厚生科学研究費補助金（政策科学推進研究事業）
研究報告書

出生率と初婚率予測モデルの精緻化に関する研究

主任研究者　稲葉　寿　東京大学大学院数理科学研究科助教授

研究要旨

本研究「出生率と初婚率予測モデルの精緻化に関する研究」においては、近年における我国の出生力変動とその長期的な人口動向を理解し、今後の人口予測の基礎となるような理論的フレーム、およびパラメータ推定やシミュレーション等の具体的技法を発展させることを目的とした。

周知のように 1970 年台後半に開始した我国の期間 TFR の低下は、すでに四半世紀を経過してなお止まる傾向を見せていない。人口置き換え水準を下回る出生力の低下は、先進諸国において共通に見られる現象であって、前近代的な多産多死の均衡から近代的な少産少死の均衡状態に至る人口転換（第一の人口転換）にも比すべき、おおきな文明論的な構造転換（第二の人口転換）であると考えられている。

この第二の人口転換の具体的なメカニズムは各国において多様な現れ方をしている。特に日本のそれはイタリアやスペイン等の南欧地中海諸国と共通性が高い。すなわち未成年期間ないし前婚姻期間の延長、比較的安定した婚姻と婚外出生への強い抑制がそれである。我国においても離婚や同棲の増大による婚姻の不安定化はみられるものの、その程度はまだ北ヨーロッパ、北米諸国に比較すべくもない。しかし一方で、未婚期間の延長という特性は著しいものがあり、有配偶率の低下が、この期間における日本の出生力低下を主導したことはほぼ定説となっている。従って研究は結婚という現象を再生産過程の必須の条件として明示的に取り入れたものでなければならない。

理論的な研究としては、結婚を安定人口モデルに取り入れたもっとも単純な試みとして、初婚再生産モデルを示した。これは初婚のカップルのみが再生産をおこなうという仮定によるモデルであるが、日本人口においてはこの仮定は第一次近似としては有効である。結果として、結婚力を統合した人口再生産力の新しい指標が得られた。

初婚再生産モデルの発展形態として、再婚者の再生産をも考慮に入れたモデルを定式化してその性質を調べた結巣を示した。このモデルにおいても人口再生産指標を結婚カレベルと結婚出生力レベルへ要素分解することができた。

ペア形成をとりいれた非線形人口成長モデルに関する研究では、モデル化における主要な問題は、ペア形成関数（結婚関数）としてどのようなものが適切であるかについての十分な研究がないことである。しかしながらペア形成過程は再生産の本質的な現象であり、結婚市場の研究とともに今後の再生産理論の中心的課題であろう。

エイジ・シフトが自然成長率と人口モーメントに与える効果を考察し、一般に人口置換水準以下の出生力においては、晩婚化が必ずしも自然成長率の低下を導くわけではないことを示した。これは個体レベルにおける人口学的イベントの変動と人口レベルにおける変化が、必ずしも直観的に考えられるほど単純な関係に立つわけではないことを示す例となっている。

近年では個体レベルにおける再生産行動の変化を社会経済的ないし生物学的な要因との関わりから理解しようとする出生力のミクロ理論の発達が著しく、かつ専ら注目されているが、一般に見落とされがちなのは、個体レベルの再生産行動の変化がどのようなマクロな帰結を導くのか、という点についての認識であり、この側面こそが出生力理論をマクロな人口問題に結びつけるポイントだということである。

実証的な研究からは、出生率をパリティ毎の拡大率によって観察した結果、既婚女子のパリティ拡大率は大きな変化はみられず、未婚者を含めたパリティ１拡大率のみ激減していることから、近年におけるコーホートの出生率低下は、未婚者割合の増加によることが確認された。すなわち、発生母体である配偶関係構造の変化によってもたらされた結果であることが分かった。

出生率の予測値あるいは推計の技術方法の改善は、計算手順やそれを導く公式が存在しない。そのため、出生率の予測は、出生率の今後の変化を直接推計するのではなく、出生率に影響を及ぼす要因について分析し、それらのうち推計可能な普遍的あるいはコンスタントに変化している要因を基に、出生率との関係を用いて推計することになる。そのため、今回出生率に直接影響を及ぼす結婚を軸に分析を行ったが、結婚の予測も出生率と同様に予測方法が確立しているわけではない。したがって、出生率の予測は、結婚の予測を行うことによってのみ可能となるといえる。そのため、結婚の分析が今後、最も重要となってくる。結婚の分析は、当然女子のみの分析ではなく、男子の状況をも加味しまた出生率よりも未婚者の意識結婚規範経済状態就業状態等々幅の広い分析が必要となってくる。今後今回の分析を基にして結婚変動の分析、とくに直接的に結婚動向に影響を及ぼす要因の分析が必要となってくる。

A．研究目的

近年における我国の出生力変動とその長期的な人口動向を理解し、今後の人口予測の基礎となるような理論的フレーム、およびパラメータ推定やシミュレーション等の具体的技法を発展させることを目指した。周知のように1970年台後半に開始された我国の期間TFRの低下は、すでに四半世紀を経過してなお止まる傾向を見せていない。人口置き換え水準を下回る出生力の低下は、先進諸国において共通に見られる現象であって、前近代的な多産多死の均衡から近代的な少産少死の均衡状態に至る人口転換(第一の人口転換)にも比すべき、おおきな文明論的な構造転換(第二の人口転換)であると考えられている。

この第二の人口転換の具体的なメカニズムは各国において多様な現れ方をしている。特に日本のそれはイタリアやスペイン等の南欧地中海諸国と共通性が高い。すなわち未成年期間ないし前婚姻期間の延長、比較的安定した婚姻と婚外出生への強い抑制がそれである。明らかに、我国においても離婚、同棲の増大による婚姻の不安定化はみられるものの、その程度はまだ北ヨーロッパ、北米諸国に比較すべくもない。しかし一方で、未婚期間の延長という特性は著しいものがあり、特に女性の有配偶率の低下が、この期間における日本の出生力低下を主導したことはほぼ定説となっている。

こうした事態は、伝統的な人口理論、特に出生力理論および安定人口理論に対して反省を迫るものであった。実際、戦後欧米諸国を中心に発達した出生力のモデルは、それが主に第一の人口転換における出生力変動過程を念頭においたものであったために、もっぱら結婚出生力を焦点とする研究であったからである。無論、結婚出生力はなお出生力理論の中心でありつづけることは間違いないが、結婚というメカニズムが変動している状況においては・それを結婚ないしペア形成のダイナミズムのなかにおきなおして、未婚状態や離婚状態との関連のなかで位置づける必要があるのである。我国においても結婚力の影響についての意識は、最近に至るまで強いものではなかった。しかし同時に、我国においては中川(1940)、岡崎(1941)等の戦前における結婚力研究をふまえて、黒田、伊藤らによって独自に結婚力の再生産理論への統合が考えられていたことは注目に値する。また最近では、日本と同様に未成年期間の延長と出生力の減退が激しいイタリア等においても同様な問題関心のもとで研究が進められてきている。上記の視点から、第一に結婚現象を考慮にいれて安定人口モデルを拡張する試みを行った。第二に最終年度の研究成果として具体的な統計からのパラメータ推定と安定人口モデルを用いたいくつかのシミュレーション結果を示すことにする。

B．研究方法

理論的な研究に関しては数理人口学の手法を用い解析学的な研究を行った。すなわち、再生産現象の過程に配偶構造と結婚持続時間を考慮した女性人口の再生産モデルを数理人口学的に考察する。

実証モデルの研究においては、国勢調査、人口動態統計などの既存統計をもとに形式人口学的モデルを用いマクロシミュレーション分析手法を用い分析を行った。

C．研究結果と考察

本研究の意図は、古典的な人口モデルに代えて、近年における日本の出生力変動に適合的な人口再生産モデルを開発することにあった。日本および南欧諸国などにおける人口変動は主に結婚力の変化に主導されており、この変化はやがては結婚出生力の変化をももたらすと考えられる。従ってモデルは結婚という現象を再生産過程の必須の条件として明示的に取り入れたものでなければならない。

結婚を安定人口モデルに取り入れたもっとも単純な試みとして、初婚再生産モデルを示した。これは初婚のカップルのみが再生産をおこなうという仮定によるモデルであるが、日本人口においてはこの仮定は第一次近似としては有効である。結果として、結婚力を統合した人口再生産力の新しい指標が得られた。結婚出生力のデータと結婚力変動に関する一定の仮定のもとでのシミュレーションは、70年代以降における期間TFRの低下の様子が、初婚再生産モデルによってかなりの部分まで定性的かつ定量的に説明しうることを示している。しかし、現実の出生力低下には、このようなメカニズムだけでは説明しきれない部分が残るようである。このモデルにおいては結婚出生力と結婚力は独立であるという仮定にたっているが、実際にはその間に相互作用があると考えら狐それが晩婚化の進展にともなう結婚出生力の変容をもたらしているのかもしれない。

初婚再生産モデルの発展形態として、再婚者の再生産をも考慮に入れたモデルを定式化してその性質を調べた結果を示した。このモデルにおいても人口再生産指標を結婚力レベルと結婚出生力レベルへ要素分解することができる。しかしこの場合は、結婚市場および再生産過程における人口の同質性仮定が問題となる。すなわち再婚者の結婚行動や、出産行動は一般に初婚者のそれとは何らかの程度で異なっているであろう。特にパリテイによる影響は無視できないと考えられる。こうした点を考慮してモデルを拡張することは形式的には困難ではないが、モデルの解析や操作可能性は制限されざるを得ない。またデータの制約はより厳しいものとなるであろう。しかしコンピュータシミュレーションの基本モデルとしては有効であろう。上記で述べたモデルは線型単性モデルであり、男女のペア形成という側面のもつ非線形相互作用としての性質を考慮していない点で本質的な限界をもっている。そこで、ペア形成をとりいれた非線形人口成長モデルに関する研究を行った。モデル化における主要な問題は、ペア形成関数(結婚関数)としてどのようなものが適切であるかについての十分な研究がないことである。理論的

に適切と思われ、数学的に操作可能な関数として調和平均型の結婚関数がしばしば用いられてきたが、そのデータへの適合度は高くないことが知られている。この点について今後の実体的な研究に待つところが大きい。一方、モデルの現象的な帰結としてマルサス的な成長が可能であろことは示されたが、古典的な線型理論にみられるような閾値条件や安定性に関する結果は見いだされていない。しかしながらペア形成過程は再生産の本質的な現象であり、結婚市場の研究とともに今後の再生産理論の中心的課題であろう。

エイジ・シフトが自然成長率と人口モーメントに与える効果を考察すると、一般に人口置換水準以下の出生力においては、晩婚化が必ずしも自然成長率の低下を導くわけではないことを示した。これは個体レベルにおける人口学的イベントの変動と人口レベルにおける変化が、必ずしも直観的に考えられるほど単純な関係に立つわけではないことを示す例となっている。いままでのところ、日本の晩婚化過程においては、コーホート出生力の低下が自然成長率の低下に大きな役割を果たしているが、晩産化は自然成長率を押し上げてきているのである。出生力のエイジ・シフトは個体にとっては自己のファミリーサイズの変更を意味しないにもかかわらず、全体人口の成長率と規模を変更してしまう作用をもつ。これは年齢構造をもつ人口のサイズというものが、個体あたりの再生産数と世代の回転速度(平均世代間隔)に依存して決まっているからである。このことを利用すれば、ボンガーツ等が示したように、2 子政策と晩婚化、出産間隔の延長(タイミング調整)というマイルドな政策によって、時間はかかっても、1 子政策のような厳しい人口政策と同様な人口レキュレーション効果が得られる。またこうした観点を利用すれば定常人口のダウンサイジングも可能になる。

近年では個体レベルにおける再生産行動の変化を社会経済的ないし生物学的な要因との関わりから理解しようとする出生力のミクロ理論の発達が著しく、かつ専ら注目されているが、一般に見落とされがちなのは、個体レベルの再生産行動の変化がどのようなマクロな帰結を導くのか、という点についての認識であり、この側面こそが出生力理論をマクロな人口問題に結びつけるポイントだということである。こうした個体レベルと人口レベルを結びつける理論は、ペック、クチンスキー、ロトカ等による古典的な再生産力理論が求めていたものである。今日では古典的な安定人口論は、先進諸国の人口問題のような複雑な課題に対して、あまりに素朴で無力であると受け取られがちである。しかしながら 1970 年代以降、多次元化によって再活性化された安定人口モデルは、本研究で示したように、個体レベルにおける人口学的事象のミクロ理論の進歩に応ずる形で人口レベルでの帰結を引き出すために、様序な個体の異質性や相互作用を考慮して拡張することが可能なのである。しかもなお両性問題のような本質的に未解決な問題を抱えていることを忘れてはならない。個体レベルにおける人口学的変動のマクロ的な帰結を導くためには、今後もより複雑な人口現象を扱えるように人口再生産モデルを拡充するとともに、実際的な応用に必要なパラメータ推定手法などを開発していくことが必要であろう。

実証的な研究から得られた結果は次の通りである。第1は，先行研究において結婚の発生が直接的に出生率の発生に影響を及ぼすことから、結婚（初婚）率と出生率の２要素における関係をパラメータ化し、結婚の動向によって出生率の変化を説明した。今回は，そのような分析結果をふまえ，さらに構造的な拡張を行った。具体的には、結婚の動向は有配偶構造を変化させる。すなわち，直接出生を担う配偶関係構造が変化しそのことが出生率に影響を及ぼしている。そしてその構造から発生する出生を出生順位別に分析することにより、出生パリティ構造が明らかとなる。以上の分析を実際のコーホートデータを用いて行うことにより、加齢とともに未婚から初婚、そして有配偶（無子）から第１児出生，有配偶（子ども１人）から第２児出生、・・・、といった未婚者から出生を追加していく状況を明らかにするとともに、未婚で残存する割合や出生した子供数別構造も明らかにでき、実際の結婚出生の詳細な構造的変化の観察が可能となった。

第２に将来人口推計において仮定された出生率が人口変動に及ぼす影響の測定を行う。それは既に将来日本の人口総数が減少する事と同時に少子・高齢化がさらに進行していくことは自明のことである。それらは『将来推計人口』結果でも明らかであるが今回の分析は将来の出生率がどのように変化するかではなく，定された出生率によって人口ならびに人口構造の変化についてシミュレートを行った。

D．結論

理論的な研究から導かれた結論は、近年では個体レベルにおける再生産行動の変化を杜会経済的ないし生物学的な要因との関わりから理解しようとする出生力のミクロ理論の発達が著しく、かつ専ら注目されているが、一般に見落とされがちなのは、個体レベルの再生産行動の変化がどのようなマクロな帰結を導くのか、という点についての認識であり、この側面こそが出生力理論をマクロな人口問題に結びつけるポイントだということである。こうした個体レベルと人口レベルを結びつける理論は、ペック、クチンスキー、ロトカ等による古典的な再生産力理論が求めていたものである。今日では古典的な安定人口論は、先進諸国の人口問題のような複雑な課題に対して、あまりに素朴で無力であると受け取られがちである。しかしながら 1970 年代以降、多次元化によって再活性化された安定人口モデルは、本研究で示したように、個体レベルにおける人口学的事象のミクロ理論の進歩に応ずる形で人口レベルでの帰結を引き出すために、様序な個体の異質性や相互作用を考慮

して拡張することが可能なのである。しかもなお両性問題のような本質的に未解決な問題を抱えていることを忘れてはならない。個体レベルにおける人口学的変動のマクロ的な帰結を導くためには、今後もより複雑な人口現象を扱えるように人口再生産モデルを拡充するとともに、実際的な応用に必要なパラメータ推定手法などを開発していくことが必要であろう。

実証的な研究からは、直接出生を担う配偶関係構造の変化、とその構造から発生する出生を出生順位別に推定し、出生パリティ構造が明らかとなった。この様な配偶関係を考慮した人口予測手法は、国立社会保障・人口問題研究所が平成９年に発表した『将来推計人口』の出生率仮定設定では未だ実現されておらず、出生率仮定予測の新たな手法として提案できた。

安定人口理論に基づく男女両性のシミュレション結果から、近年の人口の置換水準である合計特殊出生率２．０８が今すぐ実現したと仮定した場合、いつ、どの程度の人口規模で静止するか、あるいは、現状の出生率のまま一定で長期間経過した場合の人口規模、人口動態率等、実際の出生率・死亡率を用いた安定人口ならびに静止人口により、人口動態率とくに出生率水準と人口変動との関係を明らかにした。

Ｅ．研究発表

１．論文発表

Hisashi Inaba," Persistent age-distributions for an age-structured two-sex population model" , Paper presented at the Workshop on Nonlinear Demography, Rostock (1998) to appear in Mathematical Population Studies

稲葉寿「出生力のエイジ・シフト効果についての注意」『人口問題研究』第２６号、2000 年刊行予定

２．学会発表

Hisashi Inaba, "age-distributions for an age-structured two-sex population model", Max Planck Institute for Demographic Research, Rostock, Germany, May 26-28, 1998

稲葉寿「両性人口モデルの Persistent Solutions について」、第６回数理生物学シンポジウム、京都大学数理解析研究所、1998 年 10 月

稲葉寿「関数方程式の方法とその応用」、『人口と伝染病の数理共同研究集会』京都大学数理解析研究所、1998 年 11 月

稲葉寿「出生力のエイジ・シフトの効果について」第５２回日本人口学会大会（札幌市）、2000 年６月（予定）

石川晃「人口移動と両性を考慮した安定人口モデル」第５２回日本人口学会大会（札幌市）、2000 年６月（予定）

Ｆ．知的所有件の取得状況

なし

平成１１年度厚生科学研究報告書
出生率と初婚率予測モデルの精緻化に関する研究

主任研究者　稲葉　寿

目 次

Part I

結婚による人口再生産：理論的研究

1 はじめに

厚生科学研究費補助金による研究課題「出生率と初婚率予測モデルの精緻化に関する研究」においては、近年における我国の出生力変動とその長期的な人口動向を理解し、今後の人口予測の基礎となるような理論的フレーム、およびパラメータ推定やシュミレーション等の具体的技法を発展させることが目指された。

周知のように1970年台後半に開始された我国の期間TFRの低下は、すでに四半世紀を経過してなお止まる傾向を見せていない。人口置き換え水準を下回る出生力の低下は、先進諸国において共通に見られる現象であって、前近代的な多産多死の均衡から近代的な少産少死の均衡状態に至る人口転換（第一の人口転換）にも比すべき、おおきな文明論的な構造転換（第二の人口転換）であると考えられている。

この第二の人口転換の具体的なメカニズムは各国において多様な現れ方をしている。特に日本のそれはイタリアやスペイン等の南欧地中海諸国と共通性が高い。すなわち未成年期間ないし前婚姻期間の延長、比較的安定した婚姻と婚外出生への強い抑制がそれである。明らかに、我国においても離婚、同棲の増大による婚姻の不安定化はみられるものの、その程度はまだ北ヨーロッパ、北米諸国に比較すべくもない。しかし一方で、未婚期間の延長という特性は著しいものがあり、特に女性の有配偶率の低下が、この期間における日本の出生力低下を主導したことはほぼ定説となっている。

こうした事態は、伝統的な人口理論、特に出生力理論および安定人口理論に対して反省を迫るものであった。実際、戦後欧米諸国を中心に発達した出生力のモデルは、それが主に第一の人口転換における出生力変動過程を念頭においたものであったために、もっぱら結婚出生力を焦点とする研究であったからである。無論、結婚出生力はなお出生力理論の中心でありつづけることは間違いないが、結婚というメカニズムが変動している状況においては、それを結婚ないしペア形成のダイナミズムのなかにおきなおして、未婚状態や離婚状態との関連のなかで位置づける必要があるのである。我国においても結婚力の影響についての意識は、最近に至るまで強いものではなかった。しかし同時に、我国においては中川(1940)、岡崎(1941)等の戦前における結婚力研究をふまえて、黒田(1958)、伊藤(1978)らによって独自に結婚力の再生産理論への統合が考えられて

いたことは注目に値する。また最近では、日本と同様に未成年期間の延長と出生力の減退が著しいイタリア等においても同様な問題関心のもとで研究が進められてきている (Manfredi and Billari 1997)。

上記の観点から、本稿第１部では結婚現象を考慮にいれて安定人口モデルを拡張する試みを行った結果を理論編として要約提示する。ついで第２部において最終年度の研究成果として具体的な統計からのパラメータ推定と安定人口モデルを用いたいくつかのシュミレーション結果を示すことにする。

2　初婚による人口再生産モデル

2.1　基本モデル

人口レベルにおけるマクロな見方においても、女性の出生力を決定するパラメータとして年齢だけを取り上げることは、はなはだ不完全であることは古くから人口統計学において認識されていた。それは長い間、人間社会においては法的制度としての「結婚」が、次世代の再生産を保護すると同時に、婚姻外における出生を抑制する機能を果たしてきたからである。女性が有配偶であるか否かはその後の再生産行動を決定する最も重要ば要因であり、しかも有配偶女性の出産パターンを最もよく捉えるパラメータは年齢よりもむしろ結婚持続時間であると考えられる。そこで本節では配偶構造と持続時間を考慮した女性人口の再生産モデルを考察する。ただし両性のペア形成という非線型の相互作用については第４節でとりあげる。

初めに簡単のため各女性は初婚においてのみ出産をおこなうと仮定しよう。女性人口を３つの状態「未婚」、「初婚」、「離婚・死別・再婚」に分類する。このとき「初婚」状態にある人口は初婚年齢と結婚持続期間によって特徴づけられているとする。このことは先に述べたように結婚出生力（有配偶出生力）においては年齢のみならず結婚持続期間が重要なパラメータであることを反映している。さらに有配偶女子の出生力を決定するものとしては女子の出産歴（パリティ）を考える必要があるが、ここでは婚姻内においてのみパリティ拡大過程が発生すると考えて、パリティについて集計された結婚出生関数を用いる。

$p_0(t,a)$ を時刻 t における a 歳の未婚人口の年齢密度関数とする。同様に $p_1(t,\tau;\zeta)$ を ζ 歳で結婚した人口の時刻 t、結婚持続期間 τ における密度、$p_2(t,a)$ を離婚経験者または寡婦の密度とする。$\lambda(a)$ を年齢 a における初婚力、$\mu(a)$ を死力、$\delta(\tau;\zeta)d\tau$ を初婚年齢 ζ の女性が結婚持続期間 τ において配偶者と離別ないし死別する確率、$m(\tau;\zeta)$ を初婚年齢 ζ、結婚持続期間 τ での有配偶出生率（結

婚出生力関数)、γを新生児における女児割合とする。従って各個体は未婚状態に「出生」し、年齢ζ歳において未婚状態から初婚状態へ一定の推移強度$\lambda(\zeta)$によって推移し、この状態にτ時間滞在した後、推移強度$\delta(\tau;\zeta)$で離・死別状態へ移行する。この間一定の死力$\mu(a)$に曝される。こうした仮定から我々の初婚モデルは年齢密度関数に対する一階の偏微分方程式の境界値問題として定式化される:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}\right)p_0(t,a)=-(\mu(a)+\lambda(a))p_0(t,a), \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \tau}\right)p_1(t,\tau;\zeta)=-\mu(\tau+\zeta)p_1(t,\tau;\zeta)-\delta(\tau;\zeta)p_1(t,\tau;\zeta) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}\right)p_2(t,a)=-\mu(a)p_2(t,a)+\int_0^a\delta(\tau;a-\tau)p_1(t,\tau;a-\tau)d\tau \\ p_0(t,0)=\gamma\int_0^\infty\int_0^\infty m(\tau;\zeta)p_1(t,\tau;\zeta)d\tau d\zeta \\ p_1(t,0;\zeta)=\lambda(\zeta)p_0(t,\zeta) \\ p_2(t,0)=0 \\ p_0(0,a)=k_0(a),\ p_1(0,\tau;\zeta)=k_1(\tau;\zeta),\ p_2(0,a)=k_2(a) \end{cases} \tag{2.1}$$

ここで$k_0(a)$等は初期データである。

上記のモデルの数学的性質はよく解明されていて、通常の安定人口モデルと同様に強エルゴード定理が成り立つことが知られている。また自然成長率λ_0は以下のような特性方程式の唯一の実根である:

$$\gamma\int_0^\infty e^{-\lambda_0 a}\beta(a)\ell(a)da=1. \tag{2.2}$$

ただしここで

$$\beta(a):=\int_0^a m(a-\zeta;\zeta)e^{-\int_0^{a-\zeta}\delta(s;\zeta)ds}\phi(\zeta)d\zeta,$$

$$\phi(a):=\lambda(a)\exp\left(-\int_0^a\lambda(\sigma)d\sigma\right),$$

である。したがって、基本再生産数(純再生産率)R_0および合計特殊出生率が以下のように計算される:

$$R_0=\int_0^\infty\psi(a)da=\gamma\int_0^\infty\int_0^\infty m(\tau;\zeta)\ell(\tau+\zeta)e^{-\int_0^\tau\delta(s;\zeta)ds}d\tau\phi(\zeta)d\zeta. \tag{2.3}$$

$$\mathrm{TFR}=\int_0^\infty\beta(a)da=\int_0^\infty\int_0^\infty m(\tau;\zeta)e^{-\int_0^\tau\delta(s;\zeta)ds}d\tau\phi(\zeta)d\zeta. \tag{2.4}$$

一方、初婚年齢がζである女性が死亡による中断がない場合に生涯に生む子供数の期待値を$T(\zeta)$とすれば

$$T(\zeta)=\int_0^\infty m(\tau;\zeta)e^{-\int_0^\tau\delta(s;\zeta)ds}d\tau. \tag{2.5}$$

$T(\zeta)$を用いればTFRは以下のように表現できる:

$$\mathrm{TFR}=\int_0^\infty T(\zeta)\phi(\zeta)d\zeta. \tag{2.6}$$

さらに初婚の正規化された確率密度関数を$\Phi(a)$としよう：

$$\Phi(a)=\frac{\phi(a)}{\int_0^\infty \phi(z)dz}=\frac{\phi(a)}{1-\Lambda(\infty)}. \tag{2.7}$$

このとき(2.6)は以下のように書き直せる：

$$\mathrm{TFR}=(1-\Lambda(\infty))\int_0^\infty T(\zeta)\Phi(\zeta)d\zeta. \tag{2.8}$$

公式(2.8)において$1-\Lambda(\infty)$は生涯の結婚割合 (the proportion ever marrying: PEM) であり、TFRはPEMと初婚年齢分布についての平均期待出生児数の積で与えられることがわかる。さらに関数$S(\zeta)$を

$$S(\zeta)=\int_0^\infty m(\tau;\zeta)\frac{\ell(\tau+\zeta)}{\ell(\zeta)}e^{-\int_0^\tau \delta(s;\zeta)ds}d\tau, \tag{2.9}$$

と定義すれば、$S(\zeta)$は離死別の効果を考慮した初婚年齢別の1結婚あたりの期待出生児数に他ならない。$S(\zeta)$を用いれば基本再生産数は以下のように表現される：

$$R_0=\gamma\int_0^\infty S(\zeta)\ell(\zeta)\phi(\zeta)d\zeta. \tag{2.10}$$

人為的な出生抑制のない自然出生力に関してはHenry (1976) が結婚年齢別の完結自然出生力がほぼ一次関数であるという観察を行っている。また戦前のイングランドや日本のようなある程度制御された出生力においても$U(\zeta)$がほぼ線形である。さらに驚くべきことには、1980年代の日本人口のような非常に強い家族計画が機能していると思われる人口においても、$T(\zeta)$や$S(\zeta)$はほぼ線形とみなしるのである(伊藤・板東 1989)。これは完結出生力水準は強い制御のもとにあっても、タイミング調整は弱く、離婚率も小さかったせいであるかもしれない。はじめに述べたように同様な傾向は日本と同様に再生産における初婚の役割が大きいイタリア等の欧州の地中海沿岸諸国でも観察されている。上記の観察に基づいて、$T(\zeta)$を以下のように書いてみよう：

$$T(\zeta)=u+v\zeta+w(\zeta), \tag{2.11}$$

このとき主要項$u+v\zeta$の係数は実際のデータの線型部分から回帰方程式によって決定される。(2.8)から以下を得る：

$$\mathrm{TFR}=(1-\Lambda(\infty))(u+va_0)+\int_0^\infty w(\zeta)\phi(\zeta)d\zeta, \tag{2.12}$$

ここで再生産年齢の限界付近では線型のパターンからのずれが大きく、$w(\zeta)$は必ずしも小さくはならないであろうが、そうした年齢階級では$\phi(\zeta)$は非常に小さいから、結果的に(2.12)の線型項

はＴＦＲの近似としては非常に有効であろう。(2.12) は生涯未婚率の変化と平均初婚年齢の変動がＴＦＲに及ぼす影響を非常に簡単に見積もることを可能にしている。

例えば1985年の日本の人口動態統計から計算された伊藤・板東の結婚出生力表によれば、再婚の効果を無視すれば$T(\zeta)$ は以下のように評価される：

$$T(\zeta) \approx 4.927 - 0.1136\zeta, \quad 18 \leq \zeta \leq 43, \tag{2.13}$$

ここで決定係数は 0.986 であった。そこで (2.12) の積分項を無視すれば

$$\mathrm{TFR} \approx (1 - \Lambda(\infty))(4.927 - 0.1136a_0), \tag{2.14}$$

を得るが、積分項を無視したことによる誤差は高々数パーセント程度である。

例えば日本の1945年から1950年生まれのベビーブームコーホートにおいては, $\Lambda(\infty)$ は5 パーセント未満であり、平均結婚年齢は24歳であった。従って (2.14) を用いればこのコーホートのＴＦＲは2.09であり、ほぼ臨界出生率に等しかったことがわかるが、この結果は標本調査の結果とほぼ一致する。

2.2　日本人口への適用：数値例

ここでは結婚力の変動が再生産力に及ぼす影響を見るために簡単なシナリオでシュミレーションを行った結果を示そう。周知のように、日本人口の期間出生力は敗戦を機に急速に低下して、1950年代半ばには臨界水準に達し、人口転換（再生産様式の近代化）が終了したと考えられている。その直接的な要因は家族計画の普及による有配偶出生力の低下であった。一方、前節の最後で述べたように、日本の戦後５年間に生まれた第一次ベビーブーム世代はほぼ臨界出生率に等しいＴＦＲを維持していたと推定されるが、彼女らが期間出生力の大部分を担任するようになった1970年代の半ばから、再び期間ＴＦＲは持続的に低下を始め、今日に至るまでその趨勢は変わっていない。この第二の出生力転換は、有配偶出生力の変化によるのではなく、急速に上昇した結婚年齢、あるいは結婚力の低下に起因すると考えられている。日本では婚姻外の出生は未だにきわめて希であり、再生産期間における未婚者割合の上昇はただちに再生産力の減衰に結びつくからである。しかもここでコーホートにおける変化と期間的観測に現れる変化は異なることにも注意せねばならない。これらの点を数値モデルで検証してみよう。

簡単のために結婚スケジュールの遅れと生涯未婚率上昇の効果が結婚力と出生力に及ぼす影響に的を絞って考える。$\phi(\zeta;\xi)$ はξ年生まれのコーホートの初婚の確率密度であるとしよう。時刻 t

における期間TFR $F_p(t)$ は以下のように計算される：

$$F_p(t)=\int_0^\infty d\zeta\int_0^\infty m(\tau;\zeta)e^{-\int_0^\tau \delta(\sigma;\zeta)d\sigma}\phi(\zeta;t-\tau-\zeta)d\tau. \tag{2.15}$$

また $F_c(\xi)$ を ξ 年生まれのコーホートのコーホートTFRであるとすれば、

$$F_c(\xi)=\int_0^\infty T(\zeta)\phi(\zeta;\xi)d\zeta \tag{2.16}$$

結婚スケジュールの遅れと生涯未婚率の出生率への影響を考察するために

$$\phi(\zeta;\xi)=\kappa(\xi)\Phi(\zeta-f(\xi)), \tag{2.17}$$

と仮定しよう。ここで $\kappa(\xi)$ は ξ 年生まれのコーホートのPEMであり、$f(\xi)$ はξ年生まれのコーホートの結婚スケジュールの遅れ時間を示す。以上の設定から以下を得る：

$$F_c(\xi)=\kappa(\xi)\{u+v(a_0+f(\xi))+\int_0^\infty w(\sigma+f(\xi))\Phi(\sigma)d\sigma\}, \tag{2.18}$$

ここで a_0 は時間遅れのない標準初婚スケジュールにおける平均初婚年齢である。このとき PEM の減少はコーホートTFRの減少を導く。さらに積分項を無視すれば、$v<0$ であるから結婚の遅れはコーホートTFRの低下をもたらす。一方、期間ＴＦＲ $F_p(t)$ の動きはそれほど単純ではない。

簡単のために結婚スケジュールの遅れが$t=0$年生まれのコーホートから発生したとして、そのコーホートの結婚スケジュールは標準スケジュール $\phi(a)$ であるとする。 日本の初婚頻度の標準スケジュールはコール・マクニールモデルでよく表現されることが知られている(金子 1991)：

$$\Phi(a)=\frac{1}{\sigma}\Phi_s(\frac{a-a_0}{\sigma}), \tag{2.19}$$

$$\Phi_s(a)=0.9248\exp[-1.5436(a-0.3268)-\exp(-0.8601(a-0.3268))], \tag{2.20}$$

ここで σ は初婚年齢の分散である。以下では標準スケジュールにおけるＰＥＭは94パーセント ($\kappa(0)=0.9406$) であり、平均初婚年齢は24歳 ($a_0=24$) であるとする。これはほぼベビーブームコーホートの経験に近い数値である。

次に出生年xの関数としての年齢シフト $f(\xi)$ を以下のように想定する：

$$f(\xi)=\begin{cases}\epsilon\xi, & 0\le\xi\le t_0,\\ 0, & -\infty<\xi<0,\ t_0<\xi.\end{cases} \tag{2.21}$$

すなわち初期時刻$t=0$以降、毎年ϵ だけ結婚スケジュールの遅れが発生すると想定し、時刻 $t\ge t_0$ 以後生まれのコーホートでは遅れは発生せず全て同じスケジュール$\Phi(a-\epsilon t_0)$ が適用される。

計算に当たっては $\epsilon = 0.2$, $t_0 = 15$ と仮定した。すなわち15年間に24歳から27歳にまで平均初婚年齢が上昇したと想定した。また生涯未婚率の動向に対して二つのケースを考える。ケース１は生涯未婚率は6パーセントに固定され、ケース２では上記の結婚の遅れにとともに、15年間に毎年0.4パーセント低下して、１５年目のコーホート以後は12パーセントになると考えよう。すなわち

$$\kappa(\xi) = \begin{cases} 0.94, & -\infty < \xi < 0, \\ 0.94 - 0.004\xi, & 0 \le \xi \le 15, \\ 0.88, & 15 < \xi. \end{cases} \tag{2.22}$$

と仮定する。

ケース２ではコーホートＴＦＲは出生年に関して線型に低下して、2.03から1.689へ至るが、期間ＴＦＲは初期値時刻から40年後に最低値1.555（初期値2.03の76.6パーセント）に達した後、上昇してコーホートＴＦＲの最終的な値1.689に至る。すなわち期間ＴＦＲは実質的な再生産力であるコーホートのＴＦＲの最低値を過渡的に下回って低下することがわかる。この現象はコーホート上で人口学的イベントの発生率が遅れる場合には一般的に発生する過渡現象であり、もし逆にスケジュールがコーホート上で早まるのであれば期間ＴＦＲは上昇した後下降するように観察される。ＴＦＲと同様に期間でみたＰＥＭは減少した後、上昇してコーホートＰＥＭと同じ水準に達することがわかる。これらの例は人口学的イベントの期間的指標が、コーホート上のイベント発生タイミングの変化だけで非常に大きく変動しうることを示している。

最後に上記のモデルやシュミレーションから、日本の実際の人口指標の動きがどのように解釈されうるかを考えよう。1974年に日本人女性の期間ＴＦＲは2.049 ($R_0 = 0.972$) であったが、その後80年代前半に若干の再上昇を除いて一貫して減少を続け、1998年には1.38まで低下した。ところが夫婦に対する出生力調査が示すところによれば、70年代から90年代に至るまで夫婦の予定子供数はほぼ2.2で安定していた。従ってこの間における出生力低下の大部分は結婚力の変動によるものであったという推測が成り立つ。実際、1990年センサスでは25-29歳の未婚女子割合は40.2パーセントであるが、これは70年センサスの値の倍である。また妻の期間平均初婚年齢は1970年の24.5歳から1998年には26.7歳と２年以上上昇したのである。上記のシュミレーションは、ほぼ1940年代後半から1980年代後半に至る実際の日本の期間ＴＦＲの動きをほぼ再現しうるものであって、およそベビーブームコーホートから1960年代前半生まれのコーホートにおいて結婚出生力はほぼ維持されながらも、結婚力が持続的に減退したであろうことを示唆している。シュミレーションと現実が異なっている点は、いまだに期間ＴＦＲの再上昇が起こっていないことであるが、これは様々なデータに現れているように、結婚力の減退が持続していることが主要

な原因であろう。その場合、現在の日本の婚姻習慣が激変しない限り、60年代後半以降に生まれた世代の女子人口においては生涯未婚率が10数パーセントとなることが不可避であると予測される。もし同棲や婚姻外出生が例外的なものに止まるのであれば、日本の結婚パターンは恒常的に高い未婚率で特徴づけられる歴史的な「ヨーロッパ的結婚パターン」(Hajnal, 1965) へ近づいていくことになろう。一方、生涯未婚率の上昇圧力が同棲や婚姻外出生の増大を導くのであれば、むしろ状況は現代の西欧諸国のパターンへ収斂していくかもしれない。

一方、結婚スケジュールの遅れ（晩婚化）と非婚化（生涯未婚率の上昇）はいつかは停止するであろうから、期間ＴＦＲの再上昇がおこると想定することはもっともである。しかしそうした結婚パターンの変化が結婚出生力の変化をもたらす場合には、もはやそのような予測も支持しがたいものとなろう。実際、結婚が出産に対する態度決定も含めた選択のプロセスであるとすれば、結婚発生パターンと結婚出生力には相関関係があると考えるのが妥当であろう。そうした場合はもはやここで述べたようなモデルは機能しないし、将来を見通すことは非常に困難である。

3　再婚による再生産を考慮した安定人口モデル

3.1　基本モデルとその性質

再び封鎖人口を考え、その再生産は結婚状態にある女子人口のみがおこなうと仮定する。前節では初婚者のみが再生産を行うと考えたが、この仮定をはずして、再婚者も再生産をおこなうと考えよう。無論、これはより現実的な仮定ではあるが、それだけにモデルは複雑であり、適切なデータは入手しにくく、パラメータの推定は困難になるという代償を支払わねばならない。

女子人口を三つの状態に分割しよう; uは結婚市場の外にある独身女子人口, vは結婚市場内にいる独身女子人口, wは結婚している有配偶女子人口であるとする。$u(t,a)$は$u-$人口の時刻tにおける年齢密度関数、$v(t,\tau;\zeta)$は年齢ζに結婚市場における独身状態になり、時刻tにおいて持続時間τである$v-$人口の密度、$w(t,\tau;\zeta)$は年齢ζに結婚状態に入り、時刻tにおいて持続時間τである$w-$人口の密度とする。$\lambda(a)$は年齢aで結婚市場に参入する推移強度、$\gamma(\tau;\zeta)$は結婚市場にζ才で入った独身者がτ時間後に結婚する推移強度、$\delta(\tau;\zeta)$はζ才で結婚した既婚者がτ時間後に離別・死別する推移強度、$\mu(a)$はaにおける死亡力、$m(\tau;\zeta)$はζ才で結婚した既婚者の結婚持続時間τにおける結婚出生力とする。κを新生児における女児割合とする。このとき我々の基本モデルは以下のような動学モデルとして定式化される：

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}\right)u(t,a)=-[\mu(a)+\lambda(a)]u(t,a), \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \tau}\right)v(t,\tau;\zeta)=-[\mu(\tau+\zeta)+\gamma(\tau;\zeta)]v(t,\tau;\zeta), \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \tau}\right)w(t,\tau;\zeta)=-[\mu(\tau+\zeta)+\delta(\tau;\zeta)]w(t,\tau;\zeta), \end{cases} \tag{3.1}$$

$$\begin{cases} u(t,0)=\kappa\int_0^\infty\int_0^\infty m(\tau;\zeta)w(t,\tau;\zeta)d\tau d\zeta, \\ v(t,0;\zeta)=\lambda(\zeta)u(t,\zeta)+\int_0^\zeta \delta(\tau;\zeta-\tau)w(t,\tau;\zeta-\tau)d\tau, \\ w(t,0;\zeta)=\int_0^\zeta \gamma(\tau;\zeta-\tau)v(t,\tau;\zeta-\tau)d\tau. \end{cases} \tag{3.2}$$

この一階偏微分方程式系は特性線に沿って容易に積分できて以下を得る：

$$\begin{cases} u(t,a)=\ell(a)\Lambda(a)u(t-a,0), \\ v(t,\tau;\zeta)=\frac{\ell(\zeta+\tau)}{\ell(\zeta)}\Gamma(\tau;\zeta)v(t-\tau,0;\zeta), \\ w(t,\tau;\zeta)=\frac{\ell(\zeta+\tau)}{\ell(\zeta)}\Delta(\tau;\zeta)w(t-\tau,0;\zeta), \end{cases} \tag{3.3}$$

ここで$\ell(a)$, $\Lambda(a)$, $\Gamma(\tau;\zeta)$, $\Delta(\tau;\zeta)$は各状態における推移強度に対応した生残率であり、以下のように定義される：

$$\begin{cases} \ell(a):=e^{-\int_0^a \mu(\sigma)d\sigma} \\ \Lambda(a):=e^{-\int_0^a \lambda(\sigma)d\sigma} \\ \Gamma(\tau;\zeta):=e^{-\int_0^\tau \gamma(\sigma;\zeta)d\sigma} \\ \Delta(\tau;\zeta):=e^{-\int_0^\tau \delta(\sigma;\zeta)d\sigma} \end{cases}. \tag{3.4}$$

システム(3.1)-(3.2)を解くためには、結婚市場に参入してからの各状態への遷移確率を決定しておくことが便利である。ここではセミマルコフ過程におけるアルゴリズムが有効な示唆を与えてくれる。はじめに参入年齢ζに依存するワンステップ推移密度(one step transition density)行列$F(\tau;\zeta)$を以下のように定義する：

$$F(\tau;\zeta):=\begin{pmatrix} 0 & \delta(\tau;\zeta)\Delta(\tau;\zeta) \\ \gamma(\tau;\zeta)\Gamma(\tau;\zeta) & 0 \end{pmatrix}. \tag{3.5}$$

ただしここでは死亡状態への遷移を考慮しないでおく。以下では状態1は結婚市場における単身状態 (v-state)、状態2は有配偶状態 (w-state) を示すと考える。このとき$F(\tau;\zeta)$の(i,j) $(i\neq j)$要素は状態jから状態iへ、持続時間τにおいて一回のジャンプ（状態遷移）が発生する確率である。ついで以下の行列積分方程式（レゾルベント方程式）の解$R(\tau;\zeta)$を考えよう：

$$R(t;\zeta)=F(t;\zeta)+\int_0^t F(t-\rho;\zeta+\rho)R(\rho;\zeta)d\rho. \tag{3.6}$$

このとき$R(t;\zeta)$の(i,j)要素$R_{ij}(\tau;\zeta)$は、年齢ζ、状態jで結婚市場に参入した個体が、持続時間tにおいて状態jから状態iへの遷移するという事象の条件付確率密度になる。ここで注意すべきは持続時間tは各状態における持続時間ではなくて、結婚市場に入ってからの通算の経過時間であることである。

いまさらに$s_{ij}(t;\zeta)$を年齢ζ、状態jで結婚市場に参入した個体が、持続時間tにおいて状態iに見出される確率密度(状態確率: state probability) とし、これを(i,j)要素とする行列を$S(t;\zeta)$としよう。このとき以下の後退方程式(backward equation)が成り立つ：

$$S(t;\zeta)=L(t;\zeta)+\int_0^t S(t-\rho;\zeta+\rho)F(\rho;\zeta)d\rho. \tag{3.7}$$

ここで$L(t;\zeta)$は生残率行列で以下のように与えられる：

$$L(\tau;\zeta):=\begin{pmatrix}\Gamma(\tau;\zeta) & 0\\ 0 & \Delta(\tau;\zeta)\end{pmatrix}. \tag{3.8}$$

状態確率行列$S(t;\zeta)$はレゾルベント方程式の解$R(t;\zeta)$によって以下のように与えられることは容易に確認できる：

$$S(t;\zeta)=L(t;\zeta)+\int_0^t L(t-\rho;\zeta+\rho)R(\rho;\zeta)d\rho. \tag{3.9}$$

これは状態確率を見出すためのLittman's algorithmに他ならない(Mode 1985)。

われわれのモデルにおいては結婚市場への参入時点においては独身状態であることに注意しよう。無論、参入時点から結婚状態であることが可能であるように修正することは容易であるが、ここでは簡単のためそのような仮定はおかない。$R_{21}(t;\zeta)$はζ歳で結婚市場における独身状態になった個体がt時間後に結婚する確率に他ならないから以下が成り立つ：

$$w(t,0;\zeta)=\int_0^\zeta R_{21}(\sigma;\zeta-\sigma)\frac{\ell(\zeta)}{\ell(\zeta-\sigma)}\lambda(\zeta-\sigma)u(t-\sigma,\zeta-\sigma)d\sigma. \tag{3.10}$$

ただしここではもはや確率的な解釈はおこなわず、平均的な挙動だけを決定論的に定式化するわけである。(3.2), (3.3), (3.10)から以下を得る：

$$u(t,0)=\kappa\int_0^\infty\int_0^\infty m(\tau;\zeta)\frac{\ell(\tau+\zeta)}{\ell(\zeta)}\Delta(\tau;\zeta)w(t-\tau,0;\zeta)d\tau d\zeta \tag{3.11}$$

$$=\kappa\int_0^\infty\int_0^\infty m(\tau;\zeta)\ell(\tau+\zeta)\Delta(\tau;\zeta)\int_0^\zeta R_{21}(\sigma;\zeta-\sigma)\lambda(\zeta-\sigma)\Lambda(\zeta-\sigma)u(t-\tau-\zeta,0)d\sigma d\tau d\zeta.$$

ここで関数$\phi(a)$を

$$\phi(a):=\int_0^a R_{21}(\sigma;a-\sigma)\lambda(a-\sigma)\Lambda(a-\sigma)d\sigma, \tag{3.12}$$

と定義すれば、$\phi(a)$はa歳で結婚が発生する確率に他ならない。ただし結婚は個体に何度も発生しうるから、$\int_0^\infty\phi(a)da$は死亡を考慮しない場合の一個体あたりの生涯の平均結婚数になる。

ここで$B(t):=u(t,0)$を時刻tにおける単位時間あたりの新生女児数とすれば、(3.11)は以下のように再生方程式として表される：

$$B(t)=\kappa\int_0^\infty\int_0^\infty m(\tau;\zeta)\ell(\tau+\zeta)\Delta(\tau;\zeta)\phi(\zeta)B(t-\tau-\zeta)d\tau d\zeta. \tag{3.13}$$

積分順序を交換すれば以下を得る：

$$B(t) = \kappa \int_0^\infty \int_0^a m(a-\zeta;\zeta)\Delta(a-\zeta;\zeta)\phi(\zeta)d\zeta \ell(a)B(t-a)da. \tag{3.14}$$

ここで以下の関数を定義しよう：

$$\psi(a) := \kappa\beta(a)\ell(a), \tag{3.15}$$

$$\beta(a) := \int_0^a m(a-\zeta;\zeta)\Delta(a-\zeta;\zeta)\phi(\zeta)d\zeta, \tag{3.16}$$

$\beta(a)$ は年齢別出生率、$\psi(a)$ は純再生産関数である。(3.14)-(3.16) から我々はロトカの積分方程式を得る：

$$B(t) = \int_0^\infty \psi(a)B(t-a)da. \tag{3.17}$$

したがって初期データ $B(-t),\ t \in [0,\omega]$ (ωは再生産年齢の上限) が与えられれば, (3.17) はボルテラ積分方程式となり、その解の性質、漸近挙動はよく知られている。ひとたび $B(t)$ が決定されれば、$w(t,0;\zeta)$ と $v(t,0;\zeta)$ は以下のように計算される：

$$v(t,0;\zeta) = \ell(\zeta)\pi(\zeta)B(t-\zeta), \tag{3.18}$$

$$w(t,0;\zeta) = \ell(\zeta)\phi(\zeta)B(t-\zeta), \tag{3.19}$$

ここで$\pi(\zeta)$ は年齢ζにおいて結婚市場における独身状態へ移行する確率であり、

$$\pi(\zeta) = \lambda(\zeta)\Lambda(\zeta) + \int_0^\zeta \delta(\eta;\zeta-\eta)\Delta(\eta;\zeta-\eta)\phi(\zeta-\eta)d\eta, \tag{3.20}$$

で与えられる。これらの境界値をもちいればu, v, wの完全な分布が決定される：

$$u(t,a) = \ell(a)\Lambda(a)B(t-a), \tag{3.21}$$

$$v(t,\tau;\zeta) = \ell(\zeta+\tau)\Gamma(\tau;\zeta)\pi(\zeta)B(t-\tau-\zeta), \tag{3.22}$$

$$w(t,\tau;\zeta) = \ell(\zeta+\tau)\Delta(\tau;\zeta)\phi(\zeta)B(t-\tau-\zeta). \tag{3.23}$$

ロトカの積分方程式 (3.17) に関しては、その解 $B(t)$ は漸近的にマルサス成長をおこなうことが知られている。より正確に言えば小さな正数$\epsilon > 0$が存在して

$$B(t) = B_0 e^{r_0 t} + o(e^{(r_0-\epsilon)t}), \tag{3.24}$$

となる。ここで

$$\lim_{t\to\infty} e^{-(r_0-\epsilon)t} o(e^{(r_0-\epsilon)t}) = 0,$$

であり、B_0は初期条件から以下のように決定される定数である：

$$B_0 := \frac{\int_0^\infty e^{-r_0 s} G(s) ds}{\int_0^\infty a e^{-r_0 a}\psi(a) da}, \quad G(t) := \int_t^\infty \psi(a) B(t-a) da, \tag{3.25}$$

またr_0は漸近的成長率（マルサスパラメータ）であり、以下の特性方程式の唯一の実根として決定される：

$$\int_0^\infty e^{-ra}\psi(a) da = 1. \tag{3.26}$$

(3.21)-(3.23) および (3.24) を用いれば、$t \to \infty$ としたときの漸近挙動として以下を得る：

$$u(t,a) \sim B_0 e^{r_0(t-a)} \ell(a) \Lambda(a), \tag{3.27}$$

$$v(t,\tau;\zeta) \sim B_0 e^{r_0(t-\tau-\zeta)} \ell(\zeta+\tau) \Gamma(\tau;\zeta) \pi(\zeta), \tag{3.28}$$

$$w(t,\tau;\zeta) \sim B_0 e^{r_0(t-\tau-\zeta)} \ell(\zeta+\tau) \Delta(\tau;\zeta) \phi(\zeta). \tag{3.29}$$

従って各状態における年齢・持続時間別分布は時間とともに、一定の安定分布に収束することがわかる。その場合の共通の成長率はr_0で与えられる。換言すれば古典的なロトカの安定人口モデルと同様に、システム (3.1)-(3.2) も強エルゴード的である。

3.2 再生産力指標

再生方程式 (3.17) から基本再生産数（純再生産率）R_0が計算される：

$$R_0 = \int_0^\infty \psi(a) da = \kappa \int_0^\infty S(\zeta)\phi(\zeta)\ell(\zeta) d\zeta, \tag{3.30}$$

ここで

$$S(\zeta) := \int_0^\infty m(\tau;\zeta)\Delta(\tau;\zeta)\frac{\ell(\tau+\zeta)}{\ell(\zeta)} d\tau. \tag{3.31}$$

であるが、$S(\zeta)$ はζ歳で結婚した女子の一結婚あたりの期待出生児数を与える。R_0は言うまでもなく、女性一人あたりの期待出生児数である。標準的な安定人口モデルと同様に $R_0 > 1$ であれば、 $r_0 > 0$、$R_0 = 1$ であれば$r_0 = 1$、$R_0 < 1$ であれば$r_0 < 0$ となる。さらに合計特殊出生率 (TFR) は以下のように与えられる：

$$TFR = \int_0^\infty \beta(a) da = \int_0^\infty T(\zeta)\phi(\zeta) d\zeta, \tag{3.32}$$

ここで

$$T(\zeta) := \int_0^\infty m(\tau;\zeta)\Delta(\tau;\zeta) d\tau. \tag{3.33}$$

であるが、$T(\zeta)$ は結婚の中断がないとした場合における、結婚年齢ζの女子の一結婚あたりの期待出生児数である。

規格化された結婚年齢分布$\Phi(a)$ を以下のように定義しよう：

$$\Phi(a) := \frac{\phi(a)}{\int_0^\infty \phi(z)dz}. \tag{3.34}$$

結婚力のレベル (nuptiality level)NLおよび結婚出生力のレベル (marital fertility level)MFLを以下のように導入する：

$$NL := \int_0^\infty \phi(a)da, \quad MFL := \int_0^\infty T(\zeta)\Phi(\zeta)d\zeta. \tag{3.35}$$

このときNLは一女性あたりの生涯の平均結婚回数であり、MFLは一回の結婚あたりの平均出生児数である。ただし死亡による中断は考慮していない。そこでTFRは以下のように分解される：

$$TFR = NL \times MFL = \int_0^\infty \phi(a)da \times \int_0^\infty T(\zeta)\Phi(\zeta)d\zeta. \tag{3.36}$$

このときNLやMFLは年齢分布とは独立な結婚水準と結婚出生力水準の指標になっていることに注意しよう (Trussell, et al. 1982)。すでに初婚再生産モデルでみたように、こうした分解は出生力変動を結婚力の変動と結婚出生力の変動に分けて考えていくうえで重要な手がかりとなる。本節のモデルによって、再婚による再生産も考えた上で同様な結論を導くことが可能であることが示されたわけであるが、出生に関する観測データは初婚による出生か、再婚による出生かを区別できないのが普通であるから、ここで示したフレームのほうがデータには適合的であろう。

本節では前節で考察した初婚再生産モデルを、再婚による出産が可能であるように拡張した。このダイナミクスは本質的には再生積分方程式に還元され、強エルゴード定理が成り立つことが示される。ここで考えたモデルは現実における結婚現象における両性の非線型相互作用を無視したものであるが、この点を考慮した理論は次節で考えよう。

また線形理論の範囲においてもさらに修正されるべき点がある。例えば現実においては結婚経験のある単身者の結婚市場における行動は、そうした経験のない未婚者のそれとは非常に違ったものでありうる。また出産経験の有無もその後の結婚・離婚行動や出産行動を左右する重要なファクターである。したがって現実においてはこうした経験の有無がその後の行動を決めていくのであるから、そのつど別のパラメータを考えねばならない。しかしながらそうして増大したパラメータの観測はますます困難となり、理論の実証や具体的適用をむずかしいものにしてしまうであろ

う。本稿のモデルは現実の単純化であるにしても、初婚モデルと同様に出生力の結婚力と結婚出生力への要因分解への第一次的接近として有効なものであろう。

本稿においては結婚の過程を、結婚市場への参入、市場における単身状態における待機、結婚状態への参入と離脱、単身待機状態への帰還、という状態遷移として捉えて、3状態のコンパートメントモデルとして定式化した。結婚市場への参入というのは客観的に観測可能な性的成熟というだけではなくて、法律的、経済的、精神的な準備ができあがるという状態に対応したものである。初婚の過程をモデル化する場合にはこうした段階を考えることは自然であるし、標本調査などを通じてそうした待機時間の分布を実際に測定していくことも可能である（金子, 1991)。

一方、この3つの状態としては未婚、結婚、離死別（再婚待機）という組み合わせを考えることもできる。むしろそのほうが初婚モデルの拡張としての意味は鮮明になる。その場合、$\mu(a)$ は初婚力関数、$\gamma(\tau;\zeta)$ は瞬間的な離別・死別率、$\delta(\tau;\zeta)$ は再婚率となり、未婚者の境界条件は

$$u(t,0) = \kappa \int_0^\infty \int_0^\infty m(\tau;\zeta) v(t,\tau;\zeta) d\tau d\zeta, \tag{3.37}$$

に置き換えられる。さらに(3.20)のかわりに結婚確率の関数を

$$\phi(a) = \lambda(a)\Lambda(a) + \int_0^a R_{11}(\sigma;\sigma)\lambda(a-\sigma)\Lambda(a-\sigma)d\sigma \tag{3.38}$$

とおけば、全く同様に再生方程式が導かれ以下同様な議論を行うことができる。統計データの利用可能性からすれば後者の解釈のほうが実際上有利であるかもしれない。実際、後者の分類は日本の国勢調査における結婚状態の分類に対応している。ただしいずれにせよ本来モデルに適合的なコーホート的データの入手可能性は限られているから、本稿のモデルを実証的に利用する際には、なんらかの既知の数学的関数のあてはめによってパラメータ推定および外挿をおこなうことが必要であろう。

4 両性人口モデル

4.1 両性問題の端緒と線型モデル

これまででみてきたように、現代の人口統計学においては女性人口の再生産をベースとした安定人口モデル (female dominannt model) を用いて人口再生産指標が計算されている。これは子どもを母親に帰属させることが容易かつ正確であり、再生産の生物学的過程に対応していることから自然な前提ではある。

いま$p_m(t,a)$を男子の年齢密度関数、$p_f(t,a)$を女子の年齢密関数とする。同様に動態率も男女別に与え、それぞれ下付添え字m, fで区別することにしよう。このとき女性をもとにした両性安定人口モデルのマッケンドリック方程式は以下のようになる：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}\right)\begin{pmatrix} p_m(t,a) \\ p_f(t,a) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\mu_m(a) & 0 \\ 0 & -\mu_f(a) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_m(t,a) \\ p_f(t,a) \end{pmatrix}, \tag{4.1}$$

$$\begin{pmatrix} p_m(t,0) \\ p_f(t,0) \end{pmatrix}=\int_0^\omega \begin{pmatrix} 0 & \beta_{mf}(a) \\ 0 & \beta_{ff}(a) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_m(t,a) \\ p_f(t,a) \end{pmatrix}da, \tag{4.2}$$

ここで$\beta_{mf}(a)$はa歳の女子からの男児出生率であり、$\beta_{ff}(a)$はa歳の女子からの女児出生率である。出産過程への男性人口の関与は無視しているために、男子人口はもっぱら女子人口のみによって再生産され、一方女子人口はそれだけで安定人口モデルになっているから、その挙動は男子人口に関わりなく決まっている。このとき$B_m(t)$, $B_f(t)$を男女の単位時間あたりの出生児数とすれば、$B_f(t)\approx q_0e^{\lambda_0 t}$であったから、漸近的に

$$B_m(t) \;=\; \int_0^\omega \beta_{mf}(a)\ell_f(a)B_f(t-a)da \approx q_0e^{\lambda_0 t}\int_0^\omega \beta_{mf}(a)\ell_f(a)e^{-\lambda_0 a}da, \tag{4.3}$$

を得る。ここでλ_0は女子人口に対するロトカの特性方程式を満たしている：

$$\int_0^\omega \beta_f(a)\ell_f(a)e^{-\lambda_0 a}da=1. \tag{4.4}$$

すなわち男子人口は女子人口と同じ自然成長率をもち、強エルゴード的である。以上のような設定のもとでは、女子人口の基本再生産数（純再生産率）R_0は男女人口に共通の再生産力指標になることは明らかであろう。すなわち、

$$R_0=\int_0^\omega \beta_{ff}(a)\ell_f(a)da, \tag{4.5}$$

$$\mathrm{TFR}=\int_0^\omega \beta_{\cdot f}(a)da. \tag{4.6}$$

ここで$\beta_{\cdot f}(a):=\beta_{mf}(a)+\beta_{ff}(a)$は$a$歳女子の男女児を込みにした年齢別出生率である。

しかしながら形式的にみると出生児を男親に帰属させることで男性の再生産を基にしたモデル (male dominannt model) に基づく指標を導くことは可能であり、しかも両者の結果は一般に一致しない。ロトカとともに人口再生産論に貢献したクチンスキーはすでに1932年に、1920年から1923年におけるフランス人男子の純再生産率（男児を男親に帰属させたもの）が1.194であり、一方同時期のフランス人女子の純再生産率が0.977となり、安定人口論によれば女子人口は減退すると予測されるのに、男子人口の増加が予測されることを指摘していた。これは明らかに両立し

ない結論である。これが今日で言う両性問題 (two-sex problem) の端緒であった。この現象は配偶構造をモデルに導入することによって理解し得る。例えば戦争などによって男子の適齢期人口が減少すれば女子の有配偶率は低下するであろうが、有配偶出生率は特に変化しないとすれば女子側からみた年齢別出生率は減少するであろう。これは第一次大戦直後に行われたクチンスキーの観察結果の理由のひとつと考えられる。男女人口のいずれを人口再生産指標計算の基礎とすべきかは、単性の安定人口モデルの枠内では形式的には答えることができない。

この両性問題に対して Pollard (1948) は、線型理論の範囲で、男女を平等に扱って共通の成長率を与えるようなモデルを提起した。ポラードのモデルの要点は境界条件 (4.2) を以下のように変更する点にある：

$$\begin{pmatrix} p_m(t,0) \\ p_f(t,0) \end{pmatrix} = \int_0^\omega \begin{pmatrix} 0 & \beta_{mf}(a) \\ \beta_{fm}(a) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_m(t,a) \\ p_f(t,a) \end{pmatrix} da, \tag{4.7}$$

ここで$\beta_{mf}(a)$ は女子の男児出生率であり、$\beta_{fm}(a)$ は男子の女児出生率である。このような仮定のもとでは男女のマッケンドリック方程式は独立ではなくなり、境界条件を通じてカップリングしていることになる。

$B_m(t)$、$B_f(t)$ をそれぞれは男児および女児の単位時間あたりの出生数とすればポラードモデルは以下のような積分方程式システムに還元される：

$$B_m(t) = G_m(t) + \int_0^t \beta_{mf}(a)\ell_f(a)B_f(t-a)da, \tag{4.8}$$

$$B_f(t) = G_f(t) + \int_0^t \beta_{fm}(a)\ell_m(a)B_m(t-a)da, \tag{4.9}$$

ここで

$$\begin{cases} G_m(t) = \int_0^\infty p_f(0,a-t)\frac{\ell_f(a)}{\ell_f(a-t)}\beta_{mf}(a)da \\ G_f(t) = \int_0^\infty p_m(0,a-t)\frac{\ell_m(a)}{\ell_m(a-t)}\beta_{fm}(a)da \end{cases},$$

である。このとき男子または女子の純再生産率（結合再生産率: joint reproduction rate）は同一であって

$$R_0 = \int_0^\omega \phi(a)da = \int_0^\omega \beta_{mf}(a)\ell_f(a)da \int_0^\omega \beta_{fm}(a)\ell_m(a)da, \tag{4.10}$$

となり、共通の自然成長率λ_0は特性方程式

$$\int_0^\omega e^{-\lambda a}\phi(a)da = \int_0^\omega e^{-\lambda a}\beta_{fm}\ell_m(a)da \int_0^\omega e^{-\lambda a}\beta_{mf}(a)\ell_f(a)da = 1, \tag{4.11}$$

の唯一の実根として得られることになる。

上記の例のように、線形理論の範囲においても両性に共通する再生産指標が定義することや、結婚というファクターを導入することは可能であるが、本質的に非線形なペア形成のダイナミクスを反映していないという点で、いまだ現実とは隔たりがある。現実世界におけるような男女のペアリングによる人口の持続的成長がなぜ可能なのであろうか。それを可能とするような男女の普遍的なペア形成法則はありうるのか、そのときマルサス的人口成長率はどのように決定されるのか、人口に於ける男女比のアンバランスが大きいときにはどのような現象が起きるのか等の疑問は線形理論の範囲では答えることができない。例えば現実人口において年齢別出生率がほぼ一定であり、従って安定人口モデルが妥当するような歴史的時期が観測される場合があるとすれば、そもそも一定の婚姻規則のもとでなぜそのようなことが可能なのかが説明されるべきなのである。

4.2　ペア形成モデル（一夫一婦制結婚モデル）

一夫一婦的な結婚(monogamous marriage) あるいはペア形成 (pair formation) と年齢構造を考慮に入れた非線形人口動学モデルを初めて提出したのはフレデリクソン(Fredrickson, 1971) である。フレデリクソンモデルは以下のように表される：

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}\right)p_m(t,a)=-\mu_m(a)p_m(t,a)+\int_0^\infty p_c(t,a,b)[\sigma(a,b)+\mu_f(b)]db-\int_0^\infty \rho(t,a,b)db \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial b}\right)p_f(t,b)=-\mu_f(b)p_f(t,b)+\int_0^\infty p_c(t,a,b)[\sigma(a,b)+\mu_m(a)]da-\int_0^\infty \rho(t,a,b)da \\ \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial a}+\frac{\partial}{\partial b}\right)p_c(t,a,b)=-(\sigma(a,b)+\mu_m(a)+\mu_f(b))p_c(t,a,b)+\rho(t,a,b) \\ p_m(t,0)=\gamma\int_0^\infty\int_0^\infty \beta(a,b)p_c(t,a,b)dadb \\ p_f(t,0)=(1-\gamma)\int_0^\infty\int_0^\infty \beta(a,b)p_c(t,a,b)dadb \\ p_c(t,0,b)=p_c(t,a,0)=0 \end{cases} \tag{4.12}$$

ここで$p_m(t,a)$は時刻tにおけるa歳の独身男子人口密度、$p_f(t,b)$は時刻tにおけるb歳の独身女子人口密度、$p_c(t,a,b)$は時刻tにおけるa歳の男子とb歳女子の夫婦の密度、$\mu_m(a)$ $(\mu_f(b))$はa (b)歳の男子(女子)の死亡力、$\sigma(a,b)$はa歳の男子とb歳女子の夫婦の離婚率、$\beta(a,b)$はa歳の男子とb歳女子の夫婦の出生率、γは新生児における男児の割合、$\rho(t,a,b)$は単位時間あたり生成される男子a歳、女子b歳の夫婦の密度である。$\rho(a,b)$は結婚関数 $\Psi(u,v)(a,b)$ によって以下のように与えられる：

$$\rho(t,a,b)=\Psi(p_m(t,\cdot),p_f(t,\cdot))(a,b). \tag{4.13}$$

ここで結婚関数$\Psi(u,v)(a,b)$は独身男子人口$u(a)$、独身女子人口$v(b)$から単位時間に発生する新郎a歳、新婦b歳のペア密度を表す非線形関数であり、以下の条件（結婚関数の公理）をみたすも