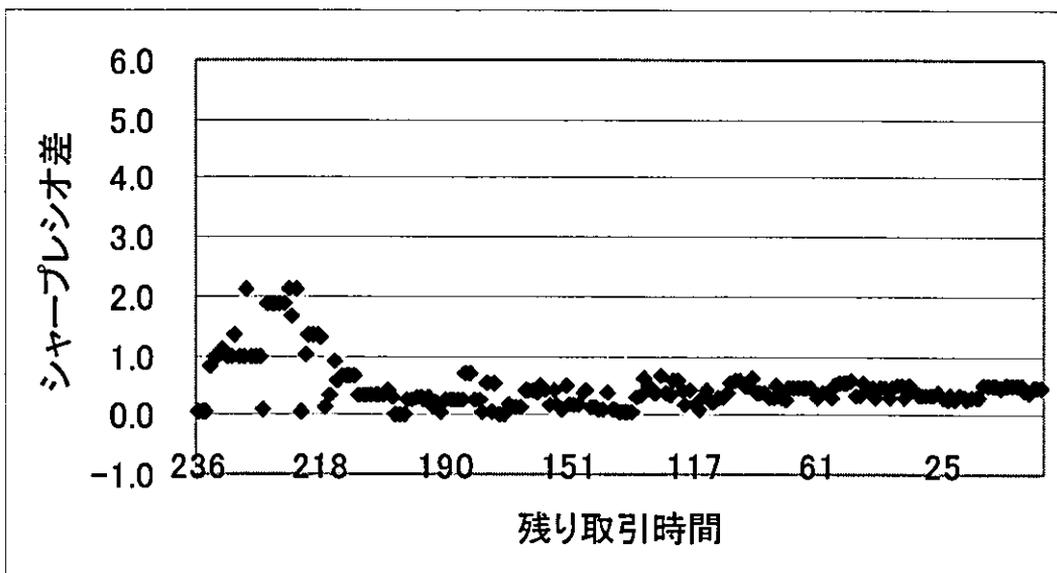


図 33: 実験 4, 試行 8, シャープレシオ差 :

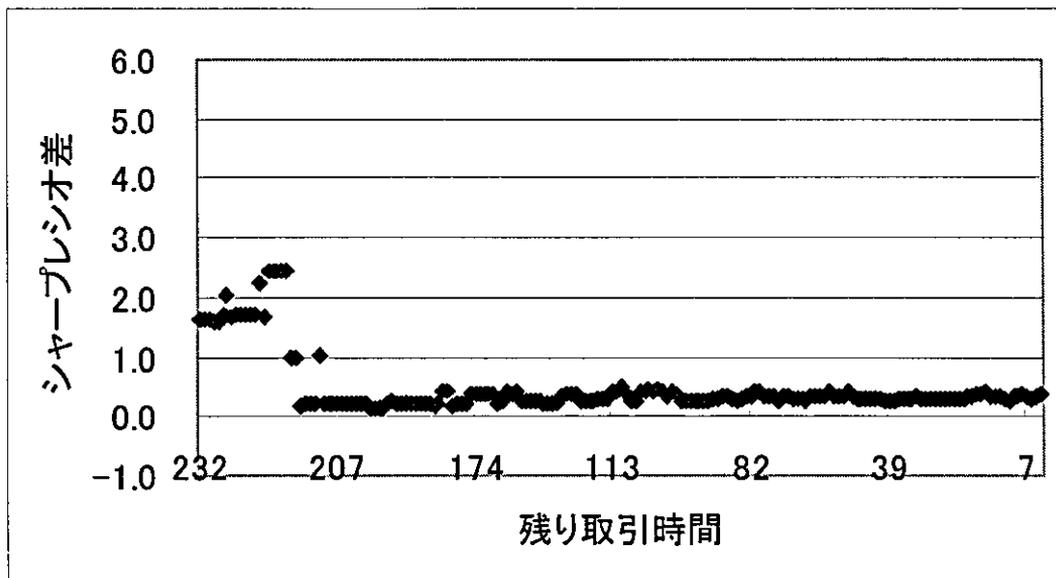


図 34: 実験 4, 試行 9, シャープレシオ差: 取引開始直後は, シャープレシオ差は比較的開いているが, すぐに 0 に近づく. 実験市場の平均分散効率性は高いと言える.

2. 取引開始直後は, 平均分散効率的不是ではないが, 取引時間が進むにつれ効率的となる. この傾向は, 程度の差はあるが, 試行が進んでも観察できる.
3. 平均分散効率性は, 投資家の選好管理や, 実験市場が無裁定であることよりも, 容易に満たすことができるのではないかと考えられる. ただし, シャープレシオ差が完全にはゼロにならないが, その理由は今後の課題である.

本実験では, 被験者にマーケット・ポートフォリオは開示していない. 仮にマーケット・ポートフォリオを開示した場合, ファイナンスに詳しい被験者もいるので, 効率的な投資を行うため, 中には, マーケット・ポートフォリオと同じ配分比率を維持する者もでてくる可能性もある. その場合, シャープレシオ差が小さくなることも考えられる. しかし, 今回の実験では, 被験者は実験市場にどれだけの証券が流通しているかわからないので, マーケット・ポートフォリオと同じ配分比率でポートフォリオを構築することはできない. それに関わらず, マーケット・ポートフォリオに近いシャープ・レシオを達成した被験者もいて, 実験市場は平均分散効率性は高かったと言える.

3.4 実験での被験者の資産配分は適切か

3.4.1 最適資産配分の導出

実験市場における最適資産配分を導出する。実験4のケースに関して検討する。\$x\$を清算時点の被験者のペイオフとする。被験者は期待効用

$$U(x) \equiv E \left[x - \frac{\gamma}{2} x^2 \right], \quad (60)$$

を最大化すると仮定する。

取引開始前の現金 \$\hat{c}\$ を、証券 A への初期配分を \$\hat{\theta}_A\$、証券 B への初期配分を \$\hat{\theta}_B\$ とすると、取引終了後の現金 \$c\$ は、

$$c \equiv \hat{c} - P_A (\theta_A - \hat{\theta}_A) - P_B (\theta_B - \hat{\theta}_B). \quad (61)$$

被験者の各状態 \$s\$ でのペイオフ \$x(s)\$ は、\$d(s)\$ を「将来の支出」とすると、金利はゼロであるので、

$$\begin{aligned} x(s) &\equiv c + \theta_A x_A(s) + \theta_B x_B(s) + d(s) \\ &= \left[\hat{c} - P_A (\theta_A - \hat{\theta}_A) - P_B (\theta_B - \hat{\theta}_B) \right] + \theta_A x_A(s) + \theta_B x_B(s) + d(s) \\ &\equiv \psi + \theta_A (x_A(s) - P_A) + \theta_B (x_B(s) - P_B) + d(s), \end{aligned} \quad (62)$$

ただし、各被験者の初期ポジションを

$$\psi \equiv \hat{c} + P_A \hat{\theta}_A + P_B \hat{\theta}_B. \quad (63)$$

従って、ペイオフの期待値は、

$$\begin{aligned} E[x] &= E[\psi + \theta_A (x_A(s) - P_A) + \theta_B (x_B(s) - P_B) + d(s)] \\ &= \psi + \theta_A (E[x_A] - P_A) + \theta_B (E[x_B] - P_B) - E[d] \\ &= \theta' Y + \psi - E[d], \end{aligned} \quad (64)$$

ただし、

$$\theta \equiv \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{bmatrix}, Y \equiv \begin{bmatrix} E[x_A] - P_A \\ E[x_B] - P_B \end{bmatrix}. \quad (65a)$$

次に、各状態でのペイオフの二乗は、

$$\begin{aligned}
x(s)^2 &= (\theta_A(x_A(s) - P_A) + \theta_B(x_B(s) - P_B) + (\psi + d(s)))^2 & (66) \\
&= \theta_A^2(x_A(s) - P_A)^2 + \theta_B^2(x_B(s) - P_B)^2 + (\psi + d(s))^2 \\
&\quad + 2\theta_A\theta_B(x_A(s) - P_A)(x_B(s) - P_B) \\
&\quad + 2\theta_A(\psi + d(s))(x_A(s) - P_A) \\
&\quad + 2\theta_B(\psi + d(s))(x_B(s) - P_B).
\end{aligned}$$

これを行列表示すると、

$$x(s)^2 = \theta'X(s)\theta + (\psi + d(s))^2 + 2\psi Y(s)\theta + 2Z(s)\theta, \quad (67)$$

ただし、

$$X(s) \equiv \begin{bmatrix} (x_A(s) - P_A)^2 & (x_A(s) - P_A)(x_B(s) - P_B) \\ (x_A(s) - P_A)(x_B(s) - P_B) & (x_B(s) - P_B)^2 \end{bmatrix}, \quad (68a)$$

$$Y(s) \equiv \begin{bmatrix} x_A(s) - P_A \\ x_B(s) - P_B \end{bmatrix}, \quad Z(s) \equiv \begin{bmatrix} d(s)(x_A(s) - P_A) \\ d(s)(x_B(s) - P_B) \end{bmatrix}. \quad (68b)$$

従って、ペイオフの2次のモーメントは、

$$\begin{aligned}
E[x(s)^2] &= E[\theta'X(s)\theta + (\psi + d(s))^2 + 2\psi Y(s)\theta + 2Z(s)\theta] & (69) \\
&= \theta'X\theta + 2\theta'(\psi Y + Z) + (\psi^2 + \psi E[d] + E[d^2]),
\end{aligned}$$

ただし、

$$X \equiv \begin{bmatrix} E(x_{A(s)} - P_A)^2 & E(x_A(s) - P_A)(x_B(s) - P_B) \\ E(x_A(s) - P_A)(x_B(s) - P_B) & E(x_B(s) - P_B)^2 \end{bmatrix}, \quad (70a)$$

$$Y \equiv \begin{bmatrix} E(x_A(s) - P_A) \\ E(x_B(s) - P_B) \end{bmatrix}, \quad Z \equiv \begin{bmatrix} E[x_A d] - P_A E[d] \\ E[x_B d] - P_B E[d] \end{bmatrix}. \quad (70b)$$

証券価格 P を所与とする。各被験者は効用関数

$$\begin{aligned} U(x) &\equiv E\left[x - \frac{\gamma}{2}x^2\right] = E[x] - \frac{\gamma}{2}E[x^2] \\ &= (\theta'Y + \psi^{(j)} - E[d]) \\ &\quad - \frac{\gamma^{(j)}}{2}(\theta'X\theta + 2\theta'(\psi Y + Z) + (\psi^2 + \psi E[d] + E[d^2])), \end{aligned}$$

を最大とする資産配分を決定する。最適性の一階条件は、

$$\frac{dU(x)}{d\theta} = Y - \gamma(X\theta + (\psi Y + Z)) = 0. \quad (71)$$

整理して、

$$X\theta = \left(\frac{1}{\gamma} - \psi\right)Y + Z. \quad (72)$$

X に逆行列が存在すれば、最適資産配分は、

$$\theta^*(P) = X^{-1} \left[\left(\frac{1}{\gamma} - \psi\right)Y + Z \right]. \quad (73)$$

この式で、 $\frac{1}{\gamma}X^{-1}Y$ は通常のマートン型資産配分問題と同形式の解である。 $-\psi X^{-1}Y$ は、初期ポジションに対する修正項、 $X^{-1}Z$ は消費に対する修正項と考えることができる。

仮に ψ が、全ての被験者で大きく変わらないとすれば、式 35 より、被験者間での資産配分の違いは、リスク回避度 γ の違いによって説明できる。

3.4.2 実験における資産配分

実験 4 において、取引終了時点での証券 A への資産配分（株数）を表しなのが、図 35 である。資産配分を観察すると、2つのタイプの被験者がいることがわかる。一つは、証券 A を大きくロングポジションやショートポジションを取ったり、試行毎に、戦略を違ってくるトレーダータイプの被験者と、概ね、一定のポジションをとる投資家タイプの被験者である。

トレーダータイプの投資家を除いて考えても、図 35 で表される実験による被験者の資産配分と、資産配分の理論値を表す式 73 には、リスク回避度 γ の違いでは説明できない大きな隔りがある。この理由については今後の課題としたい。

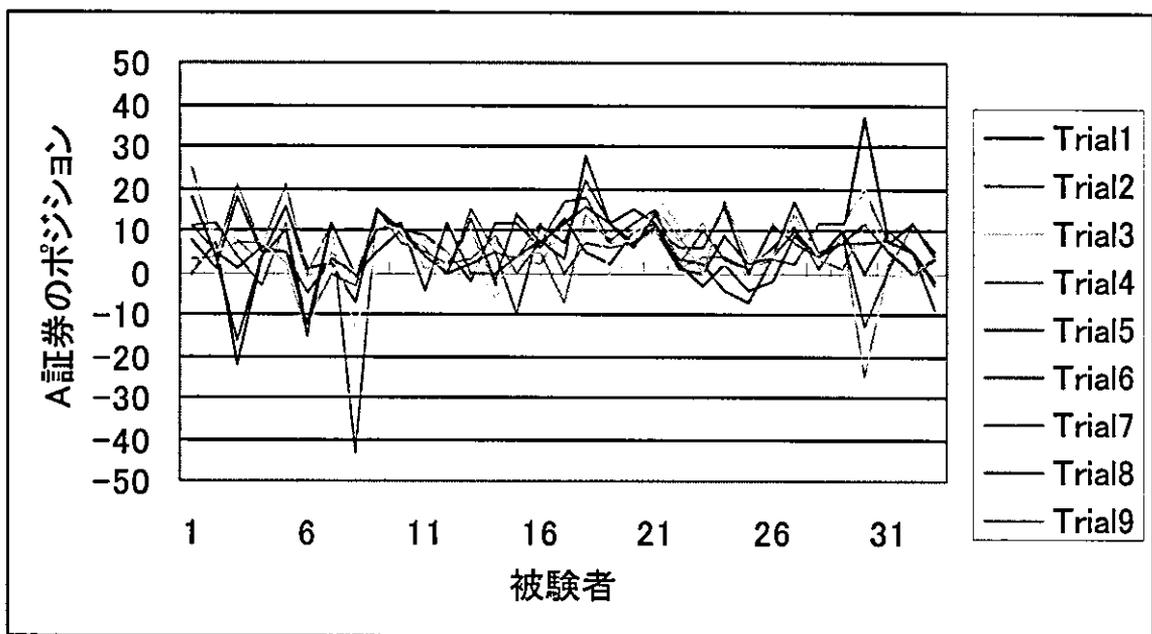


図 35: 実験 4 における各被験者の資産配分: 証券 A を大きくロングポジションやショートポジションを取ったり, 試行毎に, 戦略を違えてくるトレーダータイプの被験者と, 概ね, 一定のポジションを達成しようとする投資家タイプの被験者が観察できる.

4 結論と今後の課題

本稿の実験設定では、被験者の選好統制法による選好管理が期待したほどうまく機能しなかったが、(1) ポートフォリオ清算価値から、実験の点数に換算する関数の歪曲性を強くする、(2) 謝礼の支払い方を工夫する、(3) 証券の期待値が、ペイオフと同じにならないようにする、などの設定を変えてさらに実験を継続したい。

裁定の機会が生じにくい実験市場とするためには、(1) 状態の数、証券のペイオフ、取引方法などの実験設定を見直す、(2) 実験を開始する前に裁定取引について説明する、(3) 大学、大学院でファイナンスを専攻した被験者を増やす、(4) 被験者に取引戦略を考える余裕を与える、などが考えられる。資産配分については、理論的資産配分と、被験者の実験による資産配分の違いに関する分析を進める必要がある。

被験者は、リスクに対する十分な情報を持っているにもかかわらず、期待値を中心とした価格評価を行い、その結果、リスクを軽視した証券価格の形成を行ったようである。また、期待値のみに着目した取引、資産選択を行う傾向があることが確認された。そのため、(1) 資産価格をリスク回避的であるよりも割高に評価する、(2) リスクを無視して期待リターンのみに着目した資産配分を行う、(3) 年金のような、リスクに強い資産を軽視する、などの投資を行う可能性が高いと推測される。

以上、ファイナンス実験の結果から、公的年金の通知への示唆として、(1) 将来の期待値のみの通知は望ましくなく、(2) 年金のリスクとともに、その他金融商品のリスクとも比較して、年金の有利な点、不利な点が理解でき、(3) 加入者のリスク回避的行動を促し、(4) 資産配分に対する意識を生むような教育的通知内容が、望ましいのではないかと考えられる、しかし、より望ましい通知の具体的なタイプを知るためには、アンケート調査や実験に主眼をおいた研究が引き続き必要である。

参考文献

- [1] Dickhaut Berg, Daley, O' Brien. Controlling preferences for lotteries on units of experimental exchange. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, p. 281, 1986.
- [2] C Plott Bossaerts, P. and Zame W. Price and portfolio choices in financial markets: Theory and experiment. *Working paper*, 2003.
- [3] P. Bossaerts and Plott C. Basic principle of asset pricing theory: Evidence from large-scale experimental financial markets. *Working paper*, 2001.

- [4] John Cochrane. *Asset Pricing*. Princeton University Press, 2001.
- [5] D. Duffie. *Dynamic Asset Pricing Theory*. Princeton University Press, 3 edition, 2001.
- [6] Fumio Hayashi. *Econometrics*. Princeton University Press, 2000.
- [7] John O'Brien and Sanjay Srivastava. Dynamic stock markets with multiple assets: An experimental analysis. *The Journal of Finance*, Vol. 46, , 1991.
- [8] フリードマン, サンダー著, 川越, 内木, 森, 秋永訳. 実験経済学の原理と方法. 同文館, 1999.
- [9] 社団法人経済企画協会. 実験経済学手法の革新とその成果. 2003.