のと考えられている：

$$
\begin{cases}
[1] & (u,v)\geq 0 \text{であれば}\Psi(u,v)\geq 0,\\
[2] & \Psi(u,0)=\Psi(0,v)=0,\\
[3] & (u,v)\leq (u',v') \text{であれば} \int_0^\infty\int_0^\infty \Psi(u,v)(a,b)dadb \leq \int_0^\infty\int_0^\infty \Psi(u',v')(a,b)dadb,\\
[4] & k>0 \text{であれば}\Psi(ku,kv)=k\Psi(u,v),\\
[5] & a\neq c, b\neq c \text{であれば}\frac{\partial\Psi(u,v)(a,b)}{\partial u(c)}\leq 0,\quad \frac{\partial\Psi(u,v)(a,b)}{\partial v(c)}\leq 0.
\end{cases}
\tag{4.14}
$$

ここで条件[1]-[3]は自明であろうが、条件[4]（一次同次性の条件）は必ずしも必須のものではない。一次同次性は単位人口あたりのペア形成頻度が人口スケールに独立になるという仮定を反映しており、大規模な人口における「出会いの可能性」が飽和することを意味している。この仮定のもとでは指数関数的成長解の存在が期待されることは明らかであろう。当然ながら人口規模によっては別種の条件を想定する場合もある。また[5]は年齢間の競合を表す条件である。Ψは経済学における生産関数に類似のものであり、以下のような関数で与えられる場合が多い：

$$
\Psi(u,v)(a,b)=2\rho(u,v)(a,b)\frac{\xi(a)u(a)\eta(b)v(b)}{\int_0^\infty \xi(a)u(a)da+\int_0^\infty \eta(b)v(b)db},
\tag{4.15}
$$

$$
\Psi(u,v)(a,b)=\left[\beta(h(a,b)u(a))^\alpha+(1-\beta)(g(a,b)v(b))^\alpha\right]^{\frac{1}{\alpha}}.
\tag{4.16}
$$

式(4.15)は比例混合仮説(proportionate mixing assumption)(Waldstätter, 1990)と呼ばれるものであり、式(4.16)は一般化平均値関数である(Hadeler, 1989)。ここで$0\leq\beta\leq 1$, $-\infty\leq\alpha\leq 0$であるが、特に$\alpha=-1$であれば、重みつきの調和平均

$$
\frac{h(a,b)g(a,b)u(a)v(b)}{\beta g(a,b)v(b)+(1-\beta)h(a,b)u(a)},
$$

となり、$\alpha\to 0$であれば重みつきの幾何平均

$$
[h(a,b)u(a)]^\beta[g(a,b)v(b)]^{1-\beta},
$$

となる。また$\alpha\to\infty$とすれば、最小値関数

$$
\min\{g(a,b)u(a), h(a,b)v(b)\},
$$

を得ることに注意しよう。これらはいずれも一次同次性の公理をみたすが、年齢間競合の公理をみたしているは比例混合仮説のみである。

Keyfitz (1972)は結婚関数としていくつかの候補を検証して、1960年代の米国のデータに関してはやや女性にウェイトのある幾何平均の適合度が比較的よいとしている。一方、最近のMartcheva and Milner (1996b)の研究では1970年の合衆国センサスから推定される結婚関数は専ら男性人口

にウェイトのある線形関数に近いものであったとしているが、今後一層の検討が必要であろう。現実の人口は男女性比がほぼバランスしているから、非線形性のタイプを検証することは実際には困難であり、理論的により優れた関数の適合性が高いとは必ずしも言えないようである。いずれにせよ結婚は男女の複雑な相互作用の結果であり、その市場的構造それ自体を十分検討する必要があろう。

フレデリクソンのモデルの数学的性質は長い間あまりよくわかっていなかったが、近年いくつかの成果が出始めている。パラメータが年齢に依存しない場合には、モデルは常微分方程式モデルに還元され、その性質は詳しく解析されている (Hadeler, Waldstätter and Wörz-Busekros, 1988; Waldstätter, 1990)。Waldstätter (1990) は上記のモデルにさらに結婚持続期間を導入したモデルに関して、解の存在定理を示した。数値的シュミレーションは Arbogast and Milner (1989), Mode and Salsburg (1993), Martcheva and Milner (1996b) 等において行われているが、上記のような単純な数学的関数による夫婦組数分布の推定にはおおきな誤差が伴うようである。 また Staroverov (1977) は離婚率や結婚出生率を年齢のみならず結婚持続時間に依存させ、ペアの密度関数にペアの持続時間を明示的に取り入れたモデルを提案した。Matsumoto, et al. (1996) は解の存在定理を半群的手法で示している。

前述したような非線形の両性人口モデルの解の性質は未だによくわかっていないが、一つの重要な問題は一次同次性の仮定をみたす結婚関数をもつモデルにおいては指数関数的な持続解 (paersistent solutions/exponential solutions) で安定なものが存在するかどうか、ということである。ここで指数関数解とは $p(t,a) = e^{rt}u(a)$ のような変数分離型の解、すなわち時間的に不変な年齢構造をもちそのサイズが指数関数的に増大する解である。ロトカモデルにおける安定人口分布は指数関数解でありかつ（相対的に）安定なものである。

ある期間に限定すれば、局地的な人口に安定人口モデルが妥当する場合があることはよく知られているが、その場合も現実には何らかの婚姻規則のもとで人口再生産がおこなわれているはずである。したがって非線形の結婚関数を持つモデルはそうした安定人口成長を特殊な解として含んでいると考えるのが自然であり、そうであればロトカの古典論と共立的な、それを含む一般的なモデルと考えられるからである。

Inaba (1993) は結婚持続時間を考慮した非線形の両性結婚再生産モデルを定式化して解の存在定理を示すとともに、初婚カップルのみが再生産をおこなうという限定された仮定のもとでは指数関数的成長解が存在することを示した。その後 Prüss and Schappacher (1994) は Staroverov の

モデルについて初婚による再生産という限定なしで、調和平均型の結婚関数のもとでは指数関数的成長解が一般的に存在することを証明した。Inaba (2000a) はInaba (1993) において提起したモデルから、初婚による再生産という仮定をはずしたうえで、指数関数的成長解が一般の結婚関数に対して存在することを示した。稲葉の非線形結婚モデルは以下のように定式化される。ここで出生が専ら結婚した男女によって担われる点はフレデリクソンモデルと同一である：

$$
\begin{cases}
\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}\right) p_m(t,a) = -\mu_m(a)p_m(t,a) - \int_0^\infty \rho(t,a,\eta)d\eta \\
\qquad\qquad + \int_0^a \int_0^\infty [\mu_f(\tau+\eta)+\delta(\tau;a-\tau,\eta)]s(t,\tau;a-\tau,\eta)d\eta d\tau \\
\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}\right) p_f(t,a) = -\mu_f(a)p_f(t,a) - \int_0^\infty \rho(t,\zeta,a)d\zeta \\
\qquad\qquad + \int_0^a \int_0^\infty [\mu_m(\tau+\zeta)+\delta(\tau;\zeta,a-\tau)]s(t,\tau;\zeta,a-\tau)d\zeta d\tau \\
\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \tau}\right) s(t,\tau;\zeta,\eta) = -[\mu_m(\tau+\zeta)+\mu_f(\tau+\eta)+\delta(\tau;\zeta,\eta)]s(t,\tau;\zeta,\eta) \\
p_m(t,0) = (1-\gamma)\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \beta(\tau;\zeta,\eta)s(t,\tau;\zeta,\eta)d\zeta d\eta d\tau \\
p_f(t,0) = \gamma\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \beta(\tau;\zeta,\eta)s(t,\tau;\zeta,\eta)d\zeta d\eta d\tau \\
s(t,0;\zeta,\eta) = \rho(t,\zeta,\eta) = \Psi(p_m(t,*),p_f(t,*))(\zeta,\eta)
\end{cases}
\quad . \tag{4.17}
$$

ここではフレデリクソンのモデルとは異なり、結婚出生率と離婚率は結婚持続期間と結婚年齢に依存すると仮定される。年齢は結婚年齢と結婚持続期間の和であるから、当然これらの関数は年齢依存的でもあることに注意しよう。すなわち上記のモデルはフレデリクソンモデルよりもより一般的な状況に対応している。

Inaba (2000a) が示したように、上記のペア形成モデルにおいてはマルサス的成長は可能であるが、その軌道は一意的であるかどうかはわかっていない。一般には複数の指数関数解がありうるだろうが、それらの軌道が現実的に意義があるのは、安定である場合、すなわち少なくとも当該の指数関数的解軌道の近傍にある解軌道が指数関数的解軌道に引き寄せられる場合である。さもなければ軌道は不安定であり、微少な摂動によってマルサス的成長からの逸脱は回復されないことになり、中長期的に実現性がないからである。この軌道安定性の問題も未解決である。有力な方法はWebb (1993) によって提起されている。すなわち指数関数的成長軌道の近傍において線形化された方程式が漸近的に指数関数的成長 (A.E.G: asynchronous exponential growth) をするのであれば、考えている非線形システムの指数関数的成長軌道も局所的に安定になるという事実である。しかしながら両性年齢依存人口成長モデルについては、その線型化方程式がA.E.Gである条件は知られていない。

本節では結婚再生産モデルとして一夫一婦的な婚姻形態のみを取り上げたが、非線形の両性人口モデルは一夫一婦的結婚モデル以外の、ポリガミー的婚姻規則のもとでも考えることができる (Rosen, 1983; Sowunmi, 1993)。今日の先進諸国においては法律的な意味における結婚の地位は低下しつつあることは確かであるが、いまのところ人類がその再生産のためになんらかの一定程

度安定的な両性のパートナーシップを必要としていることや、両性のmatingが必要であるという事実には変わりがない。そうした実体的なペア形成が出産の前提として存在する以上、非線形の両性モデルは人口再生産論の中心的課題であり続けるであろう。またエイズに代表されるようなＳＴＤ（性的感染症）の流行問題はやはりペア形成を考慮にいれた人口モデルとして定式化されるが、そうした方面からの両性人口モデルへの研究上の期待も大きなものがある。

非線形両性モデルの数学的性質は検討が始まったばかりであり、古典的な再生産論にかわる非線形再生産論とでもいうべきものが構成できるのかどうかは未だ不明である。今後はそうしたペア形成による再生産の動態モデルの数学的形式理論を整備するとともに、結婚関数などの実証データにもとづく同定とシュミレーション等、結婚現象そのもののミクロ的観察と理論が必要とされよう。要するに結婚ないしペア形成やmatingそのものの実体人口学的研究がもっとなされるべきである。また現実の結婚市場では人間の行動様式は固定的ではなく、状況に応じて変化している。従って固定的な結婚関数は、ある種の市場均衡を反映したものかもしれないが、いずれにせよ時間的不変性は長期的には現実的ではないであろう。そうした意味では、固定的再生産構造を仮定する理論の彼方に、いわば結婚市場における需給状況を反映して再生産軌道を変化させうるような理論構成を展望するべきなのかもしれない。

5　エイジ・シフトの効果：ミクロ変動のマクロ的帰結

一般的な人口問題に関する論説においては、もっぱら合計特殊出生率（ＴＦＲ）や純再生産率（ＮＲＲ）等の要約出生率指標によって表現される出生力の動向が将来の人口増加ないし人口減少を決定するものとして暗黙のうちに前提とされて語られる事がほとんどであるように見受けられる。ところがこれらの指標は出生率実現のタイミングを無視した指標であるために、長期的な人口のダイナミクスをより直接に反映している安定人口パラメータの動きについて必ずしも正確な印象を与えることができない。

本節では、出生率のタイミング変化を年齢別出生率関数ないしは純再生産関数のエイジ・シフト(age shiht)として単純にモデル化したうえで、それが自然成長率（安定人口成長率またはマルサス径数）や人口モーメントというマクロな Population Dynamics の指標に与える影響についてのいくつかの簡単な結果を示す。ここでエイジ・シフトとは、何らかの年齢の関数（年齢別スケジュール）$f(a)$, $a \geq 0$があったとき、これを一定時間 τ だけ移動させた新しいスケジュール

$f_\tau(a)$ に置き換える作用を言う。ここで $\tau > 0$ の場合は

$$f_\tau(a) = \begin{cases} f(a-\tau), & \tau \le a \\ 0, & 0 \le a < \tau \end{cases} \tag{5.1}$$

であり、正のエイジ・シフトと呼ぼう。$\tau < 0$であれば

$$f_\tau(a) = f(a-\tau),\ a \ge 0 \tag{5.2}$$

であり、負のエイジ・シフトと言うことにする。

以下ではまず出生率関数におけるＴＦＲの低下とエイジ・シフトが自然成長率に及ぼす影響について摂動論的に考察することで、人口置き換え水準以下の低出生力のもとでは、両者が自然成長率に対して相反する影響を及ぼしうることを示す。ついで、人口置換水準を上回るＴＦＲをもつ人口に対して、ＴＦＲまたはＮＲＲの縮小とエイジ・シフトという調整手段をコーホート的に適用した場合に得られる人口モーメント公式を導くことで、タイミング調整が完結出生力水準の調整とは異なる人口レギュレーションの手段として有効であることを示す。

5.1 晩婚化は自然成長率の低下を意味するか？

1970年代後半から始まった日本の出生率の低下が主に結婚力の変動、すなわち晩婚化（タイミングの遅れ）と非婚化（生涯未婚率の上昇）によって引き起こされてきていることは、現在では定説として広く受容されてきている。日本人口のように婚姻外での出生が例外的である状況では、晩婚化は結果としてコーホートの完結出生力水準の縮小と晩産化（出産時期の遅れ）をもたらすからである。出産時期の遅れだけでも期間ＴＦＲの低下のかなりの部分を説明できることを注意しておこう (稲葉 1986, 1992, Inaba 1995)。こうした晩婚化や未成年期の延長という現象は日本だけに限られたものではなく、イタリア等の南ヨーロッパ、地中海沿岸諸国等においても観察されるものであり、低出生力人口のマクロ動態に大きな影響を与えるものとして注目されてきている (Manfredi and Billari 1997)。

しかし出生率の低下が問題とされる場合、ＴＦＲやＮＲＲ等の出生率の要約指標の低下と、そのマクロ的長期的帰結である人口の成長力の減衰とがあたかも全く同義であるかのように考えるのは正確な認識とは言えない。人口増加の潜在的能力を直接的に表現しているのは自然成長率であって、それと出生率指標の関係はそれほど自明なものではないからである。特に出産スケジュールの遅れは自然成長率に対して必ずしも一義的な結果を導かないことは既に指摘されてきているが、この点を以下では主に Arthur (1984) の議論をもとに示していこう。

周知のように単性の封鎖人口の自然成長率を λ_0 とすれば、λ_0 は以下のロトカの特性方程式の実根として得られる：

$$\int_0^\infty e^{-\lambda_0 a}\beta(a)\ell(a)da = 1 \tag{5.3}$$

ただしここで $\beta(a)$ は単性の年齢別出生率、$\ell(a)$ は生残率を表す関数であり、$\phi(a) := \beta(a)\ell(a)$ は純再生産関数と呼ばれる。このとき純再生産率（ＮＲＲ）は

$$R_0 = \int_0^\infty \beta(a)\ell(a)da \tag{5.4}$$

であるから、例えば

$$\lambda_0 > 0 \ \Leftrightarrow\ R_0 > 1; \quad \lambda_0 < 0 \ \Leftrightarrow\ R_0 < 1 \tag{5.5}$$

となるから、自然成長率の正負は R_0 と１の大小関係に対応している。また人口置き換え水準(または臨界出生率）は TFR/R_0 で与えられるから、R_0 と１の大小関係は人口置き換え水準とＴＦＲの大小関係と一致している。しかし当然ながら λ_0 は R_0 によっては一意的にきまらず、両者の間に単調な関係もない。すなわち R_0 は λ_0 の情報の一部しか反映していない。

そこでＴＦＲの低下とエイジ・シフトの自然成長率への影響を考えてみよう。特性方程式(5.3)において、出生力関数が$\Delta\beta(a)$ の摂動を受けたとして、対応する自然成長率の変化を$\Delta\lambda_0$としよう。

$$\int_0^\infty e^{-(\lambda_0+\Delta\lambda_0)a}(\beta(a)+\Delta\beta(a))\ell(a)da = 1 \tag{5.6}$$

ここで$e^{-(\lambda_0+\Delta\lambda_0)a}$をテイラー展開して二次以上の変位を無視すれば、

$$\int_0^\infty e^{-\lambda_0 a}\Delta\beta(a)\ell(a)da - \Delta\lambda_0\int_0^\infty ae^{-\lambda_0 a}\beta(a)\ell(a)da = 0 \tag{5.7}$$

従って以下を得る(Arthur 1984)：

$$\Delta\lambda_0 = \frac{1}{T}\int_0^\infty e^{-\lambda_0 a}\Delta\beta(a)\ell(a)da \tag{5.8}$$

ここで T は安定人口分布における平均出産年齢（あるいは平均世代間隔）である：

$$T := \int_0^\infty ae^{-\lambda_0 a}\beta(a)\ell(a)da \tag{5.9}$$

そこで具体的に計算を行うために

$$\Delta\beta(a) = (1-k)\beta_T(a) - \beta(a) \tag{5.10}$$

とおこう。すなわち出生率関数は形状を変えないまま、$(1-k)$ 倍され、τ だけエイジ・シフトを起こしたと仮定する。このとき

$$\Delta\lambda_0 = \frac{1}{T}\left((1-k)e^{-\lambda_0\tau}\int_0^\infty e^{-\lambda_0 a}\beta(a)\ell(a+\tau)da - 1\right) \tag{5.11}$$

となることは容易にわかる。積分項を計算するために、近似的に再生産年齢においては死亡力は一定値 μ をとると仮定すれば、

$$\ell(a+\tau) = e^{-\mu\tau}\ell(a) \tag{5.12}$$

であるから、以下を得る：

$$\Delta\lambda_0 = \frac{1}{T}((1-k)e^{-(\lambda_0+\mu)\tau} - 1) \tag{5.13}$$

(5.11) において $k=0$、$\tau>0$、すなわち出産タイミングの遅れというエイジ・シフトだけが発生する場合を考えれば

$$\Delta\lambda_0 > 0 \;\Leftrightarrow\; \lambda_0 < -\mu \tag{5.14}$$

すなわち摂動のない場合の再生産力がそもそも人口置換水準以下であって、自然成長率が $-\mu$ より小であれば、晩産化は自然成長率を増大させる。この一見逆説的な現象は、晩産化が平均世代間隔を増加させて世代の回転率を低下させると考えれば理解されるであろう。一方、当然ながらもし摂動前の自然成長率が正であれば、エイジ・シフトは常に自然成長率を減少させるが、この点は既にロトカの時代に知られていたことである (Dublin and Lotka 1925)。

また $\tau=0$ であれば

$$\Delta\lambda_0 = -\frac{k}{T} \tag{5.15}$$

であるから、ＴＦＲの減少は常に自然成長率の減少を招くが、減少幅は安定人口の平均出産年齢に反比例する。

最後に $k>0$、$\tau>0$、すなわちＴＦＲの減少と出産タイミングの遅れの両方が発生する場合を考えれば：

$$\Delta\lambda_0 > 0 \;\Leftrightarrow\; \lambda_0 < \frac{\log(1-k)}{\tau} - \mu \tag{5.16}$$

すなわちこの場合も摂動以前の自然成長率が負で、その絶対値がある程度大きければ、摂動を受けた人口の自然成長率は増大しうる。従って以上の観察を要約すれば、以下のような人口学的かつ否定的な命題を得る：

命題 5.1 人口置換水準以下のＴＦＲを持つ人口に関しては、晩産化が自然成長率の低下をもたらすとは必ずしも言えない。

それでは1970年代後半から現在に至るまで、人口置き換え水準以下において発生している日本の晩婚化・晩産化過程については、それが自然成長率で測られる再生産力を低下させているといいうるであろうか？ 無論、この場合、λ_0 がゼロに近い水準からスタートすれば条件(5.16)は成り立たないから、自然成長率が低下したことは明らかであるが、それはエイジ・シフトによって緩和されてもいるから、その効果がどれほどであったかを考えることは興味がある。特に自然成長率が減少するに従って、エイジ・シフトによる自然成長率の下支えの効果は増大するであろう。

日本の晩婚化プロセスはベビーブームコーホート以降に生まれた世代で進行していると考えられるから、完結したコーホートデータは得られない。そこで期間的データによって試算をおこなってみよう。表１は1975年、85年、95年の日本の女子人口のＴＦＲと自然成長率(λ_0)、安定人口平均世代間隔(Tの近似値)および近似公式(5.12)を適用した場合の μ の値である。μ 以外の値は1999年版「人口統計資料集」(国立社会保障・人口問題研究所) より得たものを用い、死亡率 μ の値は各年の生命表から得られる15歳から50歳までの生命表生存率の自然対数に直線回帰をおこなって得た。

表１　安定人口のパラメータ値の例

year	TFR	λ_0	T	μ
1975	1.91	-0.00354	27.47	0.0010
1985	1.76	-0.00586	28.32	0.0007
1995	1.42	-0.01280	29.51	0.0006

表２　摂動計算の例

	$\Delta\lambda_0$	$\Delta\lambda_0/\lambda_0 \times 100$
$1975 \to 1985$ $(\tau > 0)$	-0.00284	80.2
$1975 \to 1985$ $(\tau = 0)$	-0.00291	82.2
$1985 \to 1995$ $(\tau > 0)$	-0.00618	105
$1985 \to 1995$ $(\tau = 0)$	-0.00671	114

表２は摂動計算の例であるが、例えば１行目は、1975年の安定人口を基準として、そこに$28.32 - 27.47 = 0.85$年のエイジ・シフトがおこり、$1 - k = 1.76/1.91 = 0.92$のＴＦＲ低下が発生して、出生率パターンを変えないまま1985年の再生産スケジュールに移行した場合の自然成長率の変化

を表している。2行目は同様の仮定で、しかもエイジ・シフトが起こらない場合の数値である。すなわちこの変化によって、1975年の自然成長率の80.2パーセントの低下が起こったが、もしエイジ・シフトがなく、8パーセントのＴＦＲ低下のみが発生していれば、82.2パーセントの減少がおこったはずであり、0.85年のエイジ・シフトによって、もとの自然成長率の約2パーセントの上昇がおこったことになる。この場合ＴＦＲの減少による自然成長率の低下の効果は圧倒的に大である。同様に1985年の安定人口において$29.51 - 28.32 = 1.19$年のエイジ・シフトがおこり、$1 - k = 1.42/1.76 = 0.81$のＴＦＲ低下が発生したとすれば、もと自然成長率の105パーセントの低下が発生するが、もしエイジ・シフトがなく、19パーセントのＴＦＲ低下のみが発生していれば、114パーセントの減少がおこったはずである。すなわち1.19年のエイジ・シフトによって、もとの自然成長率の約9パーセントの上昇がおこったことになる。ＴＦＲが小さいほどエイジ・シフトによる自然成長率の下支え効果が大きくなってくることが了解されよう。

以上は摂動論的な近似計算による考察であったが、まったく一般的に以下の定理が成り立つことがわかっている (Busenberg and Iannelli 1985)：

命題 5.2 摂動された出生率 $\beta_\tau(a)$ に対応する自然成長率を $\lambda_0(\tau)$ とすれば、$\lambda_0(\tau)$ は τ の微分可能な関数であり、$d\lambda_0(\tau)/d\tau < 0$ となる必要十分条件は以下で与えられる：

$$\lambda_0(\tau) + \int_0^\infty \mu(a)\ell(a)e^{-\lambda_0(\tau)a}\beta_\tau(a)da > 0 \tag{5.17}$$

ここで $\mu(a)$ は a 歳の瞬間的死亡率である。またこの条件は以下の条件と同値である：

$$\mathcal{M} := \int_0^\infty \beta_\tau(a)\frac{dp^*(a)}{da}da < 0 \tag{5.18}$$

ただしここで $p^*(a)$ は $\lambda_0(\tau)$ に対応する正規化された安定年齢分布である：

$$p^*(a) = \frac{e^{-\lambda_0(\tau)a}\ell(a)}{\int_0^\infty e^{-\lambda_0(\tau)a}\ell(a)da} \tag{5.19}$$

ここ指標 $\mathcal{M}$ は出生力モーメント (fertility momentum) と呼ばれる。すなわち出生力モーメントが負であることが、摂動された自然成長率が減少するための必要十分条件である。条件(5.18)から、自然成長率が負の領域では、出生率モーメントが正でありうることがわかる。すなわち人口置換水準を下回る出生率においてはエイジ・シフトは必ずしも自然成長率を低下させないことが一般的に証明される。

上で見たように、一般に晩婚化による完結出生力の低下は晩産化よりもはるかに大きな効果を自然成長率に対して与えるから、「晩婚化は自然成長率の低下を意味するか？」という問いにはイ

エスと答えるのは概ね妥当ではあるが、完結出生力の変化が見られなくなるような限界的な状況では必ずしもそうではない。しかも(5.13)において、$k=0$, $\lambda_0 < -\mu$ かつ $\tau < 0$ であれば常に $\Delta\lambda_0 < 0$ であるから、完結出生力水準が人口置き換え水準以下という状況を変えないまま、早婚ないし早期の出産を奨励すれば自然成長率は低下してしまう。

5.2　人口モーメントへの影響

一般に発展途上諸国における家族計画のような人口のレギュレーション（調整）の問題においては、増加中の人口の再生産力を調整して最終的には定常人口を実現することに関心がもたれるが、ＴＦＲないしＮＲＲをコントロール変数と考えた場合、その応答はきわめて緩慢であって、たとえば増加中の人口の R_0 を急速に人口置換水準まで低下させても、ただちに人口規模の縮小をもたらすわけではなく、最終的な定常人口サイズは初期人口をかなり上回るものとなる。この人口のもつ「慣性」（モーメント）の測度としてはキーフィッツのモーメント公式が有名である(Keyfitz 1985)。

いま初期時刻においては人口は安定分布をしており、その分布を

$$p(a) = B_0 e^{-\lambda_0 a}\ell(a), \tag{5.20}$$

とおき、その純再生産率を $R_0 = \int_0^\infty \phi(a)da > 1$ とする。ここで λ_0 は自然成長率、$\ell(a)$ は生残率関数、$\phi(a)$ は純再生産関数である。そこで時刻 $t=0$ 以後は純再生産関数のパターンはそのままで R_0 が1に調整されると仮定する。このとき最終的に出現する定常人口のサイズ $N(\infty)$ と初期人口規模 $N(0)$ の比

$$M_p := \frac{N(\infty)}{N(0)}, \tag{5.21}$$

をキーフィッツにならって人口成長のモーメントとよび、M_pで表そう。このとき以下が成り立つことが容易に示される：

$$M_p = \frac{b_0 e_0}{\lambda_0 \alpha}\left(\frac{R_0 - 1}{R_0}\right). \tag{5.22}$$

ここで b_0 は初期安定人口の粗出生率、e_0 は平均寿命、α は定常状態での平均再生産年齢であり、おのおの

$$b_0 := \frac{1}{\int_0^\infty e^{-\lambda_0 a}\ell(a)da}, \quad e_0 := \int_0^\infty \ell(a)da, \quad \alpha := \int_0^\infty a\frac{\phi(a)}{R_0}da, \tag{5.23}$$

で与えられる。

しかしながら純再生産率がある一時点で期間的に調整されるというキーフィッツの公式の想定は、R_0 調整による人口定常化の結果としての定常人口サイズの下限を与えるためのものであって、実行可能性からすれば全く非現実的である。これに対して、コーホート的に R_0 を調整することは、より現実的である。実際、完結出生力水準に関する個体の家族計画はコーホート上で世代毎に実現されたはずだからである。そこで初期人口は安定分布 $p(a) = B_0 e^{-\lambda_0 a}\ell(a)$ であるが、キーフィッツの想定と異なって、$t = 0$ 以降に生まれた人口の純再生産率が $\phi(a-\tau)/R_0,\ \tau > 0$ となったと仮定しよう。すなわち初期時刻以後に生まれた世代は「二子政策」と晩産化政策（エイジ・シフト）を実行する。ただし厳密にはシフトは出生率関数に発生するのであるが、簡単のため以下ではまず純再生産関数に発生すると考える。このような仮定のもとでのモーメント公式として以下が得られる(稲葉 2000b)：

$$M_c = \frac{b_0 e_0 (R_0 - 1)}{\lambda_0(\alpha + \tau)} = \frac{R_0 \alpha}{\alpha + \tau} M_p, \tag{5.24}$$

ただし M_c はコーホート的調整による人口モーメントである。

キーフィッツのモーメント公式は初期人口が既に定常人口 ($R_0 = 1$) の場合には定義上適用されないが、すでに定常化した人口においてもエイジ・シフトは実行できる。その場合のモーメント公式としては

$$M_c = \frac{B(\infty) e_0}{B_0 e_0} = \frac{\alpha}{\alpha + \tau}, \tag{5.25}$$

を得る。ただし

$$\alpha := \int_0^\infty a\phi(a)da, \tag{5.26}$$

である。従って晩産化によって最終的な出生率 $B(\infty)$ は B_0 より小さくなり、逆に早産化すれば B_0 より大きくなる。

(5.24) においては $R_0 > 1$ であると仮定しているから、$\tau = (R_0 - 1)\alpha$ と $\tau > 0$ を選べば、$M_c = M_p$ となる。すなわち２子政策と晩産化政策を併用するというマイルドな家族政策によって、期間ＴＦＲの人口置換水準への瞬間的調整という限界的な政策によって得られるのと同様な定常人口規模を実現できることがわかる。無論、実現可能な遅れ τ の値は $\alpha = 25$ とすれば高々 $\tau = 5$ 年程度であろうから、R_0 が高々1.2程度でなければ、こうした方策は十分には達成されない。しかしこの例が示していることは、家族政策というと最終的な子供数ばかりが注目されるが、タイミングも重要な人口レギュレーションの手段であるということである。家族にとって子供数を制限することは、文化的規範や経済的な条件によっては受け入れがたいものであっても、出生タイ

ミングの調整はずっと受け入れやすい手段であろう。

また(5.25)は純再生産率が不変でも、エイジ・シフトのみによって定常人口規模は$\alpha/(\alpha+\tau)$倍に減少させられることを示している。この場合、過渡的には期間ＮＲＲはコーホートＮＲＲの変化がないにもかかわらず低下して、再生産期間に相当する時間が経過すれば期間ＮＲＲは初期の水準に復帰してくる。したがって、個体に即して言えば、ファミリーサイズは不変であるから、期間ＮＲＲの減衰と再上昇は再生産力の真の変動を反映していないと見えるであろう。一方、終局的に復活する定常状態規模は初期の定常人口規模よりも真に小であるから、その平均の家族規模と平均世代間隔が実現できる定常人口サイズが縮小したという意味で、再生産力は失われたと言いうるであろう。

6　第１部：要約と考察

はじめに述べたように本研究の意図は、古典的な人口モデルに代えて、近年における日本の出生力変動に適合的な人口再生産モデルを開発することにあった。日本および南欧諸国などにおける人口変動は主に結婚力の変化に主導されており、この変化はやがては結婚出生力の変化をもたらすと考えられる。従ってモデルは結婚という現象を再生産過程の必須の条件として明示的に取り入れたものでなければならない。

第２節においては結婚を安定人口モデルに取り入れたもっとも単純な試みとして、初婚再生産モデルを示した。これは初婚のカップルのみが再生産をおこなうという仮定によるモデルであるが、日本人口においてはこの仮定は第一次近似としては有効である。結果として、結婚力を統合した人口再生産力の新しい指標が得られた。結婚出生力のデータと結婚力変動に関する一定の仮定のもとでのシュミレーションは、70年代以降における期間TFRの低下の様子が、初婚再生産モデルによってかなりの部分まで定性的かつ定量的に説明しうることを示している。しかし、現実の出生力低下には、このようなメカニズムだけでは説明しきれない部分が残るようである。このモデルにおいては結婚出生力と結婚力は独立であるという仮定にたっているが、実際にはその間に相互作用があると考えられ、それが晩婚化の進展にともなう結婚出生力の変容をもたらしているのかもしれない。

第３節においては初婚再生産モデルの発展形態として、再婚者の再生産をも考慮に入れたモデルを定式化してその性質を調べた結果を示した。このモデルにおいても人口再生産指標を結婚力レベルと結婚出生力レベルへ要素分解することができる。しかしこの場合は、結婚市場および再

生産過程における人口の同質性仮定が問題となる。すなわち再婚者の結婚行動や、出産行動は一般に初婚者のそれとは、何らかの程度で異なっているであろうし、特にパリティによる影響は無視できないと考えられる。こうした点を考慮してモデルを拡張することは形式的には困難ではないが、モデルの解析や操作可能性は制限されざるを得ない。またデータの制約はより厳しいものとなるであろう。しかしコンピュータシュミレーションの基本モデルとしては有効であろう。

上記で述べたモデルは線型単性モデルであり、男女のペア形成という側面のもつ非線形相互作用としての性質を考慮していない点で本質的な限界をもっている。そこで第４節においてはペア形成をとりいれた非線形人口成長モデルに関する結果を述べた。モデル化における主要な困難は、ペア形成関数（結婚関数）としてどのようなものが適切であるかについての十分な研究がないことである。理論的に適切と思われ、数学的に操作可能な関数として調和平均型の結婚関数がしばしば用いられてきたが、そのデータへの適合度は高くないことが知られている。この点について今後の実体的な研究に待つところが大きい。一方、モデルの現象的な帰結としてマルサス的な成長が可能であることは示されたが、古典的な線型理論にみられるような閾値条件や安定性に関する結果は見いだされていない。しかしながらペア形成過程は再生産の本質的な現象であり、結婚市場の研究とともに今後の再生産理論の中心的課題であろう。

第５節においてはエイジ・シフトが自然成長率と人口モーメントに与える効果を考察し、一般に人口置換水準以下の出生力においては、晩婚化が必ずしも自然成長率の低下を導くわけではないことを示した。これは個体レベルにおける人口学的イベントの変動と人口レベルにおける変化が、必ずしも直観的に考えられるほど単純な関係に立つわけではないことを示す例となっている。いままでのところ、日本の晩婚化過程においては、コーホート出生力の低下が自然成長率の低下に大きな役割を果たしているが、晩産化は自然成長率を押し上げてきているのである。出生力のエイジ・シフトは個体にとっては自己のファミリーサイズの変更を意味しないにもかかわらず、全体人口の成長率と規模を変更してしまう作用をもつ。これは年齢構造をもつ人口のサイズというものが、個体あたりの再生産数と世代の回転速度（平均世代間隔）に依存して決まっているからである。このことを利用すれば、ボンガーツ等が示したように、２子政策と晩婚化、出産間隔の延長（タイミング調整）というマイルドな政策によって、時間はかかっても、１子政策のような厳しい人口政策と同様な人口レギュレーション効果が得られるのである(Bongaarts and Greenhalgh 1985)。またこうした観点を利用すれば定常人口のダウンサイジングも可能になる。

近年では個体レベルにおける再生産行動の変化を社会経済的ないし生物学的な要因との関わり

から理解しようとする出生力のミクロ理論の発達が著しく、かつ専ら注目されているが、一般に見落とされがちなのは、個体レベルの再生産行動の変化がどのようなマクロな帰結を導くのか、という点についての認識であり、この側面こそが出生力理論をマクロな人口問題に結びつけるポイントだということである。こうした個体レベルと人口レベルを結びつける理論は、ベック、クチンスキー、ロトカ等による古典的な再生産力理論が求めていたものであり、Human Population Dynamics の本来のフィールドである。そこにおける最大の古典的成果が安定人口理論であったことは言うまでもない。今日では古典的な安定人口論は、先進諸国の人口問題のような複雑な課題に対して、あまりに素朴で無力であると受け取られがちである。しかしながら1970年代以降、多次元化によって再活性化された安定人口モデルは、本研究で示したように、個体レベルにおける人口学的事象のミクロ理論の進歩に応ずる形で人口レベルでの帰結を引き出すために、様々な個体の異質性や相互作用を考慮して拡張することが可能なのである。しかもなお両性問題のような本質的に未解決な問題を抱えていることを忘れてはならない。個体レベルにおける人口学的変動のマクロ的な帰結を導くためには、今後もより複雑な人口現象を扱えるように人口再生産モデルを拡充するとともに、実際的な応用に必要なパラメータ推定手法などを開発していくことが必要であろう。

参考文献

[1] T. Arbogast and F. A. Milner (1989), A finite difference method for a two-sex model of population dynamics, *SIAM J. Num. Anal.* 26: 1474-1486.

[2] W. B. Arthur (1984), The analysis of linkages in demographic theory, *Demography* 21(1): 109-129.

[3] J. Bongaarts and S. Greenhalgh (1985), An alternative to the one-child policy in China, *Population and Development Review* 11(4): 585-617.

[4] S. Busenberg and M. Iannelli (1985), Separable models in age-dependent population dynamics, *J. Math. Biology* 22: 145-173.

[5] J. E. Cohen (1990), Book Review: *Population System Control*, By J. Song and J. Yu. China Academic Publishers, Beijing; Springer-Verlag, Berlin 1988: *SIAM Reviews* 32: 494-500.

[6] L. I. Dublin and A. J. Lotka (1925), On the true rate of natural increase, *J. Amer. Stat. Soc*, New Series, No. 150 (Vol. XX): 305-339.

[7] A. G. Fredrickson (1971), A mathematical theory of age structure in sexual populations: Random mating and monogamous marriage models, *Math. Biosci.* 10: 117-143.

[8] K. P. Hadeler, R. Waldstätter and A. Wörz-Busekros (1988), Models for pair formation in bisexual populations, *J. Math. Biol.* 26, 635-649.

[9] K. P. Hadeler (1989), Pair formation in age-structured populations, *Acta. Applic. Math.* 14: 91-102.

[10] J. Hajnal (1965), European marriage pattern in perspective, In *Population in History*, D. V. Glass and D. E. C. Eversley (eds.), Edward Arnold, London: 101-143.

[11] L. Henry (1976), *Population: Analysis and Models*, Edward Arnold, London.

[12] F. Hoppensteadt (1975), *Mathematical Theories of Populations: Demographics, Genetics and Epidemics*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.

[13] 稲葉 寿 (1986), 期間合計特殊出生率とコーホート出生率の関係について, 「人口問題研究」 178: 48-53.

[14] 稲葉 寿 (1992), 初婚過程によって再生産される人口のダイナミカル・モデルとその応用, 「人口問題研究」 47(4): 15-34.

[15] H. Inaba (1993), *An Age-Structured Two-Sex Model for Human Population Reproduction by First Marriage*, WP-15, Institute of Population Problems, Tokyo.

[16] H. Inaba (1993), *A Mathematical Model for Human Population Reproduction by Iterative Marriage*, WP-18, Institute of Population Problems, Tokyo.

[17] H. Inaba (1995), Human population reproduction via first marriage, *Math. Popul. Studies* 5(2): 123-144.

[18] 稲葉 寿 (1997), 数理人口学の発展, 「人口学研究」第21号: 7-17.

[19] H. Inaba (2000a), Persistent age-distributions for an age-structured two-sex population model, *Mathematical Population Studies* 7(4): 365-398.

[20] 稲葉 寿 (2000b), 出生力のエイジ・シフトの効果についての注意, 「人口学研究」第26号

[21] 伊藤 達也 (1978), １９６０年以降のわが国出生変動についての人口学的一試論, 「人口問題研究」148: 24-43.

[22] 伊藤 達也・板東里江子 (1989)、１９８０年代前半における結婚出生力の動向、「人口問題研究」189: 51-69.

[23] 金子 隆一 (1991)、初婚過程の人口学的分析、「人口問題研究」47(3): 3-27.

[24] N. Keyfitz (1972), The mathematics of sex and marriage, In *6th Berkeley Symp. Math. Statist. Prob., Biology-Health Section, Part II*, Berkeley, CA: 89-108.

[25] N. Keyfitz, *Introduction to the Mathematics of Population with Revision*, Addison-Wesley, Reading, 1977.

[26] N. Keyfitz (1985), *Applied Mathematical Demography*, Second Edition, Springer-Verlag: Berlin.

[27] 黒田 俊夫 (1958), 結婚パターンの変動とその出生力に及ぼす影響の人口学的分析、「人口問題研究」71: 1-23.

[28] P. Manfredi and F. Billari (1997), Transition into adulthood, marriage and timing of life in a stable population framework, Universitá di Pisa, Dipartimento di Statistica e Matematica Applicata All'economica, Report n. 117.

[29] M. Martcheva and F. A. Milner (1996a), A two-sex age-structured population model: Well-posedness, to appear in *Math. Pop. Studies.*

[30] M. Martcheva and F. A. Milner (1996b), The mathematics of sex and marriage, revisited, preprint.

[31] T. Matsumoto, S. Oharu and H. R. Thieme (1996), Nonlinear perturbations of a class of inte gral semigroups, *Hiroshima Mathematical Journal* 26(3), 433-473.

[32] C. J. Mode, *Stochastic Processes in Demography and Their Computer Implementation*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.

[33] C. J. Mode and M. A. Salsburg (1993), On the formulation and computer implementation of an age-dependent two-sex demographic model, *Math. Biosci.* 118: 211-240.

[34] 中川 友長 (1940), 結婚と出生、「人口問題研究」1(8): 1-14.

[35] 岡崎 文規 (1941), 「結婚と人口」、千倉書房.

[36] A. H. Pollard (1948), The measurement of reproductivity, *J. Inst. Actuaries* 74: 288-318.

[37] J. H. Pollard, *Mathematical Models for the Growth of Human Populations*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1973.

[38] J. Prüss and W. Schappacher (1994), Persistent age-distributions for a pair-formation model, *J. Math. Biol.* 33: 17-33.

[39] F. Rajulton and H. Y. Lee, A semi-Markovian approach to using event history data in multiregional demography, *Math. Pop. Studies* 1(3): 289-315 (1988).

[40] K. H. Rosen (1983), Mathematical models for polygamous mating systems, *Mathematical Modelling*, 4: 27-39.

[41] R. Schoen (1988), *Modeling Multigroup Populations*, Plenum Press, New York and London.

[42] J. Song and J. Yu, *Population System Control*, Springer-Verlag, Berlin, 1988.

[43] J. Song, C. H. Tuan and J. Y. Yu (1985), *Population Control in China: Theory and Applications*, Praeger: New York.

[44] J. Song and J. Yu (1988), *Population System Control*, China Academic Publishers: Beijing, Springer-Verlag: Berlin.

[45] O. V. Staroverov (1977), Reproduction of the structure of the population and marriage, (Russian) *Ekonomika i matematiceskije metody* 13, 72-82.

[46] C. O. A. Suwunmi (1993), A model of heterosexual population dynamics with age structure and gestation period, *J. Math. Anal. Appl.* 172: 390-411.

[47] J. Trussell, A simple model of marriage and fertility, In: *International Population Conference, Manila 1981*, Vol. 1, pp. 499-508, IUSSP, Liege, 1981.

[48] J. Trussell, J. Menken and A. J. Coale, A general model for analyzing the effect of nuptiality on fertility, In: L. T. Ruzicka (ed.), *Nuptiality and Fertility*, pp. 7-27, Ordina Edition, Liege, 1982.

[49] R. Waldstätter (1990), *Models for Pair Formation with Applications to Demography and Epidemiology*, PhD Thesis, University of Tübingen.

[50] G. F. Webb (1993), Asynchronous exponential growth in differential equations with homogeneous nonlinearities, In *Differential Equations in Banach Spaces*, G. Dore, A. Favini, E. Obrecht and A. Venni (eds.), Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics 148, Dekker, New York: 225-233

Part II

日本の人口再生産構造：測定と推計

7 はじめに

将来人口推計における出生率の予測，あるいはその設定方法は，他の仮定要素である死亡率に比べ非常に難しい．それは，出生はあくまでも個人，あるいは夫婦の私的事象の結果であり，個人の意識に最終決定がゆだねられるためである．このことは死亡率の動向が個人の意識とはある程度無関係に，社会あるいは経済的な要因による影響を受けるものと比べると歴然とその違いが明確である．また，集団として観察された出生率の変動は，社会・経済的な影響を受けつつも，その影響の計測を困難にしているのは，そのような個人の意識についての定式化，あるいは数量化に限界があり，数的分析を困難なものにしているためである．さらに，出生のほとんどは，結婚状態から発生するため，結婚状態の構造的変化に大きく左右される．そして結婚状態は，婚姻，離婚ならびに死亡の動向に左右されることになる．

近年の出生率低下の起因は，女子の1970年代以降急速に進行した晩婚化による影響であった．それは晩婚化，すなわち結婚年齢の上昇により，若年齢の有配偶人口を減少させた．とくに1970年以前において出生率の高かった20歳代前半の有配偶人口の減少は，大幅な出生率の低下となり，一方，高年齢での有配偶率の上昇が高年齢出生率を若干上昇させたものの，若年齢の低下幅が大きく，その結果1970年代中葉以降，全人口の出生率である合計特殊出生率低下となった．また，結婚開始年齢の遅れは，女子の再生産期間の短縮を意味し，結婚出生率も自ずと低下をすることになる．そのような晩婚化の進行は現在も進行し，最近の傾向としては，単に晩婚化の進行のみではなく，同時に非婚化も進行しつつあることがわかってきた．このことは，従来の研究では晩婚化の背景に皆婚主義的な考え方が大勢を占めていたが，新たに非婚化現象が加わることによって，将来の動向は，より少子化の速度が増し，さらに出生率水準も低くなる可能性があることを意味している．

上記課題に対し，本研究では大きく２つの検討ならびにその分析を行った．第１は，先行研究において結婚の発生が直接的に出生率の発生に影響を及ぼすことから，結婚（初婚）率と出生率の２要素における関係をパラメータ化し，結婚の動向によって出生率の変化を説明した．今回は，そのような分析結果をふまえ，さらに構造的な拡張を行った．具体的には，結婚の動向は有配偶構造を変化させる．すなわち，直接出生を担う配偶関係構造が変化し，そのことが出生率に影響を

及ぼしている．そして，その構造から発生する出生を出生順位別に分析することにより，出生パリティ構造が明らかとなる．以上の分析を実際のコーホートデータを用いて行うことにより，加齢とともに未婚から初婚，そして有配偶（無子）から第1児出生，有配偶（子ども1人）から第2児出生，…，といった未婚者から出生を追加していく状況を明らかにするとともに，未婚で残存する割合や出生した子供数別構造も明らかにでき，実際の結婚，出生の詳細な構造的変化の観察が可能となる．そのような配偶関係構造ならびにパリティ（既存子ども数）構造の変化が，出生率に及ぼす影響を分析し，国立社会保障・人口問題研究所が平成9年に発表した『将来推計人口』の出生率仮定について，検証を試みた．

第2に，将来人口推計において，仮定された出生率が人口変動に及ぼす影響の測定を行う．それは，既に将来日本の人口総数が減少する事と，同時に少子・高齢化がさらに進行していくことは自明のことである．それらは『将来推計人口』結果でも明らかであるが，今回の分析は，将来の出生率がどのように変化するかではなく，仮定された出生率によって人口ならびに人口構造の変化についてシミュレートを行った．具体的には，近年の人口の置換水準である合計特殊出生率2.08が今すぐ実現したと仮定した場合，いつ，どの程度の人口規模で静止するか，あるいは，現状の出生率のまま一定で長期間経過した場合の人口規模，人口動態率等，実際の出生率・死亡率を用いた安定人口ならびに静止人口により，人口動態率とくに出生率水準と人口変動との関係を明らかにした．

8　コーホート別配偶関係構造分析

出生率は，一般的に出生に直接関わらない無配偶人口を含む全女子に対する率で示される．そのため，未婚率の上昇により，出生を直接担う有配偶人口が減少し，結果的に出生率の減少をもたらす．そこで，コーホート出生率の変化について，その発生母数であるコーホートの配偶関係構造がどのように変化しきたのかについて分析を行う必要がある．

コーホートの配偶関係別人口，あるいは割合を求めるには，毎年次の各歳別配偶関係別人口が必要である．配偶関係別人口は，国勢調査によって得られるものの，5年毎の統計しか存在しない．そこで，人口動態統計による各年次別初婚数，再婚数，離婚数ならびに死亡数を用いて，各年における配偶関係別人口を推定し，コーホートの配偶関係別人口構造の変遷について分析を行う．