応させることができなければならない。

（2）パレート原理

すべての人々が一致して認める改善を社会的な改善であると評価するという意味で、社会的な評価形成ルールは最小限度に民主主義的な集計ルールでなくてはならない。

（3）情報的効率性

表明された個人的な評価を社会的な評価に集計する際に必要な情報投入量が最大限に節約されるという意味で、集計ルールは情報的に効率的な機能を示すものでなくてはならない。

（4）非独裁性

ある個人は、彼ないし彼女が選択肢Ａを選択肢Ｂよりも上位におくという選好評価を示す限り、この選好評価のペアに対応する社会的厚生判断も選択肢Ａを選択肢Ｂよりも必ず上位におく場合には、この集計ルールの独裁者であるという。われわれが求める社会的集計ルールは、この意味の独裁者の存在を許容しないものでなければならない。

単純多数決ルールの集計ルールとしての性能を、アローの公理群を参照基準として評価してみると、これらの公理の意味をはっきりと理解することができる。

明らかに、単純多数決ルールはアローの公理群のうちでパレート原理、情報的効率性、非独裁的性の３つの公理を満足している。まず、パレート原理についていえば、すべての人々が一致して選択肢Ａは選択肢Ｂよりも望ましいと評価している場合には、単純多数決ルールは必ず選択肢Ａを選択肢Ｂよりも望ましいと評価することになるので、この事実は明らかである。次に、選択肢Ａと選択肢Ｂの社会的優劣を民主的に判断するためには、少なくとも社会を構成する人々がそれぞれに選択肢Ａと選択肢Ｂの相対的優劣に関してもつ個人的選好判断を、情報として収集しなければならない。この必要最小限の情報さえ収集すれば、選択肢Ａと選択肢Ｂの社会的優劣を判断できるという意味において、単純多数決ルールはまさしく情報的に効率的な集計ルールとなっているのである。最後に、単純多数決ルールが適用される社会では、どの個人も単独では自分の個人的な選好判断を社会的な厚生判断に昇格させることは不可能なので、単純多数決ルールは非独裁性の公理を満足することになる。

だが、単純多数決ルールは集計ルールの普遍的な適用可能性の公理を満足し

ない[4]。この事実を確認するためには、例えば2人の個人が3つの選択肢x, y, zに対して、以下のような選好評価を表明している状況を考えてみればよい。普遍的な適用可能性の公理を満足する集計ルールであれば、このような状況においても、必ず$\Delta:=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon,\zeta\}$に属する社会的厚生評価のいずれかを導出できるはずである：

1：x, y, z　　2：y, z, x

しかし、個人的選好評価のこのペアに対して単純多数決ルールを適用してみると、選択肢xは2つの選択肢y, zのいずれとも引き分けとなって、社会的な優劣のランキングはつけられないことが分かる。これに対して、選択肢yは選択肢zよりも優れていると2人の個人は一致して評価しているため、単純多数決ルールは選択肢yは選択肢zよりも社会的に優れていると判定することになる。このような社会的判定は、$\Delta:=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon,\zeta\}$に属する社会的厚生評価のいずれによっても表現不可能である。こうしてみると、単純多数決ルールは「個人1、2が表明する個人的選好評価——集合$\Delta:=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon,\zeta\}$に属する選好評価——の任意のペアに対して、$\Delta$に属するひとつの社会的評価を対応させる関数」に実はなっていないことが判明するのである。別の表現をすれば、単純多数決ルールはわれわれの最小サイズの社会における6^{36}個の集計ルールのひとつでさえないのである。

　このように、以上に列挙した4つの公理を基準とする限りでは、単純多数決ルールは適格性をもつ社会的評価形成ルールにはなりえない。だが、アローの公理はいずれも過大な要求とは思われないもっともらしい要請であるうえに、先験的に可能な集計ルールの数はなにしろ膨大なので、アローの公理群を満足する集計ルールを発見することは、さしたる難事ではないと思われるかもしれない。しかるに、アローは彼の公理群を満足する集計ルールは論理的に存在し得ないという衝撃的な一般不可能性定理を樹立して、この期待の根を断ってしまった。アローの定理が社会的な厚生評価に関心を寄せる厚生経済学者の間に大きな波紋を広げ、激烈な論争を生んだのも当然のことだったというべきである。

　次章ではピグー以降の厚生経済学の歴史的展開を簡潔に跡付けたうえで、アローの定理の意味と意義を巡る論争を評価することにしたい。また、最小サイズの

社会を越えてアローの定理を一般的に定式化したうえで、現在知られているもっとも簡単な証明を与えて意欲的な読者のニーズに応える作業は、必要な準備を整えて本章末尾の補論で行いたい。議論の詳細よりは規範的経済学の輪郭を直観的に理解することに興味をもたれる読者は、以下の補論を省略して第２章に直行されても、理解に本質的な途切れが生じないように配慮したつもりである。

●一層の研究のために（１）：選好順序と選択関数

コンドルセ・パラドックスとアローの定理の意味を直観的に理解するためには、本文中の解説で十分なはずである。だが、プディングの味は実際に食べてみて初めてわかるのと同様に、アローの定理の内容を正確に把握するためには、その証明の構造をある程度までは理解する必要がある。この補論では、選好順序と選択関数という社会的選択の理論のもっとも中心的な概念を平易に説明して、そのための準備を整えることにしたい。

社会を構成する人々が直面する可能性がある選択肢の集合を X とする。X を構成する個々の選択肢は $x, y, z, \ldots$ などの記号で表わして、以下では X は少なくとも３つの要素を含む有限集合であるものと仮定する。集合 X に含まれる選択肢は、必ずしも現実に選択できる――実行可能な――選択肢であるとは限らない。たとえば、ある選挙で有権者が直面する可能性がある選択肢の集合は被選挙権をもつ人々の全体だが、現実に投票の対象となる――実行可能な――選択肢の集合は、立候補を表明した一部の人々であるに過ぎない。実行可能な選択肢の集合は、X の部分集合 S, T などで表現することにしたい。

社会を構成するひとは、彼／彼女の個性的な評価ないし利害に基づいて、社会的な選択肢に対する個人的な選好をもつはずである。この個人の選好を表現する標準的な手段として、選択肢の集合 X 上で定義される選好関係 R を用いることにしたい。任意の２つの選択肢 $x, y \in X$ に対して、この個人が x を y と少なくとも同程度に望ましいと判断するとき、そしてそのときにのみ、xRy という論理的な関係が成立するものと仮定するのである。

選好関係 R に対しては、以下の３つの合理性 (rationality) の公理が満足されることを仮定することにしたい。

完備性 (completeness): 任意の選択肢 $x, y \in X$ $(x \neq y)$ に対して、xRy あるいは yRx

のうち、少なくとも一方は必ず成立する。

反射性 (reflexivity): 任意の選択肢 $x \in X$ に対して、xRx が必ず成立する。

推移性 (transitivity): 任意の選択肢 $x, y, z \in X$ に対して、xRy かつ yRz であれば必ず xRz が成立する。

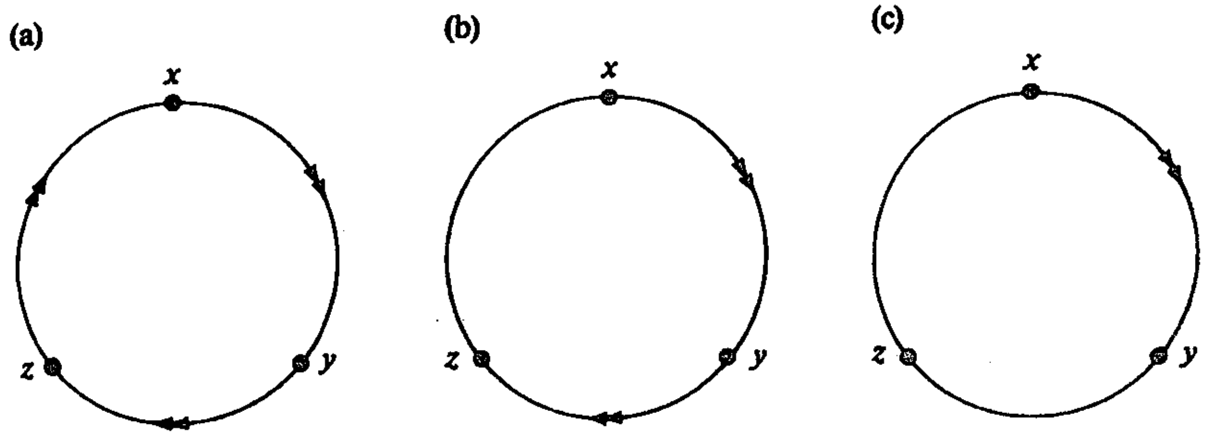
完備性の公理は、どのような選択肢のペアに対しても個人は自分の選好を明確に述べることができるという要請である。この公理を満足する合理的な個人であれば、イソップ寓話に登場するビュリダンのロバのように、空腹にもかかわらず2つの藁束のどちらを選ぶかを決めかねて、餓死することはないのである。反射性の公理は、どのような選択肢もそれ自身と少なくとも同程度に望ましいという当然の要請であるに過ぎない。最後に、推移性の公理が満足されない状況では、ある選択肢 z と比較して少なくとも同程度に望ましい選択肢 y に移行して、y からさらに少なくともそれと同程度に望ましい選択肢 x に移行した結果として、かえってこの個人の状態が悪化する可能性がある。このような奇妙な状況を一挙に排除する要請こそ、推移性の公理に他ならない。図２－１は推移性が満足されない例を示したものであって、ケース (a) はコンドルセ・パラドックスが生じた場合の社会的な選好関係を示していて、ケース (b) は単純多数決ルールがアローの集計ルールの普遍的な適用可能性の公理を満足しない例として挙げた社会的な選好関係を示している。

【図２－１をこの辺りに挿入】

完備性、反射性、推移性という合理性の公理を満足する選好関係は、選好順序 (preference ordering) と呼ばれている。以下では社会を構成する個人は全てこの意味で合理的であるものと仮定する[5]。選好順序 R に対応して狭義の選好関係 $P(R)$ と無差別関係 $I(R)$ を以下の手順で定義する：任意の選択肢のペア $x, y \in X$ に対して、

$$xP(R)y \leftrightarrow xRy \,\&\, \neg yRx; \quad xI(R)y \leftrightarrow xRy \,\&\, yRx.$$

図２－１：推移性を満足しない選好の例



選択肢 *a* から選択肢 *b* に向かう二重の矢印は、*a* が *b* より強い意味で選好されることを示している。また、選択肢 *a* と選択肢 *b* が矢印をもたない曲線で連結されている場合には、*a* は *b* と無差別であることが示されている。明らかに、３つの選択肢 *x*, *y*, *z* に対して完備性をもつが推移性をもたない選好の例は、この図の３つのケースで全部が尽くされている。

ただし、ここで $\neg$ は否定を示す論理記号である。選好関係 R が推移性の公理を満足すれば、狭義の選好関係 $P(R)$ と無差別関係 $I(R)$ も推移性の公理を満足する。この事実の確認は、簡単なエクサザイズとして読者に委ねることにしたい。

標準的なミクロ経済学は、合理的個人が表明する選好 (preference) と彼／彼女の選択 (choice) を《制約条件下の最適化》という理論的なシナリオで直結することによって、オペレーショナルな理論を構成している。この理論構成の素材として、選択関数と選好最適化集合という２つの基本概念を導入したい。まず、選択肢の普遍集合 X に含まれる実行可能な選択肢の集合——以下では機会集合 (opportunity set) と呼ぶ——の集合族を K という記号で表現する。ある機会集合 $S \in K$ が与えられるということは、選択主体が直面する環境的な条件によって、この機会集合に属する選択肢のみに選択の可能性が制約されたことを意味しているのである。それぞれの機会集合 $S \in K$ に対して、S から選択される選択肢から構成される部分集合 $C(S)$ を指定すれば、K で定義される関数 C ——選択関数——を導入することができる。その定義から、任意の機会集合 $S \in K$ に対して $C(S) \neq \emptyset$, $C(S) \subseteq S$ が成立することは明らかである。次に、選好順序 R が与えられたとき、任意の機会集合 $S \in K$ に対して S の部分集合 $G(R, S)$ を

$$G(R, S) = \{x^* \in S \mid \forall x \in S: x^* R x\}$$

によって定義する。明らかに、$G(R, S)$ は機会集合 $S \in K$ に反映された制約条件のもとで選好順序 R を最適化する選択肢の集合であって、(R, S) に関する選好最適化集合と呼ばれるに相応しい内容を備えている。これらの概念を活用すれば、選択関数の合理性という重要な観念に対して、オペレーショナルな定義を与えることが可能になる。すなわち、機会集合の集合族 K で定義される選択関数 C は普遍集合 X 上で定義される選好順序 R が存在して、任意の機会集合 $S \in K$ に対して

$$C(S) = G(R, S)$$

という関係を満足するときには、合理的選択関数 (rational choice function) であるというのである。このとき、選好順序 R は選択関数 C の合理化 (rationalization) であると

いう[6]。

選好順序と選択関数に関する最小限の準備的な考察をこれで終える。次の補論では、アローの定理の正確な定式化とその簡潔な証明を与えることにしたい。

●一層の研究のために（2）：アローの一般不可能性定理の証明[7]

社会を構成する個人の集合を $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ $(2 \leq n < +\infty)$ と書き、すべての個人 $i \in N$ は社会状態の普遍集合 X の上で定義される個人的選好順序 R_i をもつことを仮定する。このような個人的選好順序のプロファイル $\boldsymbol{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_n)$ を集計して形成される社会的評価関係は、$R = f(\boldsymbol{R})$ と表記される。また、社会的評価関係 R に対応する狭義の社会的選好関係と社会的無差別関係は、それぞれ $P(R), I(R)$ と表記される。個人的選好順序のプロファイルを社会的評価関係に集約する集計ルール f を、以下では社会的選択ルール (social choice rule) と呼ぶことにしたい。

ここでいう社会的選択ルールの典型的な一例は単純多数決ルールであって、個人的選好順序の任意のプロファイル $\boldsymbol{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_n)$ に

$$\forall x, y \in X: xR^{MD}y \leftrightarrow N(xPy) \geq N(yPx)$$

によって定義される社会的評価関係 R^{MD} を対応させる集計ルール f^{MD} に他ならない。ただし、$N(xPy)$ は $xP(R_i)y$ を満足する個人 $i \in N$ の数を表わしている[8]。

アローが社会的選択ルールに課した4つの公理を正確に表現すれば以下の通りである。

公理 U (広範性): 社会的選択ルール f の定義域 D_f は、個人的選好順序の論理的に可能なあらゆるプロファイルを含んでいる。

公理 P (パレート原理): 個人的選好順序の任意のプロファイル $\boldsymbol{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_n) \in D_f$ と社会状態の任意のペア $x, y \in X$ に対して、$xP(R_i)y$ が全ての $i \in N$ について成立すれば、$xP(R)y$ が成立しなくてはならない。ただし、ここで $R = f(\boldsymbol{R})$ である。

公理 I (無関連対象からの独立性): 個人的選好順序の任意のプロファイル $R = (R_1, R_2, ..., R_n), R' = (R'_1, R'_2, ..., R'_n) \in D_f$ および社会状態の任意のペア $x, y \in X$ に対して $[(xR_iy \leftrightarrow xR'_iy) \& (yR_ix \leftrightarrow yR'_ix)]$ が全ての $i \in N$ について成立すれば $[(xRy \leftrightarrow xR'y) \& (yRx \leftrightarrow yR'x)]$ が成立しなくてはならない。ただし、ここで $R = f(R)$ および $R' = f(R')$ である。

公理 ND (非独裁性): 個人的選好順序の任意のプロファイル $R = (R_1, R_2, ..., R_n) \in D_f$ と社会状態の任意のペア $x, y \in X$ に対して、$xP(R_d)y$ の成立が必然的に $XP(R)y$ の成立を意味する個人 $d \in N$ ――そのような個人はルール f の独裁者 (dictator) と呼ばれる――は存在しない。ただし、ここで $R = f(R)$ である。

アローの一般不可能性定理：少なくとも３つの社会状態と少なくとも２人の個人が存在するものとせよ、そのとき、公理 **U**、公理 **P**、公理 **I**、公理 **ND** を全部満足する社会的選択ルールは、論理的に存在不可能である。

証明：社会状態のペア $x, y \in X$ を社会的にランクつける際に、社会構成員のあるグループ G のひとびとが一致して x を y よりも選好すれば、必ず社会的にも x が y よりも選好されることが社会的選択ルール f によって保証される場合には、グループ G は社会状態のこのペア (x, y) に対して決定的 (decisive) であるという。グループ G が社会状態の任意のペアに対して決定的である場合には、グループ G は決定的であるという。

ステップ１：あるグループ G が社会状態のあるペアに対して決定的であれば、G は決定的である。

証明：社会的選択肢の２組の順序対 $(x, y), (a, b)$ をとる。以下では x, y, a, b は全部異なる選択肢であることを仮定する。これらの選択肢が部分的に一致している状況を取り扱うことは容易なので、興味をもつ読者のためにエクササイズとして残しておくことにしたい。

さて、グループ G は (x, y) に対して決定的であると仮定して、G は (a, b) に対しても決定的であることを示したい。グループ G に属する個人は全員一致して a, x, y, b をこの順で選好するが、それ以外の個人は全員一致して a を x よりも、そして y を b よりも選好するプロファイル R は、公理 **U** によって社会的選択ルールの定義域に属している。そこで $R=f(R)$ とおく。グループ G は (x, y) に対して決定的なので、この場合には $xP(R)y$ が成立しなければならない。また、公理 **P** によって、この場合には $aP(R)x$ かつ $yP(R)b$ も成立しなければならない。社会的選好順序 $P(R)$ の推移性によって、そのとき $aP(R)b$ がしたがうことになる。G に所属しない個人については $\{a, b\}$ 上の選好は全く特定化されていないうえ、公理 **I** が仮定されているため、これでグループ G は (a, b) に対しても決定的であることが確認されたことになる。‖

ステップ２：２人以上の構成員を含むグループ G が決定的であれば、G には決定的なサブ・グループが含まれる。

証明：決定的なグループ G をとってサブ・グループ G_1, G_2 に分割する。G_1 に属する全員は一致して x を y よりも、そして x を z よりも選好するが、$\{y, z\}$ に対する選好にはなんの制約も課されていないものとする。また、G_2 に属する全員は一致して x を y よりも、そして z を y よりも選好するが、$\{x, z\}$ に対する選好にはなんの制約も課されていないものとする。最後に、G に所属しない個人の選好に関しては、全体としてなんの制約も課されていないものとする。社会的選好の完備性によって、そのとき $xP(R)z,\ zRx$ のいずれかひとつは必ず成立するはずである。前者の場合には、x を z よりも選好する人々は G_1 のメンバーだけなので、G_1 は決定的なサブ・グループである。後者の場合には、決定的グループ G のメンバーが全員一致して x を y より選好していることから $xP(R)y$ が得られることに留意すれば、R の推移性によって $zP(R)y$ を導くことができる。だが、z を y よりも選好する人々は G_2 のメンバーだけなので、この場合 G_2 は決定的なサブ・グループであることになる。‖

ステップ３：ひとりの個人から成る決定的なサブ・グループが存在する。

証明：公理 **P** によれば、社会構成員全体のグループ N は決定的である。グループ N は少なくとも２人の個人を含むため、N を２つのサブ・グループに分割すれば、ステップ２によってそのうちの少なくともひとつのサブ・グループは決定的である。この決定的なサブ・グループ N_1 が少なくとも２人の個人を含めば、同じ手順を繰り返して、さらにその決定的なサブ・グループ N_2 を発見することができる。N は有限集合なので、この操作はやがてひとりの個人のみから構成される決定的なサブ・グループに到達して終了せざるを得ない。だが、定義によって最後に到達したサブ・グループを構成するひとりの個人は、実は独裁者である他はないことになる。‖

●一層の研究のために（３）：コンドルセ・パラドックスとボルダ・ルール

社会的選択の理論の最大の古典がアローの著書『社会的選択と個人的評価』であることは、異論の余地なく認められているといって差し支えない。クリーブランド市で1948年12月に開催されたエコノメトリック・ソサエティ冬期大会において最初に公表されたアローの定理だが、本書が出版されたことによって、学会に文字通りの激震をもたらしたのである。アローが主張したことは、個人的《選好》順序を社会的《評価》順序に集約する民主的・情報節約的で広範な適用可能性を備えた集計ルールは論理的に存在しないという衝撃的な事実だった。慧眼な読者はおそらく気付かれたはずだが、この定理は社会的《選択》に明示的に言及していない。アローにとって、社会的《評価》順序を社会的《選択》と結ぶ連結環は、当然のこととして補論（１）で解説した合理的選択仮説に求められていたからである。すなわち、個人的な選好順序の任意のプロファイル $\boldsymbol{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_n)$ と任意の社会的機会集合 $S \in K$ が与えられたとき、アローが想定した社会的選択メカニズムは、社会的選択ルール f を媒介項として、

$$C(S) = G(f(R), S)$$

という社会的《評価》順序の制約条件下の最適化に求められていたのである。

社会的《評価》と社会的《選択》をミクロ経済学の合理的選択仮説を経由して連結するアローの構想は、単純多数決ルール f^{MD} に関するコンドルセの貢献とも重要な関連をもっている。この事実を明らかにするため、個人的な選好順序の任意のプロファイル $\boldsymbol{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_n)$ と任意の社会的な機会集合 $S \in K$ に対して、S の部分集合

$$C^{MD}(S) = G(f^{MD}(\boldsymbol{R}), S)$$

を定義する。$C^{MD}(S)$ に所属する選択肢 $x^* \in S$ は、実行可能性をもつ他のどの選択肢との単純多数決コンテストにおいても、決して敗北を喫することがないという著しい特徴を備えている。このような選択肢はコンドルセ勝利者 (Condorcet winner) と呼ばれている。コンドルセ勝利者が存在する状況では、その選択肢を社会的に採択すべき強い理由があるように思われる。この点に留意して、$C^{MD}(S)$ が非空となる場合には社会的な選択関数が必ず $C^{MD}(S)$ を部分集合として含むという要請を、しばしば《コンドルセ原理 (Condorcet principle)》と称している。コンドルセ勝利者の存在をチェックするためには、社会的選択肢の各ペアに対して単純多数決コンテストを行いさえすれば十分なので、コンドルセ原理に依拠する社会的選択手続きが情報的に効率的であることも、この原理のメリットとして承認されてよい。だが、問題はコンドルセ勝利者の存在は一般には保証されていないことである。コンドルセ・パラドックスは、まさにコンドルセ勝利者が存在しない事例に他ならない。

歴史的な事実として、単純多数決ルールに関するコンドルセの研究に僅かに先駆けて、18 世紀後半に同じフランスで投票機構に関する興味深い提案がなされていた。すなわち、応用数学者シャルル・ド・ボルダは、フランス科学アカデミーにおける会員選挙の新しい方式として、順位得点投票法 (rank-order method of voting) ないしボルダ・ルールと呼ばれるようになった投票方法を提言したのである。この方法を定式化する予備的ステップとして、普遍集合 X 上の個人 $i \in N$ の選好順序 R_i が与えられたとき、X 上の整数値関数 $\beta_i(x: R_i)$ を

$$\beta_i(x: R_i) = \text{選好順序 } R_i \text{ からみて } x \text{ より下位に位置する選択肢の個数}$$

によって定義する[9]。そのうえで、選択肢 $x \in X$ のボルダ数 (Borda count) を

$$\beta(x:\mathbf{R}) = \Sigma_{i\in N}\beta_i(x:R_i)$$

で定義して、それを用いて普遍集合 X 上の社会的評価順序 R^B を

$$\forall x, y \in X: xR^B y \Leftrightarrow \beta(x:\mathbf{R}) \geq \beta(y:\mathbf{R})$$

で定義する。最後に、機会集合の集合族 K 上のボルダ選択関数 C^B は

$$\forall S \in K: C^B(S) = G(R^B, S)$$

によって定義されるわけである。

コンドルセ原理に依拠する社会的選択手続きは、明らかにアローの無関連対象からの独立性の公理――公理 **I**――を満足するが、コンドルセ・パラドックスが例示しているように、この選択手続きは民主的な社会的選択に失敗する可能性を秘めている。これに対して、ボルダ・ルールに依拠する社会的選択手続きは、任意の有限集合 $S \in K$ からの社会的選択を必ず決定できるという意味で、決定手続きとしての確実性において優れた性能を備えている。また、アローの公理群を参照すればボルダ・ルールに依拠する社会的選択手続きは公理 **U**、公理 **P** および公理 **ND** を明らかに満足している。アローの定理によれば、このことはボルダ・ルールがアローの公理 **I** を満足し得ないことを意味している。この事実を具体的に確認するためには次の例を見ればよい。

例２－１：社会的選択肢の普遍集合が $X = \{x, y, z, u, v\}$、社会を構成する個人の集合が $N = \{1, 2, 3\}$ で与えられている社会において、以下の２つの個人的選好順序のプロファイル $\mathbf{R}^t = (R_1^t, R_2^t, R_3^t)$ $(t = 1, 2)$ を考える：

$R_1^1: u, v, x, y, z$ $\quad$ $R_2^1: y, u, v, x, z$ $\quad$ $R_3^1: u, v, z, x, y$

$R_1^2: x, y, z, u, v$ $\quad$ $R_2^2: y, x, z, u, v$ $\quad$ $R_3^2: z, x, y, u, v$

容易に確認できるように、この場合のボルダ数は

$$\beta(x{:}\boldsymbol{R}^1) = 4,\ \beta(y{:}\boldsymbol{R}^1) = 5,\ \beta(z{:}\boldsymbol{R}^1) = 2;\ \beta(x{:}\boldsymbol{R}^2) = 10,\ \beta(y{:}\boldsymbol{R}^2) = 9$$

となるので、ボルダ・ルールに依拠する $S^1 = \{x, y\}$ からの社会的選択手続きはプロファイル $\boldsymbol{R}^1$ のもとでは y を、プロファイル $\boldsymbol{R}^2$ のもとでは x を選択することになる。しかるに、x と y との相対比較に関する限りでは２つのプロファイルは全く同じ情報を伝えているため、この事実はボルダ・ルールに依拠する社会的選択手続きがアローの公理 **I** を満足しないことを意味するのである。また、プロファイル $\boldsymbol{R}^1$ と機会集合 $S^2 = \{x, y, z\}$ に対応してボルダ・ルールに依拠して行われる社会的選択は y となるが、機会集合 S^2 はコンドルセ勝者 x を含んでいる。そのため、この結果はボルダ・ルールに依拠する社会的選択手続きが、コンドルセ原理を満足しないことを意味しているのである。‖

このように、コンドルセ原理に立脚するルールとボルダ・ルールによる社会的選択は、社会的選択の結果の確定性と選択プロセスの情報的効率性に関して、非常に対照的な性格をもっている。そのため、これら２つの社会的選択手続きは、ルールに対して課される様々な要請の意味と意義を理解する作業のリトマス試験紙として、社会的選択の理論において際立った有用性を認められている。

ボルダ・ルールに関しては、もうひとつ重要な歴史的エピソードがある。この投票方式がフランス科学アカデミーで提唱されたとき、提案を聞いた会員からある重要な異議が提出された。この投票方式には、投票者が表明する選好順序を戦略的に偽ることによって、選挙結果を自己の真の選好からみて有利な方向に誘導する機会と動機を提供する危険性があるという懸念である。この懸念には確かに根拠がある。自分が最も選好する選択肢が選出されるチャンスを最大化するためには、その選択肢に対して最大の脅威となるライバルを選好順序の最下位に引き下げて表明する誘因が、ボルダ・ルールには明らかに内在しているからである。ただし、戦略的な選好表明に対する社会的意思決定ルールの無防備さはボルダ・ルールに固有の欠陥であるわけではなく、ある意味ではすべての投票方式が完全には逃れ得ない欠陥であるという重要な事実が、社会的選択の理論のその後の展開過程で明らかにされている。

アカデミー会員から即座に浴びた批判に対して、ボルダは「私の投票方式は正直者だけを対象としている」と応答したと伝えられている。この対応が効を奏し

たためか、ボルダの提案はフランス科学アカデミーによって正式に採用されて、その後20年間にわたる会員選出に際して適用され続けたが、最終的にはある候補者の異議申し立てにより、その歴史に幕が閉じられた。異議を申し立てた候補者の名前はナポレオン・ボナパルトといった。

第２章　脚注

[1] 例えば、個人１は選択肢Ａを選択肢Ｂよりも、そして選択肢Ｂを選択肢Ｃよりも高く評価している。このことは、彼／彼女は選択肢Ａを選択肢Ｃよりも高く評価していることをも意味している。

[2] アローは当初この関数を社会的厚生関数 (social welfare function) と命名したが、この名称は彼以前にもアブラム・バーグソン [Bergson (1938)] とポール・サミュエルソン [Samuelson (1947, Chapter VIII)] によって、関連はあるが全く異なる概念に対して用いられていたこともあって、無用の混乱と論争を招くことになった。この点に関して詳しくは第３章を参照せよ。

[3] この関数の定義域に属する個人的選好評価の36個のペアの各々に対して、関数の値として指定可能な社会的厚生評価の可能性は６つずつあるのだから、そのような関数の総数は６×６×・・・×６（36回）＝6^{36}個あることになるわけである。

[4] もし単純多数決ルールが普遍的な適用可能性の公理さえも満足するならば、われわれはアローの不可能性定理に対する反例を発見したことになってしまう。もちろん、アローの定理に関してそんな単純な発見はあり得ない。

[5] この仮定は標準的なミクロ経済学ではほとんど自明の要請であるかのように扱われているが、個人の側に非常に精密な識別能力が備わっていることを暗黙のうちに意味することには注意すべきである。この点に関する詳しい説明に興味をもたれる読者は、鈴村・後藤 (2001, pp.30-31; 2002, pp.32-33) を参照されたい。

[6] 合理性の概念をなんらかの目標の最適化と同一視するこの考え方は、標準的な経

済学の枠組みにおいて広く採用されている。例えば、現代の標準的な経済学の方法論に大きな影響をおよぼしたライオネル・ロビンズの古典的著書『経済学の本質と意義』[Robbins (1935, p.93; 邦訳、p.141)] には、合理的行動の仮定の意味を議論する論脈において、「人間の行動が経済的な側面をもつ以前に、少なくともなんらかの合理性が仮定されると正当に主張し得る意味——すなわち、合理的であるということが、目的をもつということと同義である意味——があり、われわれは合理性という用語をこの意味に用いることができる」という重要な記述が与えられている。

[7] 以下で述べる証明はアロー [Arrow (1963)] によるオリジナルな証明を徹底して透明化したアマルティア・セン [Sen (1979b)] による証明であって、おそらく現在知られているなかで最も理解しやすい証明のひとつであると思われる。

[8] 単純多数決ルールの公理的な特徴付けに興味をもたれる読者は、例えば鈴村・後藤 (2001, pp.31-34; 2002, pp.34-36) を参照されたい。

[9] 説明の簡単化のために、ここでは個人的選好順序は無差別関係を含まないと仮定している。無差別関係を含む個人的選好順序に拡張して整数値関数 $\beta_i(x)$ を定義するためには、いくつかの——互いに同値な——方法が知られている。興味をもたれる読者は Black (1958), Suzumura (1983, pp.107-108) を参照せよ。

第3章
厚生経済学の《新》と《旧》

■ 自然権思想と功利の原理

社会的選択の理論のひとりの先駆者であり、フランス人権宣言の起草者でもあったコンドルセは、普遍的で不可侵な人権概念の確立と擁護に対する熱烈な支持者だった。これに対して、社会的選択の理論のもうひとりの先駆者であるベンサムは、自然権思想に対する激越な批判者だった。制定法に依拠しない権利概念は彼にとってはナンセンスであり、神聖不可侵な自然権の概念に至っては、《竹馬に乗ったナンセンス》なのだった。彼によれば、経済制度や経済政策の是非を論じる基礎は《権利》の概念にではなく《功利》の原理――最大多数の最大幸福――にこそ求められるべきだった。公共的な《善》を社会の制度や政策がもたらす人々の効用ないし厚生の社会的総和によって捕捉する功利主義の政治哲学によれば、自己利益を追求する個人が最大多数の最大幸福をもたらす行動に誘導されるように法制度や経済制度を的確に設計することこそ、立法者の任務に他ならなかったのである。

経済政策論に対するベンサムの功利主義的基礎付けは、ジョン・スチュワート・ミル、アルフレッド・マーシャル、フランシス・エッジワース、ヘンリー・シジウィックを経てアーサー・ピグーに継承されて、1920年に出版された彼の主著『厚生経済学』[Pigou (1920)] において集大成されることになった。

■ 《旧》厚生経済学批判と《新》厚生経済学の誕生

ケンブリッジ大学におけるアルフレッド・マーシャル(1842-1924)の後継者ピグー(1877-1959)は、当時の多くの経済学者と同様に功利主義者だった。その彼が創始した厚生経済学であるだけに、ピグーの厚生経済学において経済政策の是非や経済メカニズムの性能を評価する基準が功利主義哲学に基づいて構想されたことは、当然とはいわないまでも自然なことだった。人々が政策や制度の帰結から享受する効用ないし厚生は、単に基数的な可測性をもつのみならず、異なる個人間で比較可能でもあると仮定されていた。ピグーがベンサムから継承した功利の原理――最大多数の最大幸福――こそ、この立場の厚生経済学を象徴するスローガンだったのである。

ピグーが創始した厚生経済学は、現在では《旧》厚生経済学と呼び慣わされ

ている。効用の可測性と個人間比較可能性という《旧》厚生経済学の情報的前提の非科学性を糾弾したライオネル・ロビンズ (1898-1984) は、厚生経済学が功利主義哲学の束縛を離脱して、ヴィルフレッド・パレート (1848-1923) [Pareto (1909)] がつとに開拓していた序数的効用理論に基礎を据えた《新》厚生経済学へと、大きく旋回する重要な端緒を開いたのである。《新》厚生経済学と呼ばれてはいても、ロビンズの批判 [Robbins (1932; 1938; 1981)] 以来、既に半世紀を越える歴史を重ねた考え方なのである。

《旧》厚生経済学の功利主義的基礎に対するロビンズの批判はまことに峻烈なものだった。『経済学の本質と意義』から引用 [Robbins (1935, 邦訳 pp.209-210)] する以下の２つの文章は、彼の批判の性格をよく伝えているように思われる：

> *A* の選好は、重要さの順序において *B* のそれよりも上位にたつ、と述べることは、*A* は *m* よりも *n* を選好し *B* は *m* と *n* を異なった順序で選好する、と述べることとは全く違う。前者は慣例的な価値判断の要素を含んでいる。したがってそれは本質的に規範的である。それは純粋科学のなかに全く居場所をもっていない。

> *A* の満足を *B* の満足と比較して、その大きさを検査する手段は全くない。もしわれわれが、両者の血液の流れの状態を検査するならば、それは血液の検査であって満足の検査ではないであろう。内省によって、*A* は *B* の心のなかに起こっていることを測定することはできないし、また *B* は *A* の心のなかに起こっていることを測定することはできない。異なった人々の満足を比較する方法は全く存在しないのである。

大多数の読者にとって、ロビンズのこの批判が《旧》厚生経済学の信奉者に与えた衝撃を実感をもって理解することは、ほとんど不可能なのではあるまいか。《新》厚生経済学の最も重要な建設者のひとりであり、「1938年以前に厚生経済学に関連するすべての文献に精通していた」と豪語するポール・サミュエルソンが認めた以下の証言 [Samuelson (1981, p.226)] は、《旧》厚生経済学の崩壊現場の惨状を臨場感豊かに伝えた記録として、いまでも一読に値するように思われる：

ロビンズが王様は裸だと叫んだとき――すなわち、異なる人々の効用を比較する作業に規範的な妥当性があることを、客観的・科学的な経験的観察に基づいて証明したり試験したりすることは不可能だと彼が喝破したとき――、彼と同世代のすべての経済学者は、突如として酷寒の世界に裸でいる自らに気付いたのである。彼らの大部分は《善》の発見を意図して経済学を志したのに、人生の半ばにして、彼らの職業は鉛管工や歯医者、あるいは会計士の仕事と異ならないと悟ったことは、悲しい衝撃であった。

ロビンズの批判に積極的に応えて《旧》厚生経済学の廃虚から立ち上がり、序数的効用概念に立脚する《新》厚生経済学を開拓する最初の足跡を記した経済学者のひとりは、1939年に出版された『価値と資本』によって、序数主義的な新古典派経済学の頂点を極めたジョン・ヒックス (1904-1989) だった。「厚生経済学の基礎」というタイトルを冠した論文 [Hicks (1939)] において、彼は人々が全員一致して是認する改善（パレート改善）に関心を絞ることによって、効用ないし厚生の序数性と個人間比較不可能性を積極的に承認する社会的厚生判断の基礎付けを開始したのである。現代厚生経済学の中枢に位置するパレート効率性 (Pareto efficiency あるいは Pareto optimality) という概念は、こうして正統派経済学のなかに導入されたのである[1]。

■《新》厚生経済学の補償原理アプローチ

だが、経済政策の是非を巡って人々の間に著しい利害対立が発生することは、例外というよりはむしろ通則だというべきである。この現実を直視して、ニコラス・カルドア (1908-1986) とジョン・ヒックスは、政策から受益する人々と損失を被る人々との間で仮説的な補償が支払われる可能性を認めることによってパレート改善基準の射程距離を延長して、政策の是非を巡って利害対立が存在する状況にまで社会的厚生評価の可能性を拡張するアプローチを開発した。補償原理 (compensation principles) と総称されるこの原理の導入は、《新》厚生経済学にとってまさにパンドラの箱を開けるに等しい効果をもつことになった。政策からの受益者が損失者に補償を支払ってその政策の実行に同意させる可能性を追求したカアルドア補償原理 [Kaldor (1939)] にせよ、逆に損失者が受益者に補償を支払ってその政策を断念することに同意させる可能性を追及したヒックス補償原理 [Hicks (1940)] にせよ、いず

れも論理的な矛盾を含まない政策判断の確実な基礎を提供できないことが判明したからである。この障害を克服するために、カルドア補償原理とヒックス補償原理を連結して適用することを提唱したティボール・シトフスキー [Scitovsky (1941)] の二重基準も、実現可能な選択肢が３つ以上ある場合には厚生判断の論理的矛盾——非推移性——を生む可能性があるという欠陥を露呈して、政策の是非に関する社会的評価の論理的な基礎を提供することに失敗したのである[2]。

カルドア、ヒックス、シトフスキーの補償原理には、前節で指摘した論理的な問題点に加えて、分配の衡平性に関する判断の不偏性 (unbiasedness) の問題も含まれている。カルドア補償原理（ヒックス補償原理）の場合には、ある政策の実行以前（実行以後）の厚生分配の状態を基準としてパレート改善の潜在的可能性を判断しているという点で、分配上の参照基準の選択に関して明瞭な恣意性がある。シトフスキー補償原理の場合には、政策の実行以前と以後の双方の厚生分配の状態を参照基準として用いている点で、恣意性の余地が狭まっているという評価もあり得るが、政策の実行前後の厚生分配の状態になぜ参照標準として特別な意義を認めるべきかという点に関しては、依然として恣意性が残されているといわざるを得ない。

補償原理の論理的整合性と倫理的不偏性の２つの観点からみて、ほとんど批判の余地がないと思われる程に鮮やかな代替的補償原理を提案したのは、サミュエルソン [Samuelson (1950)] だった。彼の提案した補償原理がある政策の実行を勧告するのは、その政策を実行した結果として、どのような厚生分配状態を参照標準として用いた場合でも、必ずパレート改善が認められる場合に限られている。この原理は必ず整合性のある社会的厚生判断に導くうえに、分配に関する参照標準に恣意性もないだけに、サミュエルソンの補償原理には論理的にも倫理的にも非の打ち所がないかに思われる。しかしながら、サミュエルソン補償原理にも２つの重大な欠陥があることに注意すべきである。第１に、この原理を適用して政策の是非を勧告できる状況は非常に限られていて、政策判断の基準としてのその有効性には疑問符が付かざるを得ない。第２に、パレート原理の射程距離を拡張するという補償原理の当初の目標とは裏腹に、パレート原理とサミュエルソン補償原理を併用する結果として、循環的な政策判断が発生してしまうという新たな問題が発見されている[3]。

こうしてみると、《新》厚生経済学の補償原理アプローチは、規範的経済学の新たな理論的基礎というには余りにも脆弱であるように思われる。

▩ バーグソン＝サミュエルソンの社会的厚生関数

《新》厚生経済学には、補償原理に依拠する系譜とは異なるもうひとつの重要な理論的系譜がある。アブラム・バーグソン [Bergson (1938)] が最初に導入して、ポール・サミュエルソン [Samuelson (1947, Chapter VIII; 1981)] がその精緻化と普及に大きく貢献した社会的厚生関数アプローチがそれである。バーグソンとサミュエルソンによれば、政策の是非を判定するために必要とされる社会的な厚生評価は経済学にとって外生的な価値判断であって、それが誰によって表明される価値判断であるか、その価値判断がどのようなプロセスを経て形成されるかを尋ねることは、厚生経済学の固有の研究課題ではない。厚生経済学の本来の守備範囲は、外部から与えられた価値判断に即して的確な経済制度や経済政策を設計することに限られるというのが、バーグソンとサミュエルソンに共通した考え方だった。彼らの考え方の要諦は、サミュエルソンによる以下の言明 [Samuelson (1947, p.221)] に余すところなく表現されている：

> われわれの議論の出発点として、経済システムに含まれるあらゆる経済変数の《関数》として表現されるある倫理的な信念を考えよう。この倫理的な信念は、慈悲深い専制君主、完全なエゴイスト、善意に満ちた全ての人々、人間嫌い、国家、民族、群集心理、神など、誰のものであっても差し支えないし、このような信念の起源はわれわれが問うところではない。私自身の信念も含め、あり得べきいかなる倫理的信念も容認される。・・・われわれがこの信念に対して要求することは、それが経済システムのひとつの形態が他の形態よりも《よい》か《悪い》か《無差別である》かを明確に答え得るものであること、そしてその信念が推移性をもち、AがBよりもよく、BがCよりもよければ、AはCよりもよいことが必ず従うことだけである。この信念を表現する《関数》は、序数的に定義されていさえすればよい・・・。

この考え方を具体化するためにバーグソンとサミュエルソンが導入した社会的厚生関数 (social welfare function) とは、社会を構成する人々の判断ないし選好を考慮して、様々な社会状態——代替的な資源配分の状況など——を倫理的に順序付ける方法のことである。この新たな概念を外生的に経済学へ導入することによって、バーグソンとサミュエルソンは統一的な展望を欠いた従来の厚生経済学に秩序ある